



PHYSIQUE

Joseph DePasquale (STScI), Anton M. Koekemoer (STScI), Alyssa Pagan (STScI)

COURS DE PHYSIQUE

Classes de 1BC

Version : 2023-2024



LE GOUVERNEMENT
DU GRAND-DUCHÉ DE LUXEMBOURG
Ministère de l'Éducation nationale,
de l'Enfance et de la Jeunesse

IMPRESSUM

Titre: PHYSIQUE | Classes de 1BC, Version : 2023-2024

Élaboré conformément au programme luxembourgeois par :
Gilles Frising, Laurent Hild, André Robinet.

Contenus et concept didactique pour l'enseignement
au Grand-Duché de Luxembourg.



Éditeur :

Service de Coordination de la Recherche
et de l'Innovation pédagogiques et technologiques (SCRIPT)
33 Rives de Clausen
L-2165 Luxembourg
secretariat@script.lu

Réalisation / Conception: SCRIPT

© 2023 SCRIPT | Tous droits réservés

1.

Mouvement circulaire uniforme Mouvement curviligne



© Wolfilser Shutterstock.com

Sommaire

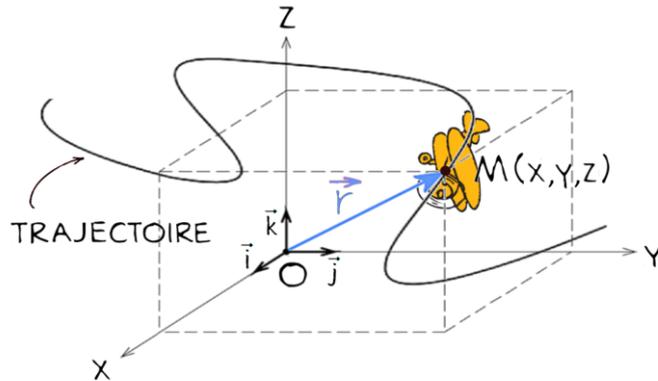
1	Grandeurs cinématiques.....	1
1.1	Vecteur position.....	1
1.2	Vecteur vitesse instantanée	1
1.3	Vecteur accélération instantanée.....	2
2	Mouvement circulaire uniforme (MCU)	4
2.1	Repérage d'un point sur un cercle.....	4
2.2	Période et fréquence	5
2.3	Vitesse linéaire.....	5
2.4	Vitesse angulaire.....	5
2.5	Équations horaires	6
2.6	Accélération centripète	7
2.7	Force centripète.....	8
3	Mouvement curviligne.....	10
3.1	Abscisse curviligne	10
3.2	Rayon de courbure.....	10
3.3	Relation entre vitesse et abscisse curviligne	11
3.4	Accélération tangentielle et accélération normale	11
4	Pour en savoir plus.....	13
4.1	« Force » centrifuge.....	13
4.2	Établissement des expressions des accélérations tangentielle et normale	14
5	Exercices	15

1 Grandeurs cinématiques

1.1 Vecteur position

Le **vecteur position** \vec{r} d'un mobile relie l'origine O d'un repère à la position M du mobile¹.

Il faut trois coordonnées pour repérer un mobile dans l'espace. Dans le repère cartésien $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, elles sont notées x , y et z .



Le vecteur position est donné par :

$$\vec{r} = x \vec{i} + y \vec{j} + z \vec{k} \text{ respectivement } \vec{r} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \text{ ou } \vec{r} \begin{vmatrix} x \\ y \\ z \end{vmatrix}$$

Sa norme s'écrit :

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

Les coordonnées dépendent en général du temps : $x = x(t)$, $y = y(t)$ et $z = z(t)$. Les relations exprimant x , y et z en fonction du temps sont appelées les **équations horaires** ou **équations paramétriques** de la position du mobile.

1.2 Vecteur vitesse instantanée

Le **vecteur vitesse instantanée** \vec{v} est égal à la dérivée du vecteur position par rapport au temps :

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

L'unité SI de vitesse est le mètre par seconde (m/s).

D'après la définition du vecteur vitesse instantanée :

$$\begin{aligned} \vec{v} &= \frac{d\vec{r}}{dt} \\ &= \frac{d}{dt}(x \vec{i} + y \vec{j} + z \vec{k}) \\ &= \frac{dx}{dt} \vec{i} + \frac{dy}{dt} \vec{j} + \frac{dz}{dt} \vec{k} \\ &= v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k} \end{aligned}$$

¹ Tant qu'on ne s'intéresse qu'au mouvement du mobile dans son ensemble, ignorant ses mouvements propres (p.ex. rotation autour d'un de ses axes), on peut assimiler le mobile à un point mobile M qui représente le centre de masse du mobile, affecté de la masse totale du mobile.

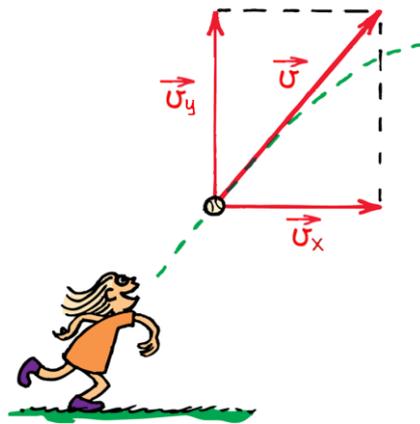
On écrit encore :

$$\vec{v} \begin{cases} v_x = \frac{dx}{dt} = \dot{x} \\ v_y = \frac{dy}{dt} = \dot{y} \\ v_z = \frac{dz}{dt} = \dot{z} \end{cases}$$

Norme du vecteur vitesse instantanée :

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

Figure pour un mouvement s'effectuant dans le plan xOy :



1.3 Vecteur accélération instantanée

Le **vecteur accélération instantanée** \vec{a} est égal à la dérivée du vecteur vitesse par rapport au temps :

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

L'unité SI d'accélération est le mètre par seconde carrée (m/s^2).

Remarque :

Comme le vecteur vitesse est égal à la dérivée du vecteur position par rapport au temps, le vecteur accélération est égal à la dérivée seconde du vecteur position par rapport au temps :

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{d\vec{r}}{dt} \right) = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

L'accélération est la dérivée de la vitesse, qui est la dérivée de la position. La physique est magique !



D'après la définition du vecteur accélération instantanée :

$$\begin{aligned}\vec{a} &= \frac{d\vec{v}}{dt} \\ &= \frac{d}{dt}(v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k}) \\ &= \frac{dv_x}{dt} \vec{i} + \frac{dv_y}{dt} \vec{j} + \frac{dv_z}{dt} \vec{k} \\ &= a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}\end{aligned}$$

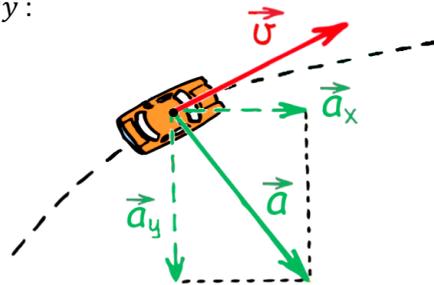
On écrit encore :

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = \frac{dv_x}{dt} = \dot{v}_x = \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x} \\ a_y = \frac{dv_y}{dt} = \dot{v}_y = \frac{d^2y}{dt^2} = \ddot{y} \\ a_z = \frac{dv_z}{dt} = \dot{v}_z = \frac{d^2z}{dt^2} = \ddot{z} \end{cases}$$

Norme du vecteur accélération instantanée :

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

Figure pour un mouvement s'effectuant dans le plan xOy :



■ As-tu compris ?

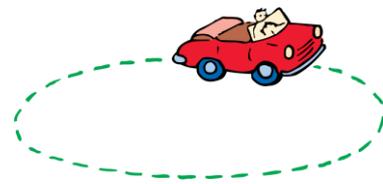
- Un point M se déplace en ligne droite. L'équation horaire de sa coordonnée sur l'axe est donnée par $x(t) = 7t - 3t^2$, où x est exprimé en mètres et t est exprimé en secondes.
 - Déterminer les équations horaires de la vitesse et de l'accélération de M .
 - Calculer la vitesse et l'accélération de M en $t = 4$ s.
- Le vecteur position d'un mobile M est donné par les équations horaires suivantes :

$$\vec{r} \begin{cases} x = 2t \\ y = -2t^2 + 4t + 4 \end{cases} \quad (\text{unités SI})$$

- Déterminer le vecteur vitesse \vec{v} et le vecteur accélération \vec{a} de M .
- Calculer la norme des vecteurs \vec{r} , \vec{v} et \vec{a} à l'instant $t = 2$ s.
- Déterminer l'équation cartésienne de la trajectoire. Quelle est sa forme ?
- Représenter la trajectoire de M dans un repère cartésien entre $t = 0$ et $t = 3$ s.
Y ajouter les vecteurs vitesse et accélération à l'instant $t = 2$ s.

2 Mouvement circulaire uniforme (MCU)

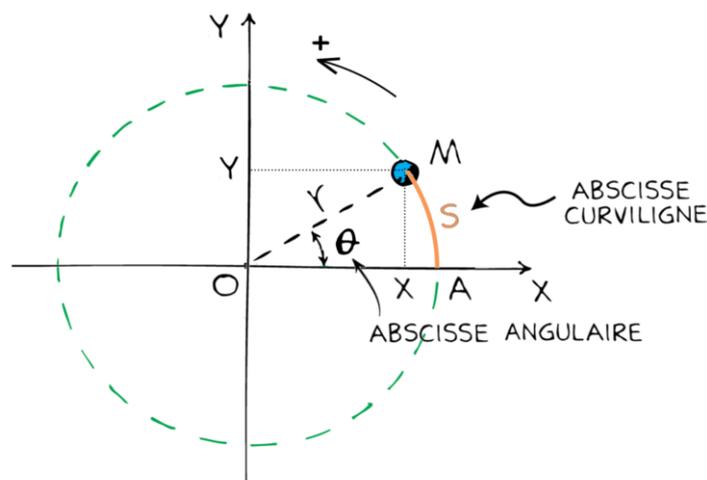
Un mobile est animé d'un **mouvement circulaire uniforme (MCU)**, lorsqu'il se déplace sur une trajectoire circulaire et si la norme de sa vitesse demeure constante. La pointe de l'aiguille des minutes d'une montre ou la nacelle d'une grande roue effectuent par exemple un MCU.



Nous allons nous limiter au cas où le mobile se déplace toujours dans le même sens et fixer un sens de parcours positif dans le sens du mouvement.

2.1 Repérage d'un point sur un cercle

Considérons un point mobile M qui se déplace sur un cercle de centre O et de rayon r :



Il peut être repéré à l'aide de :

- ses coordonnées x et y dans un repère cartésien d'origine O ;
- la mesure algébrique de l'arc de cercle entre un point de référence A et le point mobile M . C'est l'**abscisse curviligne** s ;
- la mesure algébrique de l'angle au centre balayé par le rayon OM entre une position de référence A et la position M du mobile. Cet angle est l'**abscisse angulaire** θ et forme ensemble avec le rayon r les **coordonnées polaires** du mobile.

Les coordonnées polaires sont reliées aux coordonnées cartésiennes par les relations :

$$\begin{cases} x = r \cos \theta \\ y = r \sin \theta \end{cases}$$

et à l'abscisse curviligne par la relation² :

$$s = r \theta$$

dans laquelle il faudra exprimer l'abscisse angulaire θ en radians.

² En effet, les abscisses curviligne et angulaire sont proportionnelles : $s \sim \theta \Leftrightarrow \frac{s}{\theta} = \text{constant}$

Lorsque M a parcouru un tour complet, $s = 2\pi r$ et $\theta = 2\pi$. La constante de proportionnalité vaut donc $\frac{s}{\theta} = \frac{2\pi r}{2\pi} = r$. C'est le rayon du cercle.

2.2 Période et fréquence

La **période** T d'un MCU est la durée d'un tour complet :

$$T = \frac{\Delta t}{N} \quad \begin{array}{l} \Delta t : \text{durée nécessaire} \\ N : \text{nombre de tours} \end{array}$$

L'unité SI de période est la seconde (s).

La **fréquence** f d'un MCU est le nombre de tours effectués par unité de temps :

$$f = \frac{N}{\Delta t} \quad \begin{array}{l} N : \text{nombre de tours} \\ \Delta t : \text{durée nécessaire} \end{array}$$

L'unité SI de fréquence est le hertz (Hz). On a : $1 \text{ Hz} = 1 \text{ s}^{-1}$

Par conséquent :

$$f = \frac{1}{T} \quad \text{ou} \quad T = \frac{1}{f}$$

2.3 Vitesse linéaire

Pour un mobile en MCU, la norme de la vitesse instantanée \vec{v} est constante et égale à la vitesse moyenne. La distance parcourue pendant un intervalle de temps Δt est égale à la variation Δs de l'abscisse curviligne et on a :

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \quad (1)$$

Pour un tour complet $\Delta s = 2\pi r$ et $\Delta t = T$. Ainsi :

$$v = \frac{2\pi r}{T} \quad (2)$$

S'il y a risque de confusion de cette vitesse avec la vitesse angulaire (voir prochaine section), on l'appelle plus précisément **vitesse linéaire**.

2.4 Vitesse angulaire

La **vitesse angulaire** ω indique l'angle au centre balayé par unité de temps. L'unité SI de vitesse angulaire est le radian par seconde (rad/s).

Pour un mobile en MCU, la vitesse angulaire instantanée ω est constante et égale à la vitesse angulaire moyenne. L'angle balayé pendant un intervalle de temps Δt est égal à la variation $\Delta\theta$ de l'abscisse angulaire et on a :

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

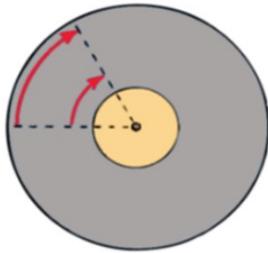
Pour un tour complet, $\Delta\theta = 2\pi$ et $\Delta t = T$. Ainsi :

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \quad (3)$$

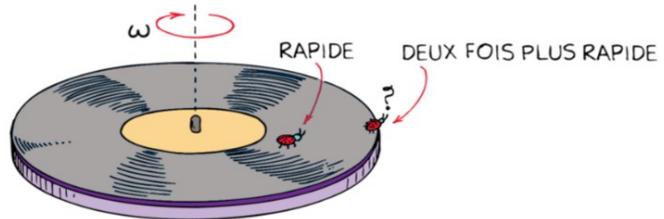
En comparant (2) dans (3), on obtient une *relation entre la vitesse linéaire et la vitesse angulaire* :

$$v = r \omega$$

À titre d'exemple, considérons un disque vinyle en rotation sur un tourne-disque. Un point situé au bord du disque parcourt une plus grande distance durant la même durée qu'un point situé plus au centre et aura donc une plus grande vitesse linéaire. En revanche, tous les points du disque balaient le même angle au centre pendant la même durée et auront donc la même vitesse angulaire.



Lorsqu'un disque tourne, un point plus loin du centre parcourt une plus grande distance dans le même temps et avec une vitesse linéaire plus élevée.



Une coccinelle deux fois plus éloignée du centre se déplace deux fois plus vite

■ As-tu compris ?

3. La longueur de l'aiguille des heures d'une montre mesure la moitié de celle des minutes. Le rapport entre les vitesses linéaires des pointes respectives vaut :
 A. 120 B. 120^{-1} C. 12 D. 60 E. Aucune des réponses précédentes
4. Un disque tourne à raison de 15 tours par minute. Déterminer sa fréquence de rotation et sa vitesse angulaire en unités SI.

2.5 Équations horaires

Considérons un mouvement circulaire uniforme avec les conditions initiales que l'abscisse curviligne $s = s_0$ et que l'abscisse angulaire $\theta = \theta_0$ à l'instant $t = 0$.

En partant de l'expression de la vitesse linéaire $v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s-s_0}{t}$, on trouve l'équation horaire de l'abscisse curviligne :

$$s(t) = v t + s_0$$

En partant de l'expression de la vitesse angulaire $\omega = \frac{\Delta \theta}{\Delta t} = \frac{\theta-\theta_0}{t}$, on trouve l'équation horaire de l'abscisse angulaire :

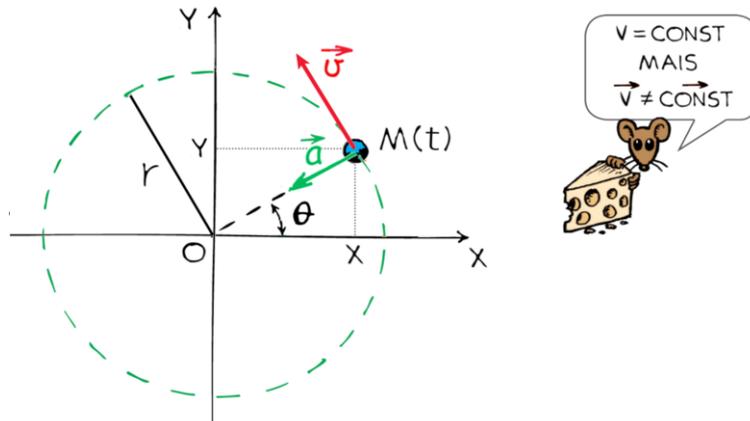
$$\theta(t) = \omega t + \theta_0$$

Pour un MCU, l'abscisse curviligne et l'abscisse angulaire augmentent linéairement avec le temps.

2.6 Accélération centripète

Pour un MCU, la norme du vecteur vitesse ne change pas. Cependant, la direction du vecteur vitesse change en permanence. Comme toute variation temporelle du vecteur vitesse constitue une accélération, *un mobile en MCU est accéléré !*

Considérons un mobile animé d'un MCU de rayon r , de vitesse linéaire v et de vitesse angulaire ω :



Soit θ l'abscisse angulaire du mobile avec la condition initiale que $\theta = \theta_0 = 0$ à l'instant $t = 0$. L'équation horaire de l'abscisse angulaire s'écrit : $\theta(t) = \omega t$

Vecteur position en coordonnées cartésiennes :

$$\vec{r} \begin{cases} x = r \cos \theta = r \cos(\omega t) \\ y = r \sin \theta = r \sin(\omega t) \end{cases}$$

Vecteur vitesse en coordonnées cartésiennes :

$$\vec{v} \begin{cases} v_x = \dot{x} = -r \omega \sin(\omega t) \\ v_y = \dot{y} = r \omega \cos(\omega t) \end{cases}$$

Vecteur accélération en coordonnées cartésiennes :

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = \ddot{x} = -r \omega^2 \cos(\omega t) = -\omega^2 x \\ a_y = \ddot{y} = -r \omega^2 \sin(\omega t) = -\omega^2 y \end{cases}$$

$$\text{D'où : } \vec{a} = -\omega^2 \vec{r} = \vec{a}_n$$

Le mouvement étant uniforme, l'accélération ne comporte pas de composante tangentielle au mouvement. Elle ne comporte qu'une composante \vec{a}_n normale au mouvement qui assure le changement de direction du vecteur vitesse. Puisque l'accélération montre toujours vers le centre de la trajectoire circulaire, on l'appelle encore **accélération centripète**.

La norme de l'accélération centripète d'un MCU s'écrit :

$$a = a_n = \omega^2 r = \frac{v^2}{r} \quad (4)$$

Logiciel de courbes paramétrique 3D :

<https://www.math3d.org/motion>



2.7 Force centripète

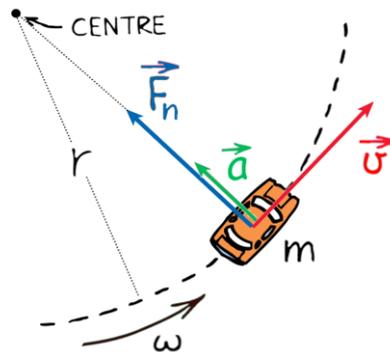
D'après le principe fondamental de la dynamique, l'accélération centripète d'un mobile de masse m en MCU est causée par une résultante de forces extérieures \vec{F}_{res} qui est également centripète :

$$\vec{F}_{res} = m \vec{a} = m \vec{a}_n = \vec{F}_n$$

C'est cette **force centripète**, notée \vec{F}_n , qui oblige le mobile à rester sur une trajectoire circulaire. En utilisant l'expression (4), la norme de la force centripète s'écrit :

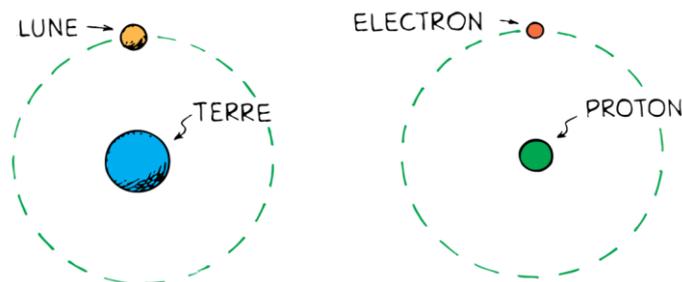
$$F_n = m \omega^2 r = m \frac{v^2}{r}$$

où r est le rayon de la trajectoire circulaire, ω la vitesse angulaire du mobile et v sa vitesse linéaire.



La force centripète n'est pas une force fondamentale de la Nature, mais elle désigne toute force qui est dirigée vers le centre d'une trajectoire circulaire :

- Lorsqu'on fait tourner une boîte dans un plan horizontal, la force centripète correspond à la tension (supposée également horizontale) du fil.
- La force centripète qui contraint la Lune à rester sur son orbite (approximativement) circulaire autour de la Terre correspond à la force de gravitation exercée par la Terre sur la Lune.
- La force centripète qui contraint les électrons à suivre une trajectoire circulaire autour du noyau atomique correspond à la force électrique exercée par le noyau sur les électrons.



- Lorsqu'une voiture prend un virage, la force centripète qui assure la courbure de sa trajectoire correspond à la force de frottement que la route exerce sur les pneus de la voiture.
- Dans une machine à laver, le tambour tourne à grande vitesse et exerce une force centripète sur les vêtements mouillés, leur imposant une trajectoire circulaire. Les trous dans le tambour empêchent l'action de cette même force sur l'eau : elle s'échappe tangentiellement par les trous.

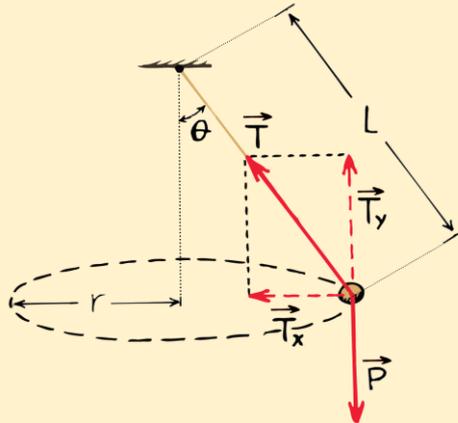


Exercice résolu

Une bille en acier de masse 80 g est fait tourner à l'aide d'un fil de longueur 60 cm dans un plan horizontal. Le fil est alors incliné d'un angle de 30° par rapport à la verticale. Calculer :

- la vitesse linéaire de la bille
- la norme de la force centripète

Solution :



a. Bilan des forces extérieures :

- \vec{P} : poids de la bille
- \vec{T} : tension du fil

D'après le PFD :

$$\vec{F}_{res} = m \vec{a}$$

Puisqu'il s'agit d'un MCU, $\vec{F}_{res} = \vec{F}_n$ et $\vec{a} = \vec{a}_n$ et il vient :

$$\vec{P} + \vec{T} = m \vec{a}_n$$

Projection sur l'axe vertical :

$$-P + T \cos \theta = 0 \Leftrightarrow T \cos \theta = mg \quad (*)$$

Projection sur l'axe radial :

$$T \sin \theta = m \frac{v^2}{r} \quad (**)$$

En divisant (**) par (*) :

$$\tan \theta = \frac{v^2}{g r} \Leftrightarrow v^2 = g r \tan \theta$$

En utilisant que $r = L \sin \theta$ et en prenant la racine carrée, il vient :

$$v = \sqrt{g L \sin \theta \tan \theta}$$

$$\text{A.N. : } v = \sqrt{9,81 \cdot 0,60 \cdot \sin 30^\circ \cdot \tan 30^\circ} = 1,30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

b. Force centripète :

$$F_n = m \frac{v^2}{r} = m \frac{v^2}{L \sin \theta} = 0,080 \text{ kg} \cdot \frac{\left(1,30 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{0,60 \text{ m} \cdot \sin 30^\circ} = 0,45 \text{ N}$$

3 Mouvement curviligne

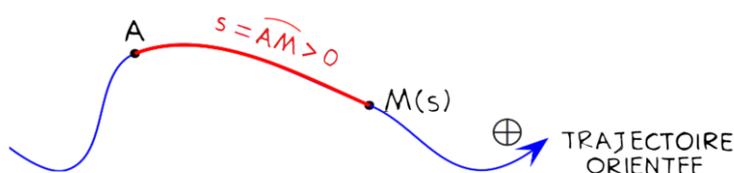
3.1 Abscisse curviligne

Lorsque la trajectoire d'un mobile est connue d'avance, la position du mobile peut être définie par rapport à la trajectoire. Le concept de l'abscisse curviligne qu'on a déjà introduit pour un mouvement circulaire se laisse généraliser :



L'**abscisse curviligne** s d'un mobile est la mesure algébrique du chemin parcouru sur la trajectoire entre une origine A et la position du point mobile M :

$$s = \widehat{AM}$$

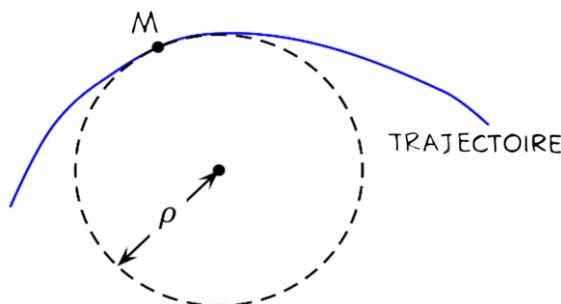


L'origine A et le sens de parcours positif peuvent être choisis arbitrairement.

Application pratique : Une voiture en panne sur l'autoroute peut être repérée en connaissant le point kilométrique auquel elle se trouve.

3.2 Rayon de courbure

La courbure d'une trajectoire renseigne sur la façon dont la forme de la trajectoire dévie d'une ligne droite. Pour caractériser la courbure de la trajectoire en un point M , on peut considérer le rayon du cercle qui s'approche le mieux à la forme de la trajectoire en M .

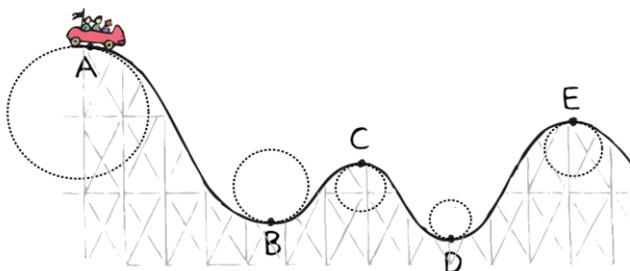


Ce cercle porte le nom de **cercle de courbure** ou **cercle osculateur**³. Son centre et son rayon, noté ρ , sont respectivement appelés **centre de courbure** et **rayon de courbure**. Le rayon de courbure en un point est d'autant plus petit que la trajectoire y est incurvée. Si la trajectoire est rectiligne, le rayon de courbure est infini. Si le mouvement est circulaire, le rayon de courbure est égal au rayon de la trajectoire circulaire.

■ As-tu compris ?

5. Considérer la trajectoire du wagon les points A , B , C , D et E .

- La trajectoire est-elle plus incurvée en B ou en D ? Justifier.
- En quelle point la trajectoire est-elle la moins incurvée ? Justifier.



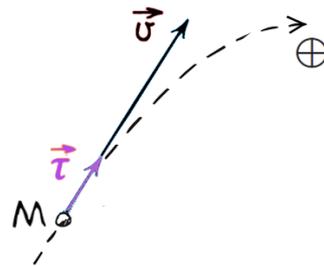
³ Du nom latin *circulus osculans* donné par Gottfried Leibniz, littéralement le cercle qui embrasse [la courbe].

3.3 Relation entre vitesse et abscisse curviligne

Puisque le vecteur vitesse instantanée \vec{v} est porté par la tangente à la trajectoire, on peut écrire :

$$\vec{v} = v_\tau \vec{\tau}$$

où v_τ désigne la coordonnée tangentielle de la vitesse et $\vec{\tau}$ un vecteur unitaire⁴ tangentiel au mouvement et orienté dans le sens positif de la trajectoire.



La coordonnée v_τ est une grandeur algébrique :

- $v_\tau = v > 0$ si le mobile se déplace dans le sens positif de la trajectoire ;
- $v_\tau = -v < 0$ si le mobile se déplace dans le sens contraire.

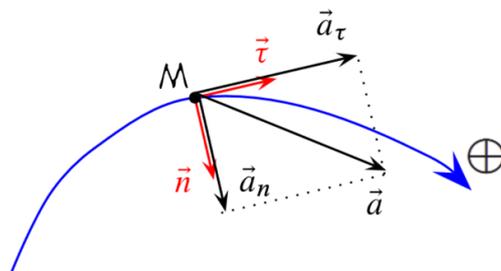
Ainsi $|v_\tau| = v$. Par généralisation de l'expression (1) à un mouvement non uniforme se poursuivant dans un sens quelconque de la trajectoire, il vient :

$$v_\tau = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt} = \dot{s}$$

La valeur algébrique de la vitesse est égale à la dérivée de l'abscisse curviligne par rapport au temps.

3.4 Accélération tangentielle et accélération normale

Comme vu en classe de 2^e, le vecteur accélération instantanée \vec{a} possède en général une composante \vec{a}_τ tangentielle au mouvement (colinéaire au vecteur vitesse \vec{v}) et une composante \vec{a}_n normale au mouvement (perpendiculaire au vecteur vitesse \vec{v}) :



En introduisant des vecteurs unitaires $\vec{\tau}$ et \vec{n} qui sont respectivement tangentiel et normal au mouvement, le vecteur accélération s'écrit :

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n = a_\tau \vec{\tau} + a_n \vec{n} \quad (5)$$

L'**accélération tangentielle** renseigne sur la variation de la valeur algébrique de la vitesse. Elle est égale à la dérivée de la coordonnée tangentielle de la vitesse par rapport au temps :

$$a_\tau = \frac{dv_\tau}{dt} = \dot{v}_\tau$$

- Si $a_\tau = 0$, la valeur algébrique de la vitesse a atteint un maximum ou un minimum ou elle est constante (*Mouvement uniforme*).
- Si $a_\tau > 0$, alors v_τ augmente. Si $a_\tau < 0$, alors v_τ diminue.
- Pour un mouvement qui se poursuit dans le sens positif de la trajectoire, v_τ peut être remplacé par la norme v du vecteur vitesse.

⁴ Un vecteur unitaire est un vecteur de norme 1. En l'occurrence, $|\vec{\tau}| = 1$.

- Si a_τ et v_τ ont même signe, \vec{a}_τ et \vec{v} sont de même sens et la norme v du vecteur vitesse augmente. (*Mouvement accéléré*)
- Si a_τ et v_τ sont de signes opposés, \vec{a}_τ et \vec{v} sont de sens opposés et la norme v du vecteur vitesse diminue. (*Mouvement décéléré / retardé*)

Comme la coordonnée tangentielle de vitesse est égale à la dérivée de l'abscisse curviligne par rapport au temps, l'accélération tangentielle est égale à la dérivée seconde de l'abscisse curviligne par rapport au temps :

$$a_\tau = \dot{v}_\tau = \ddot{s} = \frac{d^2s}{dt^2}$$

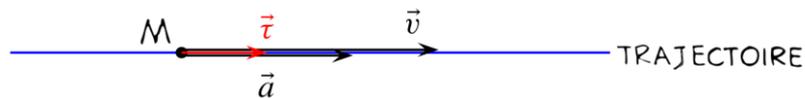
L'**accélération normale** renseigne sur la variation de la direction de la vitesse. Elle s'écrit :

$$a_n = \frac{v^2}{\rho}$$

- Si $a_n = 0$, la direction de la vitesse reste constante ; le rayon de courbure ρ est infini. (*Mouvement rectiligne*)
- Si $a_n > 0$, la direction de la vitesse change. Pour une norme de vitesse donnée, a_n est d'autant plus grand que ρ est petit c.-à-d. que la trajectoire est incurvée. (*Mouvement curviligne*)
- Pour ρ donné, a_n est d'autant plus grand que la norme v du vecteur vitesse est grande.

Cas particuliers :

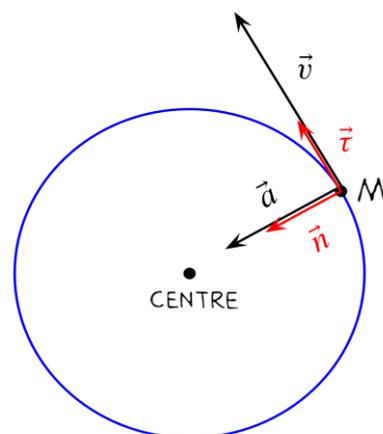
- Lors d'un mouvement rectiligne uniformément varié (MRUV), l'accélération n'a qu'une composante tangentielle puisque seule la norme de la vitesse varie, la direction de la vitesse demeurant constante :



- Lors d'un mouvement circulaire uniforme (MCU), l'accélération n'a qu'une composante normale puisque seule la direction de la vitesse varie, la norme de la vitesse demeurant constante. En d'autres mots, l'accélération d'un mobile en MCU est centripète. Le rayon de courbure étant égal au rayon de la trajectoire circulaire, on a :

$$a = a_n = \frac{v^2}{\rho} = \frac{v^2}{r}$$

en accord avec la relation (4) p. 7.



■ As-tu compris ?

6. Sous quelle condition l'accélération tangentielle est-elle nulle ?
7. Sous quelle condition l'accélération normale est-elle nulle ?

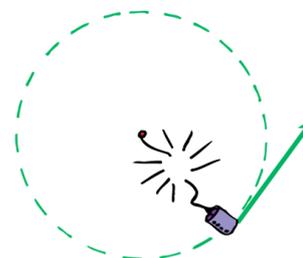
4 Pour en savoir plus

4.1 « Force » centrifuge

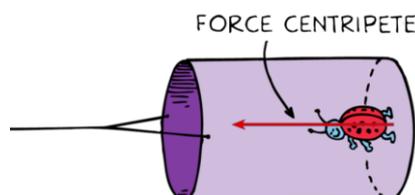
Lorsqu'un bus s'arrête brusquement, un passager debout trébuche vers l'avant. Il a l'impression de subir une force accélératrice. Pourtant, il n'y a aucune vraie force qui le tire vers l'avant. D'après le principe d'inertie, le passager trébuche vers l'avant à cause de l'absence de force qui le retiendrait (qui serait exercée par une ceinture de sécurité).

Similairement, un observateur à l'intérieur d'un système en rotation sent une force apparente qui le tire vers l'extérieur, appelée **force centrifuge**. Par exemple, si on se trouve dans une voiture qui prend un virage brusque vers la gauche, on a l'impression d'être poussé vers la droite. Or, un observateur lié au sol terrestre conclut qu'il n'y a pas de force centrifuge qui nous tire vers la droite, mais absence d'une force centripète dirigée vers la gauche qui nous maintiendrait sur la trajectoire circulaire.

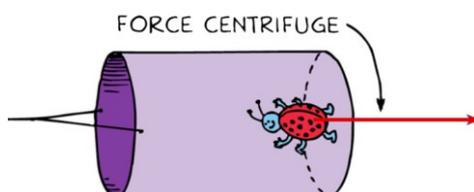
De même, lorsqu'on fait tourner une canette au bout d'une corde sur une trajectoire circulaire, une force centripète exercée par la corde tire la canette vers le centre de la trajectoire circulaire. Aucune force centrifuge ne tire la canette vers l'extérieur. Lorsque la corde rompt, la canette s'envole en ligne droite, tangentiellement à la trajectoire circulaire.



Supposons qu'une coccinelle se trouve à l'intérieur de la canette. La canette exerce contre les pieds de la coccinelle une poussée qui constitue la force centripète et qui la maintient sur la trajectoire circulaire. D'après le principe d'action-réaction, la coccinelle pousse à son tour contre le sol de la canette. Dans le **référentiel terrestre**, nous n'identifions aucune force centrifuge sur la coccinelle.



Dans le **référentiel accéléré de la canette**, les choses paraissent différentes. La coccinelle y apparaît au repos. La résultante des forces qu'elle subit devant être nulle, elle conclut qu'elle subit à la fois une force centripète (exercée par la canette) et une force centrifuge de même norme qui l'attire vers le fond de la canette. La coccinelle ressent la force centrifuge comme une force toute aussi réelle que le poids.



Il y a cependant une différence fondamentale entre la force centrifuge et le poids de la coccinelle. Le poids est une interaction entre sa masse et celle de la Terre. La force centrifuge n'a en revanche pas de contrepartie en interaction. L'effet centrifuge ressenti n'est pas causé par une force réelle, mais par l'inertie – la tendance d'un corps en mouvement à suivre une trajectoire rectiligne. Pour cette raison, les physiciens appellent la force centrifuge une **force inertielle**.

4.2 Établissement des expressions des accélérations tangentielle et normale

En utilisant la définition du vecteur accélération et le fait que la vitesse s'écrit $\vec{v} = v_\tau \vec{\tau}$, on obtient pour le vecteur accélération :

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(v_\tau \vec{\tau})}{dt} = \frac{dv_\tau}{dt} \vec{\tau} + v_\tau \frac{d\vec{\tau}}{dt} \quad (6)$$

Le vecteur $\vec{\tau}$ étant unitaire, on a :

$$\vec{\tau}^2 = 1 \Rightarrow 2 \vec{\tau} \cdot \frac{d\vec{\tau}}{dt} = 0.$$

Le produit scalaire entre les deux vecteurs $\vec{\tau}$ et $\frac{d\vec{\tau}}{dt}$ étant nul, on a :

$$\frac{d\vec{\tau}}{dt} \perp \vec{\tau} \quad (7)$$

Puisque $\vec{\tau}$ est dirigé perpendiculairement au rayon de courbure ρ , les vecteurs \vec{n} et $\vec{\tau}$ tournent avec la même vitesse angulaire ω . D'où :

$$\left\| \frac{d\vec{\tau}}{dt} \right\| = \omega = \frac{v}{\rho} \quad (8)$$

En utilisant (7) et (8), on conclut que :

$$\frac{d\vec{\tau}}{dt} = \frac{v}{\rho} \vec{n} \quad (9)$$

En remplaçant dans (6) et en supposant que le déplacement se poursuit dans le sens positif de la trajectoire de sorte que $v_\tau = v$, il vient finalement :

$$\vec{a} = \frac{dv_\tau}{dt} \vec{\tau} + \frac{v^2}{\rho} \vec{n}$$

5 Exercices

1. Le vecteur position d'un mobile M est donné par les équations horaires suivantes :

$$\vec{r} \begin{cases} x = 4 \cos t \\ y = 4 \sin t \end{cases} \quad (\text{unités SI})$$

- Déterminer le vecteur vitesse et le vecteur accélération de M .
- S'agit-il d'un mouvement uniformément varié ? Justifier.
- Représenter la trajectoire de M entre $t = 0$ et $t = 2\pi$ s.

Y ajouter les vecteurs vitesse et accélération aux instants $t = 0$ s, $\frac{\pi}{2}$ s, π s, $\frac{3\pi}{2}$ s et 2π s.

2. Lorsqu'on double la période de rotation, la vitesse angulaire...

- double
- est réduite de moitié
- reste constante
- aucune des réponses précédentes

3. Le moteur d'une foreuse tourne à 2700 tours/min. Calculer :

- sa fréquence
- sa période
- sa vitesse angulaire

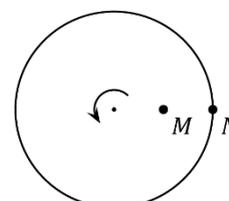
4. Un disque LP, de diamètre 35 cm, tourne à raison de $33\frac{1}{3}$ tours par minute.

- Calculer sa vitesse angulaire de rotation en rad/s.
- Calculer la vitesse linéaire d'un point situé à la périphérie du disque.
- Déterminer la norme de l'accélération de ce même point.



5. Deux points M et N d'un disque qui tourne à fréquence constante sont situés tels que le rapport de leurs distances au centre vaut 2.

- Quelle affirmation concernant leur vitesse linéaire v et leur vitesse angulaire ω est correcte ?

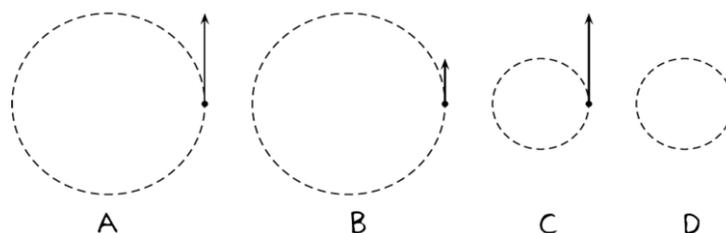


	v	ω
A	la même	la même
B	différentes	la même
C	la même	différentes
D	différentes	différentes

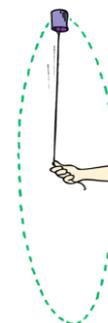
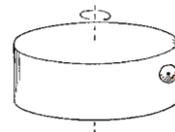
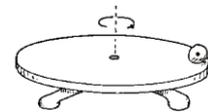
- Quel est le rapport entre l'accélération de N et l'accélération de M .

- $\frac{1}{4}$
- $\frac{1}{2}$
- 2
- 4

6. Dans lequel des exemples de MCU suivants l'accélération centripète du point mobile est-elle la plus grande ? Justifier. La flèche représente à chaque fois le vecteur vitesse.



7. Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Justifier.
- Dans un mouvement circulaire, le vecteur accélération est toujours dirigé vers le centre du cercle décrit.
 - Lors d'un mouvement uniforme, on a toujours $\vec{a} = \vec{0}$.
 - Si le centre de gravité d'un solide est animé d'un mouvement circulaire uniforme, alors la valeur de sa vitesse est constante et son vecteur accélération est nul.
 - Lors d'un mouvement circulaire, le vecteur accélération tangentiel \vec{a}_T peut être dirigé en sens inverse du mouvement.
 - Un mouvement pour lequel le vecteur vitesse et le vecteur accélération sont constants est impossible.
8. Un enfant est assis sur un manège qui tourne uniformément à raison de 6 tours par minute. Le centre de rotation O du manège se trouve à 4 m de l'enfant. On assimile l'enfant à un point mobile M.
- Calculer la vitesse linéaire et la vitesse angulaire.
 - Calculer la norme de l'accélération centripète.
 - Écrire les équations horaires de l'abscisse angulaire θ , sachant que $\theta(t = 0) = \theta_0 = 45^\circ$.
9. Une voiture de course sur une piste circulaire horizontale reste sur la route grâce au frottement entre les pneus et la route. Si la vitesse de la voiture double, la force de frottement nécessaire
- est identique
 - double
 - diminue de moitié
 - est quatre fois plus grande
10. Une pierre repose sur une plateforme horizontale qui tourne avec une vitesse angulaire constante autour de son axe vertical passant par son centre. Le frottement empêche la pierre de glisser.
- Représenter sur une figure toutes les forces qui agissent sur la pierre.
 - Identifier la force centripète.
11. Mêmes questions pour une pierre maintenue sur une trajectoire circulaire horizontale grâce au frottement avec la paroi intérieure du tambour en rotation rapide.
12. Calculer la force de frottement qui maintient une personne de 75 kg au bord d'une plateforme horizontale en rotation lorsque la personne est assise à 2 m du centre de la plateforme et a une vitesse linéaire de 3 m/s.
13. On fait tourner une canette de 100 g à l'aide d'une ficelle de 100 cm (masse négligeable) sur une trajectoire circulaire dans un plan vertical. La vitesse angulaire de la canette vaut 5 rad/s.
- Calculer la tension du fil au point le plus bas et au point le plus haut de la trajectoire. Utiliser $g = 10 \text{ N/kg}$.
 - Représenter le poids de la canette ainsi que la tension du fil au sommet et au point le plus bas de la trajectoire en utilisant l'échelle 1 cm : 1 N.
 - En quel point la ficelle risque-t-elle de rompre en premier ? Justifier.
 - Calculer la vitesse linéaire minimale pour que le fil reste continuellement tendu au cours du mouvement.



Crédits Photos

© Wolfilser / Shutterstock.com (219615730) – **page titre** (chaises volantes)

Crédits Illustrations

Des remerciements particuliers sont adressés à Paul G. HEWITT. Les illustrations sont, sauf indication contraire, l'œuvre de Paul G. Hewitt et des auteurs du cours. Les illustrations de Paul G. HEWITT ont été retravaillées par Laurent HILD, avec l'autorisation écrite et personnelle de l'auteur. Les illustrations originales sont des livres :

© HEWITT, Paul G., *Conceptual physics*, 2015, Pearson

© HEWITT, Paul G., SUCHOCKI John, *Conceptual physical science – Practice Book*, 2012, Pearson

© EPSTEIN Lewis C., HEWITT, Paul G., *Thinking Physics* – 1981, Insight Press

2.

Mouvement des satellites



NASA/CREW-2/ISS066-E-081311

Sommaire

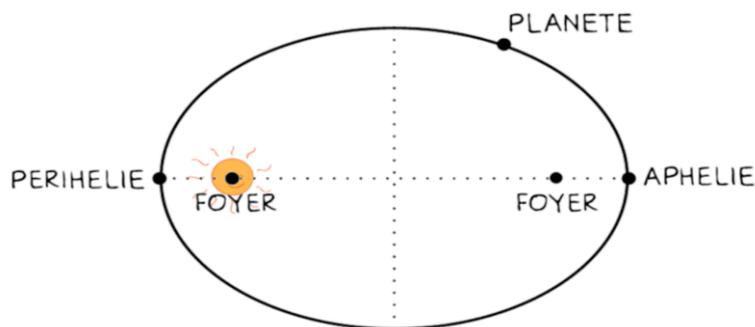
1	Lois de Kepler.....	1
1.1	Première loi de Kepler (loi des orbites)	1
1.2	Deuxième loi de Kepler (loi des aires)	1
1.3	Troisième loi de Kepler (loi des périodes)	2
2	Champ et force de gravitation (rappels).....	3
3	Satellites en orbite circulaire	4
3.1	Étude du mouvement	4
3.2	Satellite géostationnaire.....	6
4	Énergie potentielle gravitationnelle	8
4.1	Rappel	8
4.2	Expression de l'énergie potentielle gravitationnelle (champ radial).....	8
5	Satellites et conservation d'énergie	10
6	Satellisation.....	12
6.1	Expérience de pensée du canon de Newton	12
6.2	Vitesse de satellisation et vitesse de libération.....	12
6.3	Formes des trajectoires	14
7	Pour en savoir plus.....	15
7.1	Définition de l'ellipse	15
7.2	La période de rotation de la Terre	15
7.3	Tableau de vitesses de libération	16
8	Exercices	17

1 Lois de Kepler

Durant près de 20 ans, l'astronome danois Tycho Brahe a pris des mesures astronomiques précises des positions des planètes et les a transmises à l'astronome allemand Johannes Kepler (1571-1630). Kepler a réussi à convertir les données expérimentales pour un observateur qui se trouve à l'extérieur du système solaire. Kepler s'attendait à ce que les planètes se déplacent sur des cercles parfaits autour du Soleil. Après près de 10 années d'efforts, il a finalement découvert les lois qui décrivent le mouvement des planètes.

1.1 Première loi de Kepler (loi des orbites)

Les trajectoires des planètes sont des ellipses dont le Soleil occupe l'un des foyers.

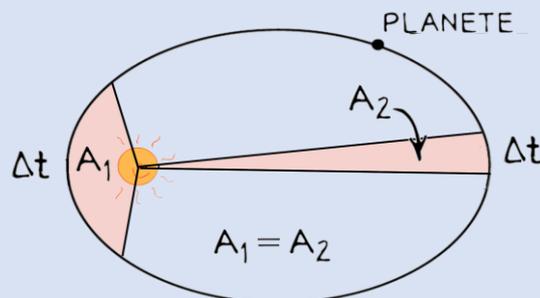


Le point de l'orbite planétaire le plus proche du Soleil est appelé **périhélie**, le point le plus éloigné **aphélie**. La moyenne des distances minimale et maximale correspond exactement au demi-grand axe. Pour la Terre, la distance au périhélie vaut 147,1 millions de kilomètres et à l'aphélie 152,1 millions de km. La distance moyenne Terre-Soleil vaut ainsi 149,6 millions de kilomètres. On l'appelle encore **unité astronomique** (symbole UA) : $1 \text{ UA} = 1,496 \cdot 10^8 \text{ km}$.

1.2 Deuxième loi de Kepler (loi des aires)

Le segment qui joint le centre du Soleil et celui de la planète balaye des aires égales pendant des intervalles de temps égaux :

$$\frac{A_1}{\Delta t_1} = \frac{A_2}{\Delta t_2} = \dots = \text{const}$$

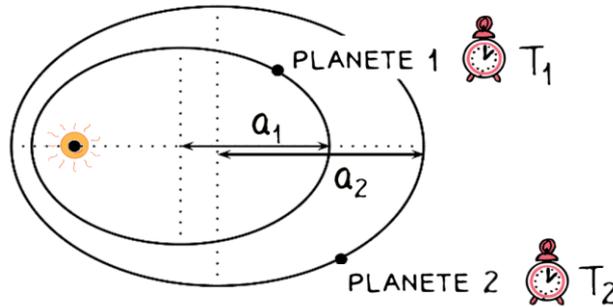


Il en découle que les planètes ne tournent pas à vitesse constante autour du Soleil. Si $\Delta t_1 = \Delta t_2$, alors $A_1 = A_2$. Pendant la même durée, une planète parcourt dès lors une plus grande distance lorsqu'elle est proche du Soleil que lorsqu'elle est loin du Soleil. On en conclut que la vitesse linéaire d'une planète augmente lorsqu'elle s'approche du Soleil et diminue lorsqu'elle s'en éloigne.

1.3 Troisième loi de Kepler (loi des périodes)

Les carrés des périodes de révolution (T) des planètes autour du Soleil sont proportionnels aux cubes des demi-grands axes (a) de leurs orbites :

$$\frac{T^2}{a^3} = \text{const}$$



La 3^e loi de Kepler est corroborée de façon impressionnante par les huit planètes de notre système solaire :

	Mercure	Venus	Terre	Mars	Jupiter	Saturne	Uranus	Neptune
T (en a)	0,241	0,615	1	1,88	11,9	29,4	84,0	165
a (en UA)	0,387	0,723	1	1,52	5,20	9,54	19,2	30,1
$\frac{T^2}{a^3}$ (en $\frac{a^2}{UA^3}$)	1,002	1,001	1	1,006	1,007	0,996	0,997	0,998

Les lois de Kepler ont été énoncées pour notre système solaire. Elles s'appliquent cependant de façon générale à tout corps qui orbite, sous l'influence de la gravitation, autour d'un astre, notamment aux satellites artificiels en orbite autour d'un astre, ou encore aux lunes en orbite autour d'une planète, ou encore aux astéroïdes et aux comètes en orbite autour du Soleil.

Remarque :

Les deux points d'une orbite qui sont situés à une distance extrême du corps central sont appelés **apsides**, l'apside inférieure correspondant à la distance minimale, l'apside supérieure à la distance maximale. Dans le cas du Soleil, les apsides inférieure et supérieure sont respectivement appelées **périhélie** et **aphélie**, dans le cas de la Terre **périgée** et **apogée**.

■ As-tu compris ?

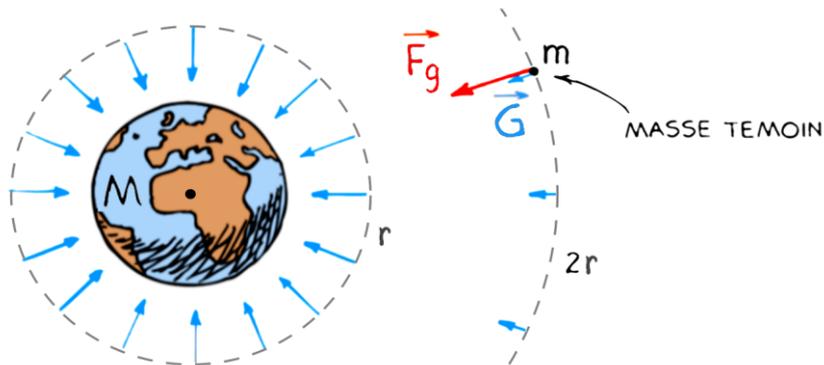
- Pluton est une planète naine de notre système solaire. Le demi-grand axe de son orbite autour du Soleil vaut 39,5 UA. Calculer sa période de révolution en utilisant le tableau ci-dessus.
- Un satellite en orbite elliptique autour de la Terre se déplace...
 - le plus vite quand il est le plus proche de la Terre.
 - le plus vite quand il est le plus loin de la Terre.
 - le plus lentement quand il est le plus proche de la Terre.
 - avec une vitesse uniforme le long de son orbite.

2 Champ et force de gravitation (rappels)

Le **champ de gravitation** créé par un astre à répartition sphérique de masse est radial et centripète. À l'extérieur de l'astre, l'intensité du champ est donnée par :

$$G = K \frac{M}{r^2}$$

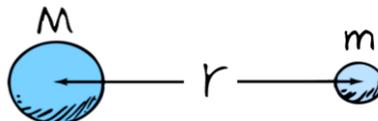
où $K = 6,673 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N m}^2}{\text{kg}^2}$ désigne la constante de gravitation universelle, M la masse de l'astre et r la distance par rapport à son centre de masse. Il s'agit d'une **loi en carré inverse**.



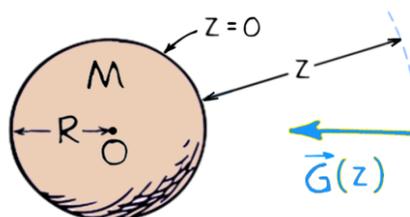
La **force de gravitation** que l'astre de masse M exerce sur une masse sphérique m distante d'une distance r (distance entre les deux centres de masse) s'écrit :

$$F_g = m G = K \frac{m M}{r^2}$$

Il s'agit de la **loi de gravitation de Newton**.



Considérons un astre sphérique de masse M et un point qui se trouve à une altitude z au-dessus de la surface de l'astre :



L'intensité du champ de gravitation créé par l'astre à l'altitude z vaut $G(z) = K \frac{M}{r^2} = K \frac{M}{(R+z)^2}$

À l'altitude $z = 0$, c'est-à-dire à la surface de l'astre, l'intensité du champ gravitationnel s'écrit :

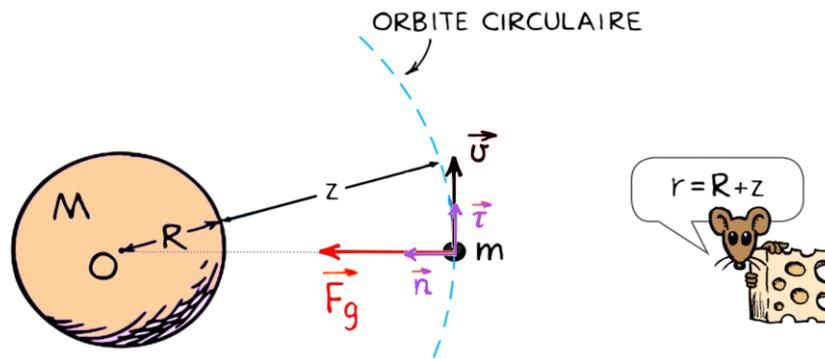
$$G(z = 0) = G_0 = K \frac{M}{R^2}$$

3 Satellites en orbite circulaire

On distingue entre **satellite artificiel**, qui est un engin lancé par l'homme en orbite autour d'une planète ou d'une lune, et **satellite naturel**, qui est une lune en orbite autour d'une planète. Par analogie, les études du mouvement d'un satellite artificiel ou naturel ou même d'une planète en orbite autour du Soleil peuvent se faire de la même manière. Les demi-grands axes des planètes ne dévient que faiblement (moins de 3% !) de leurs demi-petits axes. Pour faciliter l'étude de leur mouvement, leurs orbites peuvent être approchées par des cercles. Il en est de même pour la Lune qui orbite autour de la Terre et pour beaucoup d'autres satellites qui gravitent autour d'un astre.

3.1 Étude du mouvement

Considérons un satellite de masse m qui se déplace à la vitesse \vec{v} sur une orbite circulaire de rayon r et de centre O autour d'un astre à symétrie sphérique de masse M et de rayon R . L'altitude z du satellite est mesurée par rapport la surface de l'astre.



- Système : satellite de masse m
- Référentiel : astrocentrique, considéré comme galiléen
- On suppose que le satellite évolue dans le vide¹ et qu'il subit uniquement la force de gravitation $\vec{F}_g = m \vec{G}$ exercée par le champ gravitationnel de l'astre.

Plan d'orbite

Puisque la force gravitationnelle est une force centrale, le plan d'orbite d'un satellite doit passer par le centre de gravité de l'astre.

Vecteur accélération

D'après le principe fondamental de la dynamique :

$$\begin{aligned} \vec{F}_g &= m \vec{a} \\ m \vec{G} &= m \vec{a} \quad | : m \\ \vec{a} &= \vec{G} \end{aligned}$$

Puisque le champ de gravitation \vec{G} pointe toujours vers le centre de l'orbite circulaire, l'accélération \vec{a} et la force gravitationnelle \vec{F}_g sont centripètes. Ainsi, le vecteur accélération s'écrit :

$$\vec{a} = G \vec{n} = \frac{K M}{r^2} \vec{n} \quad (1)$$

¹ Si l'astre est la Terre, le satellite doit avoir une altitude d'au moins 150 km pour ne pas être brûlé à cause du frottement de l'atmosphère.

Vitesse linéaire :

En analysant la composante tangentielle \vec{a}_τ et la composante normale \vec{a}_n du vecteur accélération séparément, l'expression (1) permet de conclure que² :

- $a_\tau = \frac{dv}{dt} = 0 \Leftrightarrow v = \text{const}$

Le mouvement du satellite est *uniforme*.

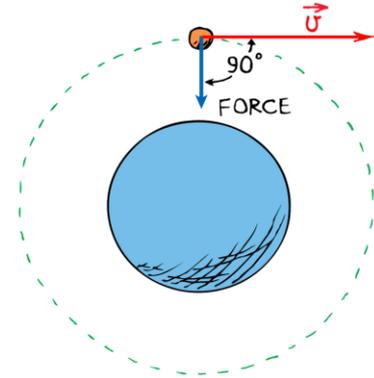
En effet, la force gravitationnelle \vec{F}_g agit à tout instant perpendiculairement au déplacement du satellite et n'effectue donc aucun travail. Selon le TEC :

$$\Delta E_c = W(\vec{F}_g) = 0 \Rightarrow E_c = \text{const} \Rightarrow v = \text{const}$$

Le satellite tombe tangentiellement à la surface de l'astre à vitesse constante. C'est un cas particulier de la chute libre.

- $a_n = \frac{KM}{r^2} \Leftrightarrow \frac{v^2}{r} = \frac{KM}{r^2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{KM}{r}}$ (2)

La vitesse du satellite est indépendante de sa masse et diminue lorsque r augmente.



Vitesse angulaire :

$$\omega = \frac{v}{r} = \sqrt{\frac{KM}{r^3}}$$

Période de révolution :

Puisque $T = \frac{2\pi}{\omega}$, il vient :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{KM}} \quad (3)$$

3^e loi de Kepler :

En élevant l'expression (3) au carré, on obtient la troisième loi de Kepler pour les orbites circulaires :

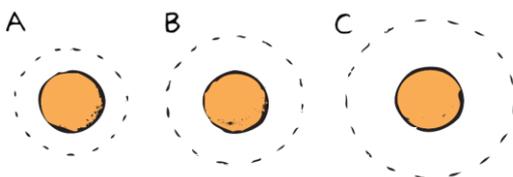
$$T^2 = \frac{4\pi^2}{KM} r^3 \Rightarrow \frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{KM} = \text{constant} \Rightarrow T^2 \sim r^3 \quad (4)$$

Les mesures de la période de révolution T et du rayon orbital r d'un satellite de l'astre permettent ainsi de calculer la masse M de l'astre.

■ As-tu compris ?

3. Les lignes en tirets montrent trois orbites circulaires de satellites terrestres. Classifier les grandeurs suivantes par ordre décroissant :

- la vitesse linéaire
- la période de révolution



4. La Lune tourne autour de la Terre avec une période de 27,3 jours sur une orbite dont le rayon moyen vaut 385000 km. Calculer la masse de la Terre.

² Le satellite se déplaçant toujours dans le sens positif de la trajectoire, on a que $v_\tau = v$ et $a_\tau = \frac{dv_\tau}{dt} = \frac{dv}{dt}$.

Exercice résolu

La Station spatiale internationale (ISS : *Internationale space station*) est une station spatiale habitée placée en orbite basse terrestre à une altitude d'environ 400 km. C'est le plus grand satellite artificiel de la Terre. Elle sert de laboratoire de recherche scientifique et est occupée en permanence depuis 2000 par des astronautes. Calculer sa vitesse linéaire et sa période de révolution.



Solution :

$$\text{Vitesse linéaire : } v = \sqrt{\frac{KM}{r}} = \sqrt{\frac{KM}{R+z}}$$

$$\text{A.N. : } v = \sqrt{\frac{6,673 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24}}{(6370+400) \cdot 10^3}} = 7677 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 7,677 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

$$\text{Période de révolution : } T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi(R+z)}{v}$$

$$\text{A.N. : } T = \frac{2\pi(6370+400) \cdot 10^3}{7677} = 5541 \text{ s} = 92 \text{ min } 21 \text{ s}$$

La période de révolution de L'ISS vaut environ 90 minutes. Ses occupants se trouvent en permanence en chute libre. L'accélération centripète vers la Terre est légèrement inférieure à g à cause de l'altitude. Cette accélération n'est cependant pas ressentie par les astronautes.

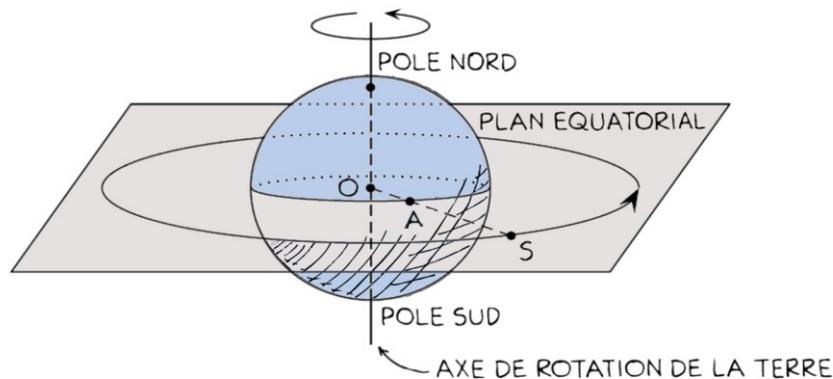
3.2 Satellite géostationnaire

Un **satellite géostationnaire** est un satellite qui paraît immobile pour un observateur sur la Terre.

Les satellites géostationnaires ont révolutionné la télécommunication. Grâce à leur immobilité apparente, ils peuvent facilement être visés par des antennes paraboliques depuis la surface terrestre et ainsi relayer des signaux de télécommunication entre différents endroits de la Terre.

Plan d'orbite

Pour qu'un satellite S, tournant dans le sens de rotation de la Terre, reste toujours à la verticale du même point A de la surface terrestre, le plan d'orbite, passant comme pour tous les satellites par le centre de gravité de l'astre attirant, doit de plus être perpendiculaire à l'axe de rotation de la Terre. Ainsi le satellite géostationnaire doit évoluer dans le **plan de l'équateur terrestre**.



Période de révolution

La période de révolution d'un satellite géostationnaire doit être égale à la période de rotation de la Terre, c'est à-dire un **jour sidéral** (voir section 7.2) :

$$T = 1 \text{ jour sidéral} = 86164 \text{ s} = 23\text{h } 56\text{min } 4\text{s}$$

Altitude d'un satellite géostationnaire

Sachant que la période de révolution T du satellite est égale à la période de rotation de la Terre, son altitude z peut être déduite de l'équation (4) :

$$\begin{aligned}r^3 &= \frac{K M T^2}{4 \pi^2} \\(R + z)^3 &= \frac{K M T^2}{4 \pi^2} \\R + z &= \left(\frac{K M T^2}{4 \pi^2} \right)^{\frac{1}{3}} \\z &= \left(\frac{K M T^2}{4 \pi^2} \right)^{\frac{1}{3}} - R\end{aligned}$$

$$\text{A.N. : } z = \left(\frac{6,673 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24} \cdot 86164^2}{4 \pi^2} \right)^{\frac{1}{3}} - 6,370 \cdot 10^6 = 3,581 \cdot 10^7 \text{ m} = 35810 \text{ km}$$

Vitesse linéaire

$$v = \sqrt{\frac{K M}{R + z}}$$

$$\text{A.N. : } v = \sqrt{\frac{6,673 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24}}{6370 \cdot 10^3 + 3,58 \cdot 10^7}} = 3,08 \cdot 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}} \simeq 3 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

Vitesse angulaire

$$\omega = \frac{v}{R + z}$$

$$\text{A.N. : } \omega = \frac{3,08 \cdot 10^3}{6370 \cdot 10^3 + 3,58 \cdot 10^7} = 7,29 \cdot 10^{-5} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Comme les satellites géostationnaires ont tous la même vitesse angulaire et le même sens de révolution, ils n'entrent pas en collision.

■ As-tu compris ?

5. Un satellite géostationnaire peut se trouver à la verticale au-dessus de Singapour, mais pas au-dessus de Luxembourg. Pourquoi ?

4 Énergie potentielle gravitationnelle

4.1 Rappel

Puisque la force de gravitation est une *force conservative*³, on peut lui attribuer une énergie potentielle E_p selon la prescription :

$$\Delta E_p = E_p(B) - E_p(A) = -W_{AB}(\vec{F}_g)$$

où $W_{AB}(\vec{F}_g)$ désigne le travail effectué par la force de gravitation lorsque son point d'application se déplace du point A au point B.

L'**énergie potentielle de gravitation** du système composé de la masse source et de la masse témoin est l'énergie qu'il possède du fait de la position de la masse témoin dans le champ de gravitation de la masse source.

4.2 Expression de l'énergie potentielle gravitationnelle (champ radial)

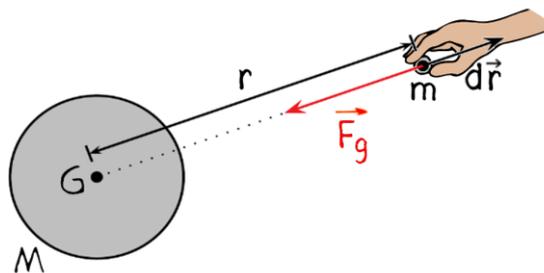
Le champ de gravitation d'une masse source sphérique est radial et diminue selon l'inverse du carré de la distance. La force de gravitation qu'un corps subit n'est donc pas constante lors d'un déplacement radial. On ne peut donc pas utiliser la formule $W_{AB}(\vec{F}_g) = \vec{F}_g \cdot \overline{AB}$ telle que pour calculer le travail de la force de gravitation. Cependant, on peut rendre le déplacement tellement petit que la force peut être supposée constante sur ce déplacement.

Le travail effectué par la force de gravitation \vec{F}_g lors d'un **déplacement infinitésimal** $d\vec{r}$ s'appelle **travail élémentaire** et s'écrit :

$$dW(\vec{F}_g) = \vec{F}_g \cdot d\vec{r}$$

La **variation infinitésimale** dE_p de l'énergie potentielle de gravitation pour un déplacement infinitésimal peut donc s'écrire :

$$dE_p = -dW(\vec{F}_g) = -\vec{F}_g \cdot d\vec{r}$$



La force de gravitation étant une **force centrale**, son intensité dépend seulement de la distance entre les corps en interaction. Il suffit dès lors de se limiter au cas où la distance varie sur un parcours radial. L'énergie potentielle augmente lorsque la distance entre les corps *augmente*.

\vec{F}_g et $d\vec{r}$ sont alors de sens opposé et on obtient :

$$dE_p = F_g dr \Leftrightarrow F_g = \frac{dE_p}{dr}$$

³ Une force est dite conservative lorsque le travail qu'elle effectue est indépendant du chemin suivi.

La force de gravitation est la *dérivée de l'énergie potentielle* de gravitation par rapport à la distance.

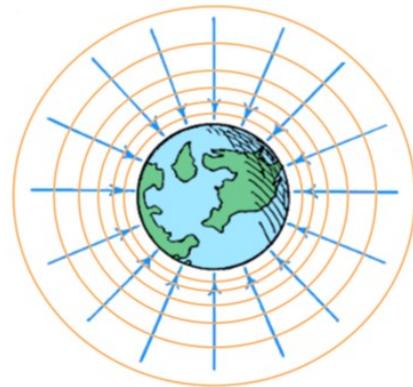
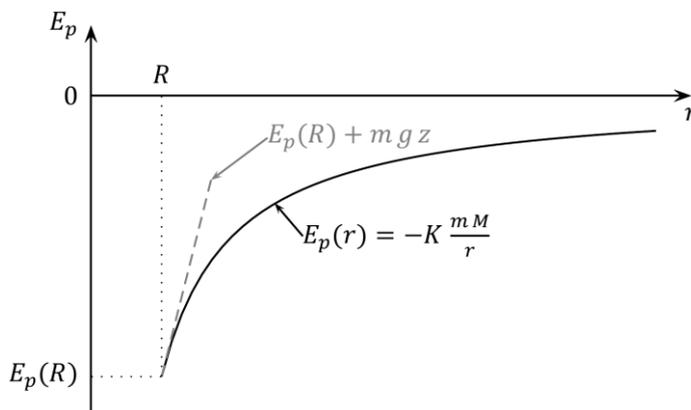
Trouver l'expression de l'énergie potentielle de gravitation revient mathématiquement à rechercher une fonction $E_p(r)$ qui est telle que sa dérivée donne l'expression de la force de gravitation. Ainsi :

$$E_p(r) = -K \frac{m M}{r} + \text{const}$$

On convient que la position de référence pour le calcul de l'énergie potentielle se situe à *l'infini* puisque la force de gravitation tend vers 0 lorsque la distance entre les masses en interaction tend vers l'infini. Il faut donc que la constante soit nulle et il vient :

$$E_p(r) = -K \frac{m M}{r} \quad (5)$$

Pour r donné, l'énergie potentielle de gravitation est constante, ce qui est confirmé par la sphéricité des surfaces équipotentielles⁴.



Énergie potentielle de gravitation d'un corps de masse m en fonction de sa distance r au centre de gravité du corps céleste de masse M et de rayon R . Pour une petite altitude $z = r - R$, l'énergie potentielle augmente approximativement linéairement.

Les surfaces équipotentielles (en orange) sont des sphères concentriques centrées sur le centre de gravité du corps céleste.

■ As-tu compris ?

6. Considérons un satellite artificiel de masse $m = 600$ kg.
 - a. Calculer l'énergie potentielle gravitationnelle du système Terre-satellite lorsque le satellite se trouve à la surface de la Terre.
 - b. Lorsque le satellite se trouve en orbite circulaire autour de la Terre, l'énergie potentielle gravitationnelle du système Terre-satellite...
 - A. augmente
 - B. diminue
 - C. reste identique
 - c. Représenter l'énergie potentielle gravitationnelle du satellite en fonction du rayon de l'orbite du satellite pour $R_T < r < 6 R_T$.

⁴ À noter que l'expression (5) est seulement valable à l'extérieur de l'astre, c.-à-d. si r est supérieur au rayon R de l'astre.

5 Satellites et conservation d'énergie

Considérons un satellite de masse m en mouvement autour d'un astre de masse M , où $M \gg m$. L'énergie cinétique du satellite s'écrit :

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2$$

où v désigne la vitesse du satellite dans le **référentiel astrocentrique**, considéré comme galiléen : géocentrique pour les satellites terrestres et héliocentrique pour les planètes. L'astre étant immobile dans ce référentiel, c'est aussi l'énergie cinétique du système astre-satellite⁵.

L'énergie potentielle gravitationnelle du système astre-satellite s'écrit :

$$E_p = -K \frac{m M}{r} \quad (6)$$

où K désigne la constante de gravitation universelle et r la distance entre les centres de masse du satellite et de l'astre.

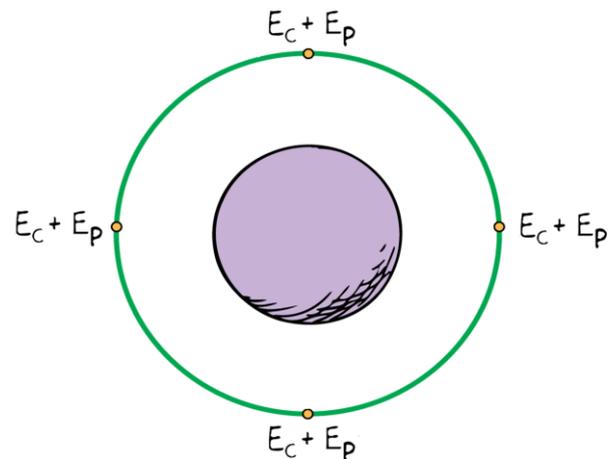
L'**énergie mécanique** du système astre-satellite est alors donnée par :

$$E_{méc} = E_c + E_p = \frac{1}{2} m v^2 - K \frac{m M}{r} = \text{const} \quad (7)$$

Puisque le système est isolé et évolue sans frottements dans le vide interstellaire, son énergie mécanique reste *constante* au cours du temps.

Cas particulier de l'orbite circulaire

$$\begin{aligned} E_{méc} &= E_c + E_p \\ &= \frac{1}{2} m v^2 - K \frac{m M}{r} \\ &= \frac{1}{2} m \left(\frac{K M}{r} \right) - K \frac{m M}{r} \\ &= -\frac{1}{2} K \frac{m M}{r} \end{aligned}$$



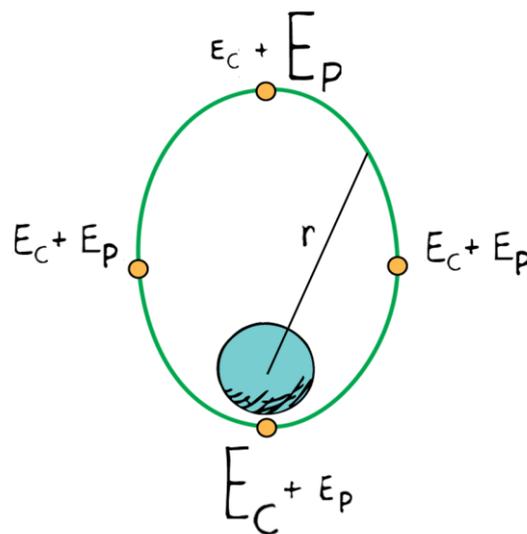
Dans le cas d'une orbite circulaire, les énergies potentielle et mécanique sont constantes, puisque le rayon d'orbite r est constant. Il faut donc que l'énergie cinétique soit aussi invariable. Cela signifie que le mouvement du satellite en orbite circulaire est *uniforme*.

L'énergie mécanique est négative, ce qui est typique pour un *système lié*. Cela est dû à notre choix arbitraire du niveau de référence de l'énergie potentielle, à savoir $E_p(r \rightarrow \infty) = 0$. Ce choix est judicieux car le bon sens nous suggère d'attribuer à un satellite libéré et au repos une énergie mécanique nulle.

⁵ Pour le voir, on peut considérer un objet de masse m qui tombe en chute libre vers la Terre de masse M_T . En vertu du principe de l'action et de la réaction, l'objet va aussi attirer la Terre et l'accélérer à une vitesse v_T . Par le principe de la conservation de la quantité de mouvement, on a à tout moment $m v = M_T v_T$. L'énergie cinétique acquise par la Terre sera $E'_c = \frac{1}{2} M_T v_T^2 = \frac{1}{2} M_T \left(\frac{m v}{M_T} \right)^2 = \frac{m}{M_T} E_c \ll E_c$, donc négligeable.

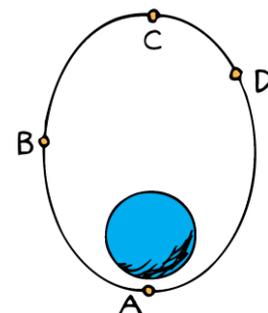
Cas de l'orbite elliptique

D'après la relation (6), l'énergie potentielle est la plus grande lorsque le satellite est le plus éloigné de l'astre et la plus petite lorsque le satellite en est le plus proche. Puisque l'énergie mécanique possède la même valeur en tout point de l'orbite, l'énergie cinétique est la plus petite lorsque l'énergie potentielle gravitationnelle est la plus grande et vice-versa. On en conclut que la vitesse du satellite est maximale lorsqu'il est le plus proche de l'astre et minimale lorsqu'il en est le plus éloigné. Cette conclusion est en accord avec la deuxième loi de Kepler.



■ As-tu compris ?

7. La figure montre l'orbite elliptique d'un satellite autour d'un astre. En quelle(s) position(s)
 - a. le satellite a-t-il la plus grande vitesse linéaire ?
 - b. le satellite a-t-il la plus petite vitesse linéaire ?
 - c. le satellite a-t-il la plus grande énergie cinétique ?
 - d. le système astre-satellite a-t-il la plus grande énergie potentielle gravitationnelle ?
 - e. le système astre-satellite a-t-il la plus grande énergie mécanique ?
 - f. le satellite subit-il la plus grande force gravitationnelle ?
 - g. subit-il la plus grande accélération ?
8. Mêmes questions dans le cas d'une orbite circulaire



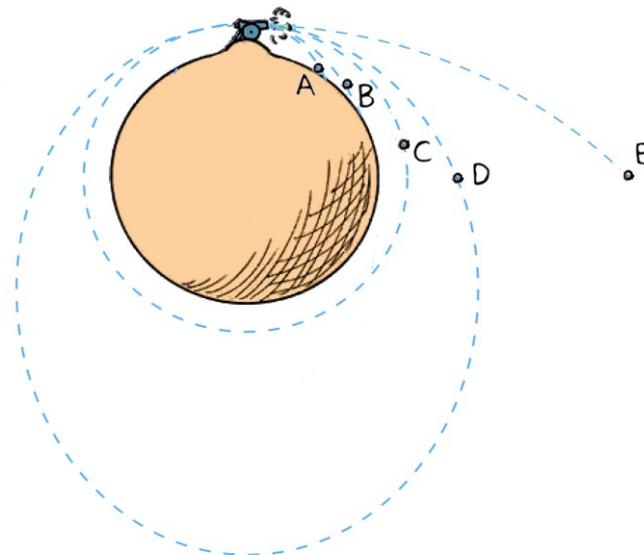
6 Satellitesation

Si on lâche une pierre sans vitesse initiale, elle tombe verticalement. Si on lance la pierre horizontalement, elle retombe plus loin, en suivant une trajectoire parabolique. Et si on lançait la pierre avec une vitesse si grande que la courbure de la trajectoire corresponde à celle de la Terre ?



6.1 Expérience de pensée du canon de Newton

Newton a imaginé un boulet lancé à différentes vitesses par un canon horizontal, en ignorant toute résistance de l'air ou en supposant que le canon est situé tellement haut que la friction de l'atmosphère ne joue plus de rôle. Newton a raisonné que le boulet pourrait éternellement tourner autour de la Terre s'il avait une vitesse horizontale suffisante. La mise en orbite d'un satellite artificiel autour d'un astre est appelée **satellitesation**.



- Si la vitesse du boulet est faible, il retombera sur la Terre (A).
- Si la vitesse augmente, le boulet ira plus loin (B).
- Si la vitesse est suffisante, il tombera autour de la Terre sur une trajectoire fermée (C, D).
- Si la vitesse devient excessivement grande, le boulet s'échappera de la Terre (E).

6.2 Vitesse de satellitesation et vitesse de libération

Pour toute altitude z , il existe une et une seule vitesse spécifique qui produit une orbite circulaire. C'est la **vitesse de satellitesation circulaire** v_c .

D'après la relation (2) :

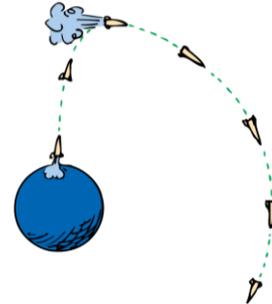
$$v_c = \sqrt{\frac{K M}{R + z}}$$

Afin d'avoir un ordre de grandeur pour les vitesses de satellitesation, on considère souvent la vitesse de satellitesation nécessaire pour une orbite circulaire d'altitude $z = 0$, bien que cette orbite soit impossible à réaliser en pratique. Cette vitesse est appelée **vitesse de satellitesation minimale**.

Pour un satellite à la surface terrestre :

$$\text{A.N. : } v_c = \sqrt{\frac{6,673 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24}}{6370 \cdot 10^3}} = 7,91 \cdot 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 7,91 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

Comme de telles vitesses étaient inconcevables à l'époque de Newton, il n'était pas optimiste que les hommes pourraient un jour lancer des satellites. À cette vitesse, la résistance de l'atmosphère brûlerait tout satellite. Voilà pourquoi un satellite doit rester au moins 150 km au-dessus de la surface de la Terre. Pour lancer un satellite autour de la Terre, sa fusée est d'abord propulsée verticalement. Une fois au-dessus de l'atmosphère, la fusée est orientée tangentiellement à la surface de la Terre et une dernière poussée l'accélère jusqu'à sa vitesse d'orbite.



La vitesse minimale nécessaire pour qu'un corps puisse s'échapper de l'influence gravitationnelle d'un astre est appelée **vitesse de libération** et notée v_ℓ .

Son expression peut être déduite en appliquant le principe de la conservation de l'énergie mécanique pour un point situé à la surface de l'astre ($r = R$), où $v = v_\ell$, et un point situé à l'infini ($r \rightarrow \infty$), où $v = 0$. Dans (7) :

$$\frac{1}{2} m v_\ell^2 - K \frac{m M}{R} = 0 \Rightarrow v_\ell = \sqrt{\frac{2 K M}{R}}$$

Pour la Terre :

$$\text{A.N. : } v_c = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,673 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24}}{6370 \cdot 10^3}} = 11,2 \cdot 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 11,2 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

La vitesse de libération pour le Soleil est de 620 km/s à la surface du Soleil. Même à une distance de 150 millions de km du Soleil (égale à celle de l'orbite terrestre), la vitesse de libération du Soleil est de 42,1 km/s. Un objet projeté de la Terre à une vitesse supérieure à 11,2 km/s mais inférieure à 42,1 km/s serait libéré de l'attraction terrestre mais pas de celle du Soleil. Plutôt que de partir à jamais du système solaire, il occuperait une orbite autour du Soleil. Dans l'annexe 7.3 se trouvent les vitesses de libération d'autres corps célestes de notre système solaire.

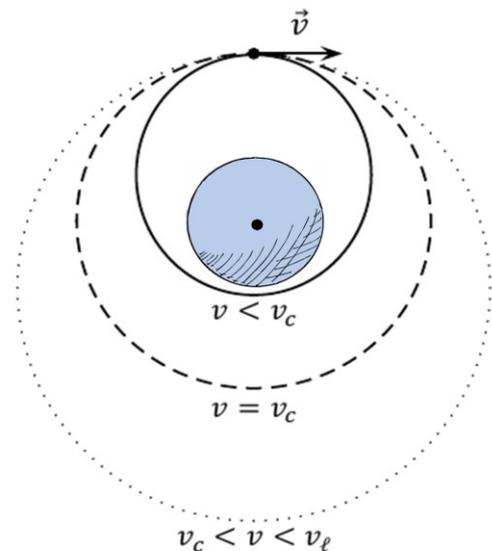
■ As-tu compris ?

9. Une station spatiale se trouve en orbite circulaire à une vitesse de 7 km/s par rapport à la Terre. Supposons que la station propulse une capsule vers l'arrière avec une vitesse de 7 km/s par rapport à la station.
 - a. Décris la trajectoire de la capsule par rapport à la Terre.
 - b. Si la capsule était projetée avec une vitesse de 14 km/s, pourquoi serait-elle un danger pour la station spatiale ?
10. Un astronaute effectuant des réparations à l'extérieur de la station spatiale ISS lâche par mégarde sa boîte à outils. Pourquoi les outils ne s'écraseront pas sur la Terre ?

6.3 Formes des trajectoires

Soit v_c la vitesse de satellisation circulaire et v_ℓ la vitesse de libération. Selon la valeur de la vitesse de satellisation \vec{v} , supposée orthogonale au segment qui joint le point de lancement du satellite au centre de la Terre, on peut distinguer trois cas :

- $v < v_c$: l'orbite est elliptique ; le centre de la Terre constitue le foyer de l'ellipse le plus éloigné du point de lancement. Si l'altitude du point de lancement n'est pas suffisante, la trajectoire est interrompue par la Terre.
- $v = v_c$: l'orbite est circulaire
- $v_c < v < v_\ell$: l'orbite est elliptique; le centre de la Terre constitue le foyer de l'ellipse le plus proche du point de lancement.

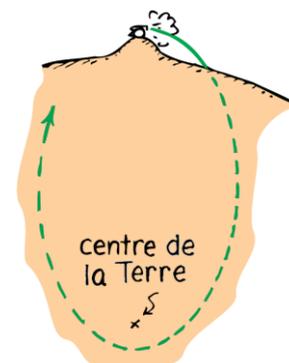


Les vitesses de lancement supérieures ou égales à la vitesse de libération produisent des trajectoires ouvertes utilisées pour les sondes spatiales, engins destinés à explorer l'espace. Deux cas peuvent se présenter:

- $v = v_\ell$: la trajectoire est parabolique ; la vitesse de la sonde tendra vers nulle à l'infini ;
- $v > v_\ell$: la trajectoire est hyperbolique ; la vitesse de la sonde tendra vers une valeur non nulle à l'infini.

Remarque :

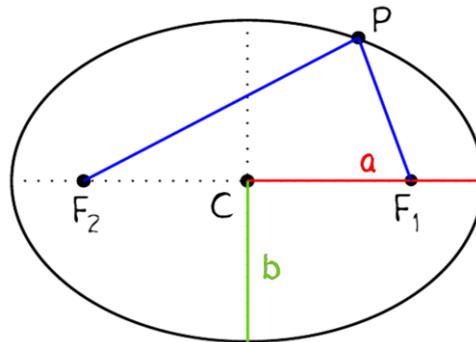
La trajectoire d'un projectile lancé dans le champ de pesanteur est une partie minuscule d'une ellipse étendue dont le foyer le plus éloigné du point de lancement coïncide avec le centre de la Terre (voir figure ci-contre). Si l'espace considéré pour l'étude n'a qu'un volume de quelques km^3 , on peut supposer que le champ est uniforme. On trouve alors que la trajectoire est un arc de parabole qui ne se distingue guère de la vraie trajectoire elliptique (voir cours de 2^e).



7 Pour en savoir plus

7.1 Définition de l'ellipse

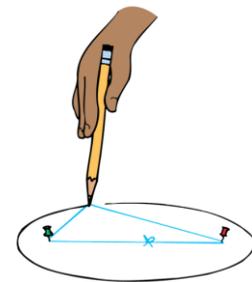
L'ellipse E est l'ensemble des points P dont la somme de leurs distances à deux points fixes F_1 et F_2 , appelés **foyers**, est constante.



$$E = \{P \mid PF_1 + PF_2 = \text{const} = 2a\}$$

La distance a désigne le **demi-grand axe** de l'ellipse, le **demi-petit axe** étant noté b . Le centre C de l'ellipse se trouve à l'intersection des petit et grand axes.

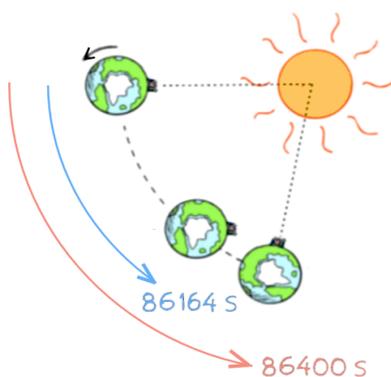
On peut construire une ellipse en glissant un crayon le long d'une corde tendue dont les extrémités sont nouées aux foyers (méthode du jardinier). Lorsqu'on diminue la distance entre les foyers, l'ellipse ressemble de plus en plus à un cercle. En effet, le cercle est un cas particulier de l'ellipse où les deux foyers coïncident avec le centre du cercle et où le demi-grand axe et le demi-petit axe s'identifient au rayon du cercle.



7.2 La période de rotation de la Terre

La rotation de la Terre autour de son axe peut aisément être constatée en analysant le mouvement apparent du Soleil au long d'une journée. La durée entre deux passages consécutifs du Soleil par son point le plus haut est appelée un jour, plus précisément un **jour solaire**, et vaut 24 heures.

Pour déterminer la période de rotation de la Terre, il faut cependant considérer la rotation de la Terre par rapport aux étoiles lointaines supposées fixes et non par rapport au Soleil. La période de rotation de la Terre est égale à un **jour sidéral** qui désigne la durée entre deux passages consécutifs d'une étoile fixe par son point le plus haut.



Chaque quatrième année étant – à quelques exceptions près⁶ – une année bissextile, une année a en moyenne $(3 \cdot 365 + 366)/4 = 365,25$ jours.

Par rapport au Soleil, la Terre effectue ainsi en une année 365,25 tours autour de son axe. D'où :

$$1 \text{ an} = 365,25 \text{ jours (solaires)}$$

Par rapport à une étoile fixe, la Terre effectue en une année un tour de plus dû au fait que la Terre tourne autour du Soleil. D'où :

$$1 \text{ an} = 366,25 \text{ jours sidéraux}$$

Par conséquent :

$$1 \text{ jour sidéral} = \frac{365,25}{366,25} \cdot 1 \text{ jour solaire} = 0,9973 \cdot 24 \text{ h} = 23 \text{ h } 56 \text{ min } 4 \text{ s} = 86164 \text{ s}$$

Dû à la révolution de la Terre autour du Soleil, un jour sidéral est d'environ 4 minutes plus court qu'un jour solaire.

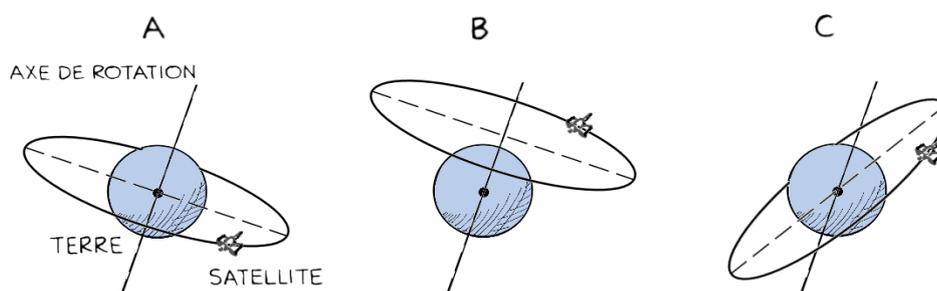
7.3 Tableau de vitesses de libération

Table			
Escape Speeds at the Surface of Bodies in the Solar System			
Astronomical Body	Mass (Earth masses)	Radius (Earth radii)	Escape Speed (km/s)
Sun	333,000	109	620
Sun (at a distance of Earth's orbit)	333,000	23,500	42.2
Jupiter	318	11	60.2
Saturn	95.2	9.2	36.0
Neptune	17.3	3.47	24.9
Uranus	14.5	3.7	22.3
Earth	1.00	1.00	11.2
Venus	0.82	0.95	10.4
Mars	0.11	0.53	5.0
Mercury	0.055	0.38	4.3
Moon	0.0123	0.28	2.4

⁶ Une année est bissextile si elle est divisible par 4 sans être divisible par 100 ou si elle est divisible par 400. Exemples : 1904 et 2000 sont des années bissextiles, 1900 et 2022 ne le sont pas.

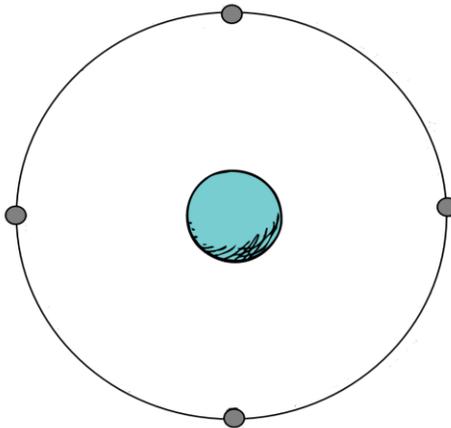
8 Exercices

1. Lorsqu'un satellite se déplace avec une vitesse linéaire constante, alors son orbite est...
 - A. circulaire.
 - B. elliptique.
 - C. de l'une quelconque des formes précédentes.
2. Quelles planètes ont une période de révolution plus petite qu'une « année terrestre ». Pourquoi ?
3. La Terre est plus proche du Soleil en décembre qu'en juin. Lors duquel de ces deux mois la Terre se déplace-t-elle plus vite par rapport au Soleil ?
4. Un objet en mouvement circulaire uniforme subit une force centripète. Qui exerce cette force pour un satellite qui tourne autour de la Terre ?
5. De quelles grandeurs la vitesse d'un satellite terrestre ne dépend-elle pas ?
 - A. la masse du satellite
 - B. la masse de la Terre
 - C. la distance entre les centres de masse du satellite et de la Terre.
6. La planète Mars a une masse d'environ $1/9^{\text{ème}}$ de la masse de la Terre. Si Mars était positionné sur la même orbite que la Terre, sa période de révolution autour du Soleil serait...
 - A. plus petite que celle de la Terre.
 - B. plus grande que celle de la Terre.
 - C. identique à celle de la Terre.
7. Lorsqu'un boulet de canon est tiré du haut d'une montagne, la force gravitationnelle change la vitesse du boulet tout au long de sa trajectoire. Cependant, la force gravitationnelle ne change pas la vitesse d'un satellite en orbite circulaire autour de la Terre. Pourquoi ?
8. On propose trois trajectoires hypothétiques de satellite en mouvement circulaire uniforme autour de la Terre.



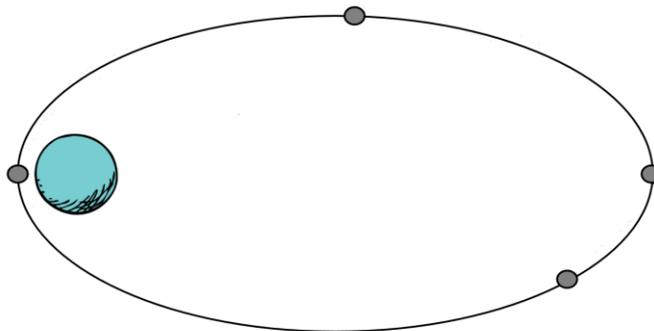
- a. Montrer que, seule, l'une de ces trajectoires est incompatible avec les lois de la mécanique.
 - b. Quelle est la seule trajectoire qui peut correspondre à un satellite géostationnaire ? Justifier.
9. L'énergie mécanique du système Terre-satellite est conservée lorsque le satellite...
 - A. se trouve en orbite circulaire.
 - B. se trouve en orbite elliptique.
 - C. se trouve en l'une quelconque des orbites précédentes

10. La figure ci-dessous montre un satellite en orbite circulaire autour de la Terre.



- a. Représenter (de façon qualitative) la force gravitationnelle exercée sur le satellite en chacune des quatre positions.
- b. Les quatre vecteurs ont-ils même norme ? Justifier.
- c. Est-ce que la force de gravitation effectue un travail sur le satellite ? Justifier.
- d. Est-ce que l'énergie cinétique du satellite varie au cours du mouvement ? Justifier.
- e. Représenter (de façon qualitative) le vecteur vitesse du satellite en chacune des quatre positions.
- f. Est-ce que l'énergie potentielle gravitationnelle du système Terre-satellite varie le long de l'orbite ? Justifier.
- g. Même question pour l'énergie mécanique du système Terre-satellite.

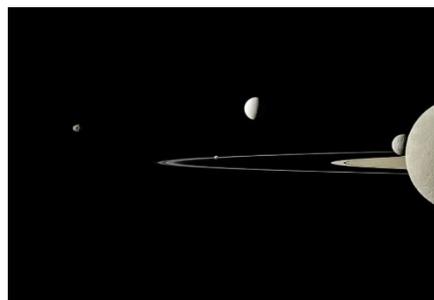
11. La figure ci-dessous montre un satellite en orbite elliptique.



- a. Représenter (de façon qualitative) la force de gravitation exercée sur le satellite en chacune des quatre positions.
- b. Les quatre vecteurs ont-ils même norme ? Justifier.
- c. Existe-t-il des positions où la force de gravitation effectue un travail sur le satellite ? Expliquer.
- d. Comment l'énergie cinétique du satellite évolue-t-elle dans ces cas ? Justifier.
- e. Représenter (de façon qualitative) le vecteur vitesse du satellite en chacune des quatre positions.
- f. Que peut-on dire sur la somme de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle gravitationnelle tout au long de l'orbite ? Justifier.

12. La planète Saturne est entourée de nombreux anneaux et satellites. Voici quelques données relatives à cette planète et à ses satellites :

Satellites	Période de révolution	r (milliers de km)
Saturne	29 a 167 j	1427 000
Janus	16 h 40 min	151,5
Mimas	22 h 37 min	185,8
Encelade	1 d 8 h 53 min	238,3
Téthys	1 d 21 h 18 min	294,9
Dioné	2 d 17 h 41 min	377,9



Courtesy NASA/JPL-Caltech.

Les anneaux sont formés de divers éléments (cailloux, poussières et blocs de glace) non regroupés entre eux et tournant autour de Saturne. On considère que les astres sont ponctuels, que les trajectoires sont circulaires et que le mouvement est uniforme.

- Pour étudier le mouvement des satellites de Saturne, il convient de se placer dans un référentiel particulier que l'on peut appeler « saturnocentrique » par analogie à « géocentrique ». Comment définir le référentiel « saturnocentrique » ?
- Déterminer la masse de Saturne en utilisant les données relatives à l'un des satellites.
- On néglige l'action des éléments les uns sur les autres devant l'action de l'astre sur chacun des éléments. A et B étant deux éléments de deux anneaux différents initialement alignés avec le centre de Saturne, cet alignement sera-t-il conservé ? Justifier la réponse.

13. Pour mieux contrôler des missions martiennes, on aimerait placer un satellite de télécommunication en orbite circulaire autour de Mars dont quelques caractéristiques sont données dans le tableau ci-contre. On voudrait que ce satellite soit « marsostationnaire », par analogie à « géostationnaire ».

Planète Mars	
Masse	$6,42 \cdot 10^{23}$ kg
Période de révolution	687 jours
Période de rotation	24,62 heures
Rayon équatorial	3398 km

- Comment pourrait-on définir un satellite « marsostationnaire » ?
 - Déterminer l'altitude et la vitesse linéaire auxquelles devrait évoluer un tel satellite.
14. Calculer la vitesse d'impact minimale d'une météorite sur la Lune ($R_L = 1\,740$ km; $M_L = 7,35 \cdot 10^{22}$ kg).
15. Un projectile est lancé verticalement vers le haut à partir du pôle Nord avec une vitesse initiale de 7,0 km/s, vitesse inférieure à la vitesse de libération de 11,2 km/s. Calculer la hauteur maximale atteinte par le projectile. On négligera la résistance de l'air atmosphérique.
16. Un satellite de masse 500 kg orbite la Terre sur une orbite circulaire de rayon 1000 km. Calculer l'énergie nécessaire pour augmenter le rayon de 100 km.

Crédits Photos

© NASA/CREW-2/ISS066-E-081311 (8 Nov. 2021) – **page titre** (domaine public)

© NASA / S120-E-008531 (5 Nov. 2007) – **p.6** (domaine public)

© Courtesy NASA/JPL-Caltech. – **p. 19**

Crédits Illustrations

Des remerciements particuliers sont adressés à Paul G. HEWITT. Les illustrations sont, sauf indication contraire, l'œuvre de Paul G. Hewitt et des auteurs du cours. Les illustrations de Paul G. HEWITT ont été retravaillées par Laurent HILD, avec l'autorisation écrite et personnelle de l'auteur. Les illustrations originales sont des livres :

© HEWITT, Paul G., *Conceptual physics*, 2015, Pearson

© HEWITT, Paul G., SUCHOCKI John, *Conceptual physical science – Practice Book*, 2012, Pearson

© EPSTEIN Lewis C., HEWITT, Paul G., *Thinking Physics* – 1981, Insight Press

3.

Mouvement dans un champ magnétique



© Denis Belitsky Shutterstock.com

Sommaire

1	Force de Lorentz (Rappel).....	1
1.1	Définition	1
1.2	Caractéristiques	1
2	Étude du mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique uniforme	2
2.1	Cas particulier : $\vec{v}_0 \perp \vec{B}$	2
2.2	Cas particulier : $\vec{v}_0 \parallel \vec{B}$	3
2.3	Cas général.....	3
3	Applications	4
3.1	Spectromètre de masse	4
3.1.1	Utilité	4
3.1.2	Description et principe de fonctionnement	4
3.1.3	Remarque : masse et charge d'un ion	5
3.2	Cyclotron.....	5
3.2.1	Utilité	5
3.2.2	Description et principe de fonctionnement	6
4	Pour en savoir plus.....	8
4.1	L'aurore polaire.....	8
4.2	Ceintures Van Allen.....	8
5	Exercices	9

1 Force de Lorentz (Rappel)

1.1 Définition

Une particule de charge q se déplaçant avec un vecteur vitesse \vec{v} dans un champ magnétique \vec{B} subit une force magnétique \vec{F}_m , appelée **force de Lorentz**, telle que :

$$\vec{F}_m = q \vec{v} \times \vec{B}$$

Le symbole \times (ou \wedge) est l'opérateur mathématique du produit vectoriel.

1.2 Caractéristiques

1. **Point d'application** : la particule de charge q
2. **Direction** : perpendiculaire au plan formé par $q\vec{v}$ et \vec{B} (fig. 1)
3. **Sens** : déterminé à l'aide de la règle de la main droite (fig. 2) :
 - Le pouce suivant $q\vec{v}$ (dans le sens de \vec{v} si $q > 0$, dans le sens opposé si $q < 0$)
 - L'index suivant le champ magnétique \vec{B}
 - Le majeur indique alors le sens de la force magnétique \vec{F}_m
4. **Intensité (norme)** : $F_m = |q| v B \sin \alpha$, où α est l'angle formé entre $q\vec{v}$ et \vec{B}

L'intensité F_m correspond à l'aire du parallélogramme formé par $q\vec{v}$ et \vec{B} .

$$\text{Unité SI : } N = C \cdot \frac{m}{s} \cdot T$$

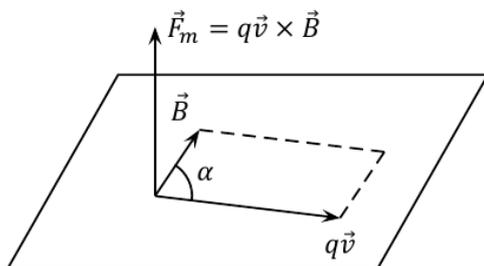


Fig. 1 : Direction de la force de Lorentz

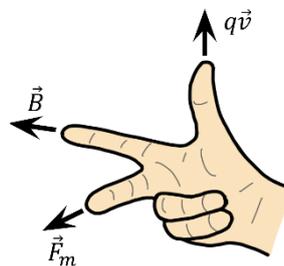


Fig. 2 : Règle de la main droite

Remarques

- Une particule ne subit pas de force de Lorentz :
 - si elle est électriquement neutre ($q = 0$)
 - si elle est au repos ($v = 0$)
 - en l'absence de champ magnétique ($B = 0$)
 - si elle se déplace dans la direction du champ magnétique ($\alpha = 0$ ou $180^\circ \Rightarrow \sin \alpha = 0$)
- Une particule subit une force de Lorentz maximale si elle se déplace perpendiculairement au champ magnétique ($\alpha = 90^\circ : F_m = |q| v B \underbrace{\sin 90^\circ}_1 = |q| v B$)
- Puisque la force de Lorentz est toujours normale au vecteur vitesse de la particule, elle n'effectue aucun travail sur la particule. D'après le TEC, un champ magnétique peut dévier une particule chargée en mouvement, mais il ne peut jamais varier la norme de la vitesse ! *Le mouvement d'une particule sous l'influence seule d'un champ magnétique est donc toujours uniforme.*

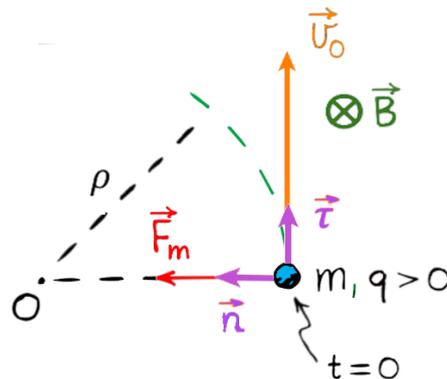


2 Étude du mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique uniforme

Considérons une particule de masse m et de charge $q > 0$ qui pénètre à l'instant $t = 0$ en un point A d'un champ magnétique uniforme \vec{B} avec une vitesse initiale \vec{v}_0 .

2.1 Cas particulier : $\vec{v}_0 \perp \vec{B}$

On suppose que \vec{v}_0 est perpendiculaire à \vec{B} . On note ρ le rayon de courbure de la trajectoire.



- Système : particule de masse m et de charge $q > 0$
- Référentiel : terrestre, considéré comme galiléen
- On suppose que la particule se déplace dans le vide et qu'elle subit uniquement la force de Lorentz $\vec{F}_m = q \vec{v} \times \vec{B}$ exercée par le champ magnétique, le poids étant négligeable devant la force de Lorentz.

Plan de la trajectoire

Dans le cas où $\vec{v}_0 \perp \vec{B}$, le mouvement de la particule est plan. Il s'effectue dans le plan perpendiculaire à \vec{B} et contenant \vec{v}_0 .

Vecteur accélération

D'après le principe fondamental de la dynamique :

$$\begin{aligned}\vec{F}_m &= m \vec{a} \\ q \vec{v} \times \vec{B} &= m \vec{a} \\ \vec{a} &= \frac{q}{m} \vec{v} \times \vec{B}\end{aligned}$$

Puisque le vecteur accélération \vec{a} est perpendiculaire au plan formé par le vecteur vitesse \vec{v} et le vecteur champ magnétique \vec{B} , le vecteur accélération et la force de Lorentz sont centripètes. Ainsi, le vecteur accélération s'écrit :

$$\vec{a} = \frac{|q|}{m} v B \vec{n} \quad (1)$$

Vitesse linéaire et rayon de la trajectoire

En analysant la composante tangentielle \vec{a}_τ et la composante normale \vec{a}_n vecteur accélération séparément, l'expression (1) permet de conclure que :

- $a_\tau = \frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow v = \text{const} = v_0$

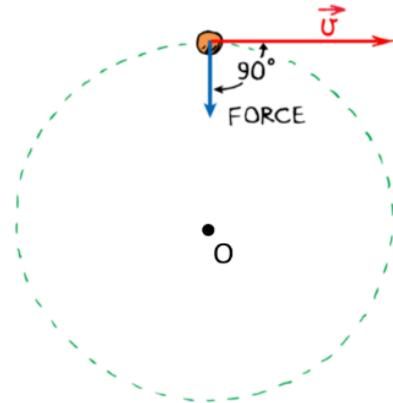
Le mouvement est *uniforme*¹.

En effet, la force de Lorentz \vec{F}_m agit à tout instant perpendiculairement au déplacement de la particule et n'effectue donc aucun travail. Selon le TEC :

$$\Delta E_c = W(\vec{F}_m) = 0 \Rightarrow E_c = \text{const} \Rightarrow v = \text{const}$$

- $a_n = \frac{|q|}{m} v B \Leftrightarrow \frac{v^2}{\rho} = \frac{|q|}{m} v B \Rightarrow \rho = \frac{m v}{|q| B} = \text{const} = r$

Le rayon de courbure est constant : le mouvement est *circulaire*.



Vitesse angulaire

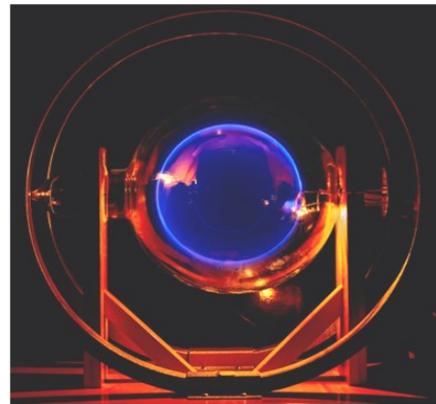
$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{|q| B}{m}$$

Période

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi m}{|q| B}$$

Fréquence

$$f = \frac{1}{T} = \frac{|q| B}{2\pi m}$$



À noter que la vitesse angulaire ω , la période T et la fréquence f sont *indépendantes de la vitesse v de la particule et du rayon r de la trajectoire*. Pour une intensité B du champ magnétique donnée, elles ne dépendent que du rapport entre la masse et la charge de la particule.

2.2 Cas particulier : $\vec{v}_0 \parallel \vec{B}$

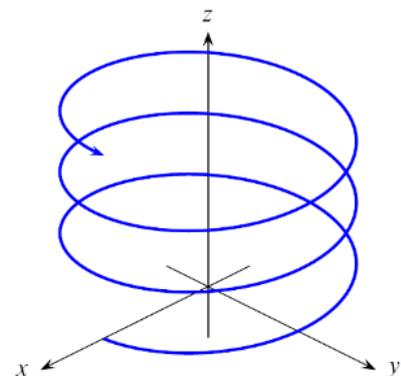
Dans le cas où $\vec{v}_0 \parallel \vec{B}$, la force de Lorentz est constamment nulle. D'après le principe d'inertie (1^{re} loi de Newton), la particule sera animée d'un MRU.

2.3 Cas général

Lorsque \vec{v}_0 n'est ni perpendiculaire à \vec{B} , ni parallèle à \vec{B} , on décompose la vitesse initiale \vec{v}_0 en une composante $\vec{v}_{0\perp}$ perpendiculaire à \vec{B} et une composante \vec{v}_{0z} parallèle à \vec{B} .

D'après les cas particuliers ci-dessus et d'après le principe de l'indépendance des mouvements, le mouvement de la particule est **hélicoïdal**. Il peut être considéré comme superposition :

- d'un MCU de vitesse $\vec{v}_{0\perp}$ dans un plan perpendiculaire à \vec{B} ;
- d'un MRU de vitesse \vec{v}_{0z} en direction de \vec{B} .



¹ La particule se déplaçant toujours dans le sens positif de la trajectoire, on a que $v_\tau = v$ et $a_\tau = \frac{dv_\tau}{dt} = \frac{dv}{dt}$.

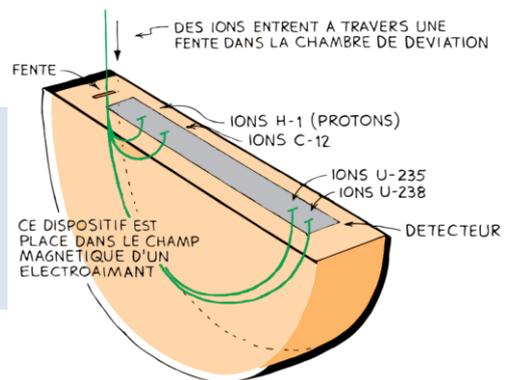
3 Applications

3.1 Spectromètre de masse

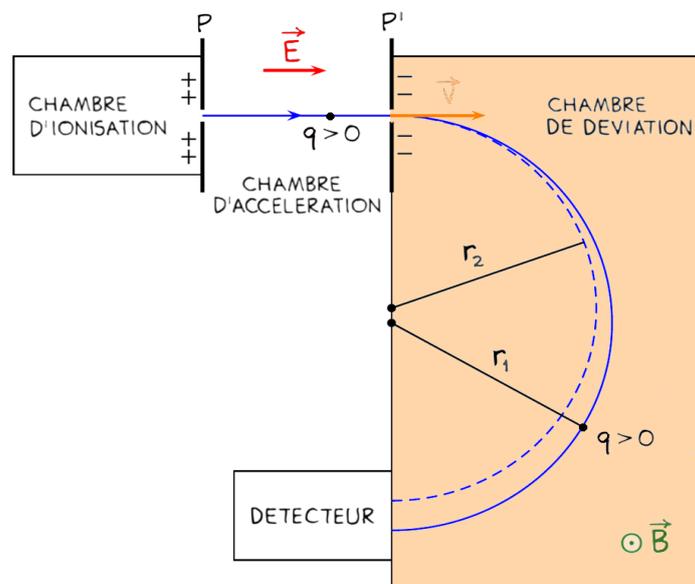
3.1.1 Utilité

Le **spectromètre de masse** est un instrument qui sert :

- à déterminer la masse d'un ion de charge connue ;
- à séparer différents ions selon leur rapport entre masse et charge.



3.1.2 Description et principe de fonctionnement



Le spectromètre de masse comporte quatre parties :

- La **chambre d'ionisation** sert à ioniser les atomes ou molécules à analyser.
- La **chambre d'accélération** est constituée par deux plaques planes et parallèles P et P' entre lesquelles règne un champ électrique \vec{E} uniforme. Il accélère les ions qui y entrent à travers une fente avec des vitesses négligeables. La vitesse acquise par un ion de masse m et de charge q vérifie d'après le théorème de l'énergie cinétique (TEC) :

$$\frac{1}{2} m v^2 = |q| U_{acc} \quad (2)$$

où U_{acc} est la tension d'accélération appliquée entre les plaques P et P'.

- La **chambre de déviation** est plongée dans un champ magnétique uniforme \vec{B} , d'intensité connue, qui dévie les ions provenant de la chambre d'accélération et qui leur impose des trajectoires semi-circulaires de rayon :

$$r = \frac{m v}{|q| B} \quad (3)$$

- Le **détecteur** enregistre les positions des points d'impact des ions, ce qui permet de déterminer le rayon des trajectoires.

D'après les équations (2) et (3), le rayon r dépend du rapport entre la masse et la charge. Si la charge de la particule est connue, sa masse peut donc être déduite du rayon de sa trajectoire.

■ As-tu compris ?

1. Montrer à l'aide des expressions (2) et (3) que :

a. le rayon de la trajectoire est proportionnel à $\sqrt{\frac{m}{|q|}}$

b. la masse d'un ion peut s'écrire :

$$m = \frac{|q| B^2 r^2}{2 U_{acc}}$$

2. Quelles modifications faudrait-il apporter au spectromètre de masse montré sur la figure de la page précédente pour qu'il puisse analyser des ions négatifs ?

3.1.3 Remarque : masse et charge d'un ion

Les masses des atomes et des ions sont souvent exprimées dans l'**unité de masse atomique**, qui est définie comme un douzième de la masse d'un atome neutre de carbone 12 :

$$1 \text{ u} = \frac{1}{12} m(^{12}\text{C}) = 1,6605 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

L'unité de masse atomique est environ égale à la masse d'un nucléon :

$$1 \text{ u} \simeq m_p \simeq m_n$$

La masse m d'un ion est approximativement égale à la somme des masses de ses nucléons. (Les masses des électrons et les énergies de liaison ne donnent lieu qu'à de petites corrections, voir chapitre « Physique nucléaire ».)

La charge q d'un ion est égale à un multiple entier de la charge élémentaire $e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

Exemple :

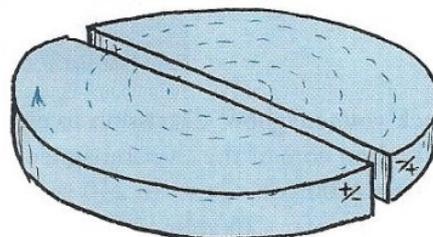
Pour l'ion $^{32}\text{S}^{2-}$ la masse vaut environ $m \simeq 32 \text{ u}$ et la charge $q = -2e$.

3.2 Cyclotron²

3.2.1 Utilité

Le **cyclotron** est un accélérateur de particules chargées (protons, ions positifs, ions négatifs) à haute énergie pour p.ex. :

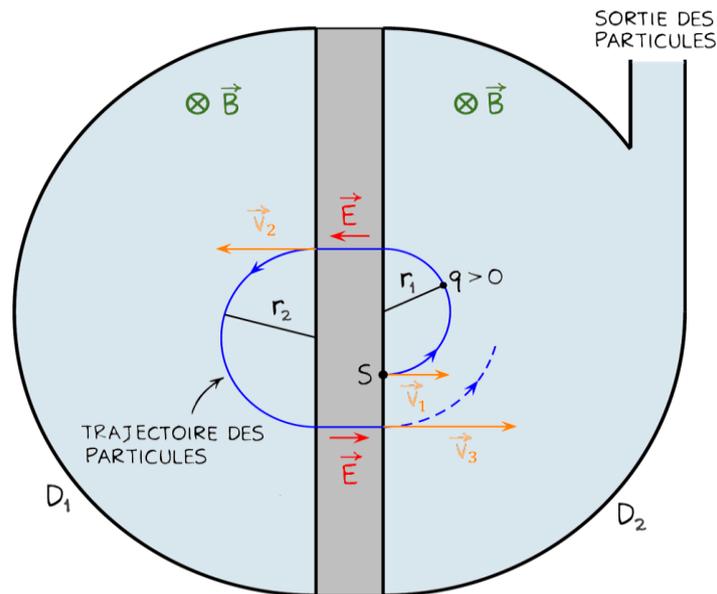
- analyser la structure des noyaux atomiques et les réactions nucléaires ;
- produire des isotopes radioactifs utilisés en médecine ;
- traiter le cancer en bombardant les cellules de tumeur cancéreuses.



² Le cyclotron fut développé par Ernest Orlando Lawrence (1901-1958) et son étudiant M.S. Livingston au début des années 1930. Lawrence a reçu le prix Nobel de physique en 1939 « pour l'invention et le développement du cyclotron, et pour les résultats de recherches obtenus grâce au cyclotron ».

3.2.2 Description et principe de fonctionnement

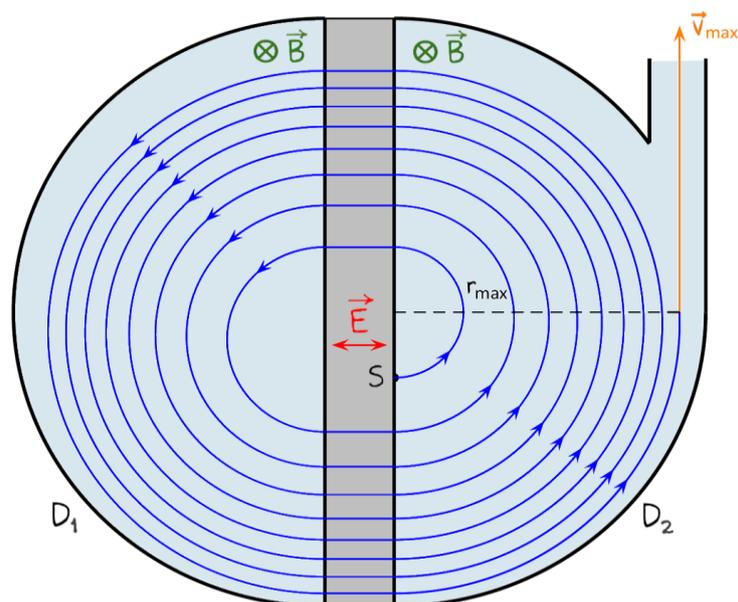
Le cyclotron comporte deux demi-cylindres creux D_1 et D_2 , appelés « dés » (vu que leur forme ressemble à la lettre « D ») ; ils sont séparés par un interstice (en gris sur la figure) :



Les particules chargées sont injectées par la source S située plus ou moins au centre du dispositif dans l'un des dés avec une faible vitesse \vec{v}_1 .

Les dés sont plongés dans un champ magnétique uniforme \vec{B} , parallèle à l'axe des dés, qui sert à dévier les particules et à leur imposer des trajectoires semi-circulaires. Entre les dés, les particules sont accélérées à chaque demi-tour par un champ électrique qui doit être orienté dans le bon sens lorsque la particule sort d'un dé. Comme la période de rotation des particules est indépendante de leur vitesse, on inverse le sens du champ électrique en appliquant aux dés une tension alternative qui varie suivant la même période. Les particules décrivent ainsi des demi-cercles de plus en plus grands et à des vitesses de plus en plus élevées.

Après plusieurs tours, la particule est éjectée du cyclotron avec une vitesse $v_{\max} \gg v_1$ en un point correspondant au rayon maximal r_{\max} .



■ **As-tu compris ?**

3. Quelle est l'influence des champs électrique et magnétique sur le mouvement des particules chargées à l'intérieur d'un cyclotron ? Expliquer brièvement.
4. Montrer par un calcul qu'à la sortie du cyclotron, la vitesse maximale d'une particule donnée dépend seulement de l'intensité B du champ magnétique et du rayon maximal r_{\max} .

Exercice résolu

On utilise un cyclotron pour accélérer des ions $^{15}\text{N}^{2+}$ depuis le repos. Le diamètre du cyclotron vaut 200 cm et il est siège d'un champ magnétique uniforme d'intensité 1,30 T. La tension appliquée aux dés vaut 40,0 kV. Calculer :

- a. la fréquence de la tension alternative ;
- b. l'énergie cinétique maximale ;
- c. le nombre de tours effectués par les ions.

Solution :

Notons tout d'abord que la masse de l'ion $^{15}\text{N}^{2+}$ vaut en bonne approximation 15 u et que sa charge vaut $2e$.

a. Fréquence : $f = \frac{q B}{2\pi m}$

A.N. : $f = \frac{2 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \cdot 1,30}{2\pi \cdot 15 \cdot 1,6605 \cdot 10^{-27}} = 2,66 \cdot 10^6 \text{ Hz} = 2,66 \text{ MHz}$

- b. Vitesse maximale :

$$r_{\max} = \frac{m v_{\max}}{q B} \Leftrightarrow v_{\max} = \frac{q r_{\max} B}{m}$$

A.N. : $v_{\max} = \frac{2 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \cdot 1,00 \cdot 1,30}{15 \cdot 1,6605 \cdot 10^{-27}} = 1,672 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Énergie cinétique maximale : $E_{c,\max} = \frac{1}{2} m v_{\max}^2$

A.N.³ : $E_{c,\max} = \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 1,6605 \cdot 10^{-27} \cdot (1,672 \cdot 10^7)^2 = 3,48 \cdot 10^{-12} \text{ J} = 21,7 \text{ MeV}$

- c. L'ion est accéléré deux fois par tour. D'après le TEC, le gain d'énergie par tour vaut :

$$\Delta E_c = W(\vec{F}_e) = 2 q U_{acc} = 2 \cdot 2e \cdot 40,0 \text{ kV} = 160 \text{ keV}$$

Le nombre N de tours vaut donc :

$$N = \frac{E_{c,\max}}{\Delta E_c} = \frac{21,7 \text{ MeV}}{160 \text{ keV}} = 136$$

³ Un électronvolt est l'énergie qu'une particule, qui porte la charge élémentaire e , acquiert lorsqu'elle est accélérée sous une tension de 1V : $1 \text{ eV} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

4 Pour en savoir plus

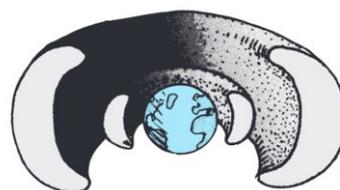
4.1 L'aurore polaire

L'**aurore polaire** (cf. figure de la page titre) est un phénomène lumineux qui a lieu dans la haute atmosphère. La Terre est en permanence bombardée par des particules chargées en provenance de l'espace. Ce **rayonnement cosmique** est composé de particules chargées, avant tout des électrons et des protons venant du Soleil (vent solaire). Elles sont déviées par le champ magnétique terrestre et suivent les lignes de champ sur des trajectoires hélicoïdales. Au niveau des pôles, les particules entrent en collision avec les molécules de l'air atmosphérique. Les molécules sont alors excitées ou ionisées et émettent de la lumière lorsqu'elles se dés excitent. La couleur de la lumière dépend de la nature du gaz.

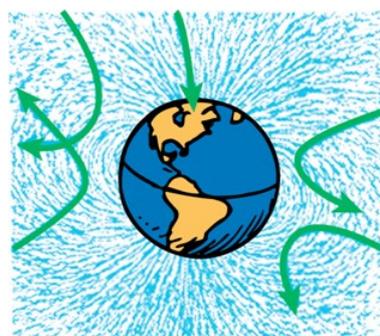


4.2 Ceintures Van Allen

Certaines particules du rayonnement cosmique sont piégées dans le champ magnétique en faisant des allers-retours entre les pôles magnétiques de la Terre. Elles forment les ceintures de **Van Allen**⁴, constituées de deux anneaux en forme de beignet. L'anneau intérieur est centré à une altitude d'environ 3200 km au-dessus de la surface terrestre ; l'anneau extérieur, plus grand et plus large, est centré à une altitude d'environ 16000 km. La plupart des particules chargées piégées dans la ceinture externe proviennent du vent solaire. Les particules piégées dans la ceinture intérieure proviennent en majeure partie de l'atmosphère terrestre. Leur nombre a augmenté à cause des nombreux tests de bombes à hydrogène réalisés en haute altitude.



Malgré le champ magnétique terrestre, de nombreux rayons cosmiques « secondaires » atteignent la surface de la Terre. Ce sont des particules créées lors des collisions des particules du rayonnement cosmique primaire avec les noyaux atomiques de la haute atmosphère. Le bombardement par le rayonnement cosmique est le plus intense aux pôles magnétiques car les particules chargées qui frappent la Terre ne traversent pas les lignes de champ magnétique, mais se déplacent le long des lignes de champ et ne sont donc pas déviées. Le rayonnement cosmique est le moins intense dans les régions équatoriales. Aux latitudes moyennes, environ cinq particules frappent chaque centimètre carré chaque minute au niveau de la mer. Ce nombre augmente rapidement avec l'altitude. Les rayons cosmiques pénètrent donc dans ton corps pendant que tu lis ce cours.



⁴ Nommées en l'honneur de James Van Allen qui a suggéré leur existence à partir des données recueillies par le satellite américain Explorer I en 1958.

5 Exercices

1. Une particule chargée négativement de poids négligeable pénètre avec une vitesse \vec{v}_0 dans différents champs uniformes qui peuvent être électrique ou magnétique. Indiquer, selon le mouvement ultérieur de la particule, de quel type de champ il s'agit. Faire dans les quatre cas un croquis et représenter la trajectoire de la particule, la force qu'elle subit et le vecteur-champ en question. Justifier le choix.

Dès qu'elle entre dans le champ, la particule décrit...

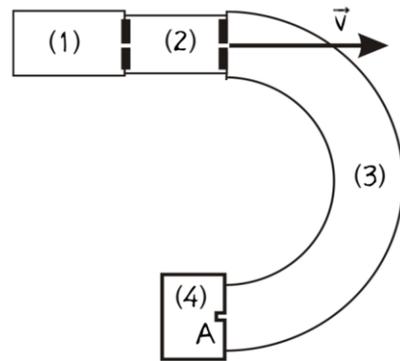
- un mouvement rectiligne uniforme ;
 - un mouvement rectiligne uniformément retardé ;
 - un mouvement circulaire uniforme ;
 - un mouvement parabolique.
2. Un proton et une particule α pénètrent avec la même vitesse \vec{v} dans une région de l'espace où règne un champ magnétique uniforme \vec{B} .



- Vers où est dévié le proton, respectivement la particule α ? Expliquer.
 - Comparer l'intensité des forces subies par les deux particules chargées. Expliquer.
 - Comparer l'accélération subies par les deux particules chargées. Expliquer.
 - Comparer le rayon des trajectoires circulaires suivies par les deux particules chargées. Expliquer.
 - Comparer la fréquence de rotation des deux particules chargées. Expliquer.
3. Un électron est envoyé avec une vitesse \vec{v}_0 horizontale de norme $2 \cdot 10^7$ m/s dirigée vers la droite dans une région de l'espace où règne un champ magnétique uniforme de norme 10 mT, perpendiculaire au vecteur vitesse.
- Faire une figure et préciser le sens de \vec{B} pour que l'électron soit dévié vers le bas.
 - Donner les caractéristiques de la force qu'il subit et calculez sa norme. Comparer celle-ci à celle de son poids \vec{P} .
 - Calculer le rayon R de la trajectoire et la durée nécessaire T pour parcourir un tour complet.
 - On double la vitesse initiale. Comment varient le rayon et la période ? Justifier.
 - Qu'est-ce qui change, lorsqu'on envoie la particule avec une vitesse initiale identique, mais parallèle au champ magnétique ? Justifier.
4. Peut-on séparer des ions $^{12}\text{C}^{3+}$ et $^{16}\text{O}^{4+}$ à l'aide d'un spectromètre de masse ? Justifier.

5. Voici le schéma d'un spectromètre de masse :

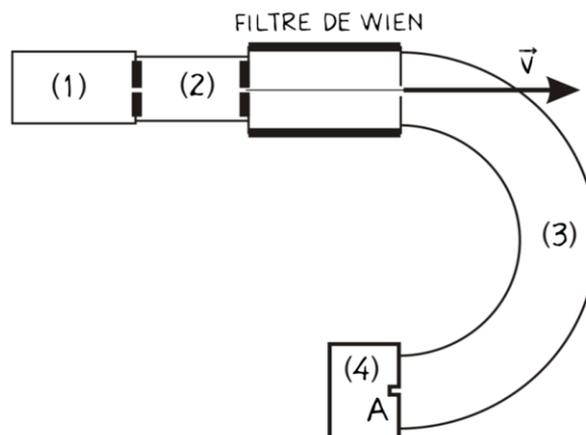
- Préciser la nature des différents constituants de ce dispositif et rappelez son utilité.
- Quelle est la nature du mouvement de particules chargées dans chacune des chambres ?
- Application :
Des ions $^{35}\text{Cl}^+$ sont accélérés sous une tension de 500 V. (On néglige le poids devant les autres forces qui interviennent).



- Déterminer les caractéristiques (direction, sens, norme) du champ magnétique qui doit régner dans la cavité hémicyclindrique pour que les ions viennent frapper le détecteur en A à 40 cm de l'endroit où ils pénètrent dans la chambre.
- Etablir une relation entre le rayon de la trajectoire des ions et la tension accélératrice. En déduire à quelle distance de A se trouve le lieu d'impact d'ions $^{37}\text{Cl}^+$ accélérés sous la même tension.

On donne : $m(^{35}\text{Cl}^+) = 34,968 \text{ u}$ et $m(^{37}\text{Cl}^+) = 36,965 \text{ u}$

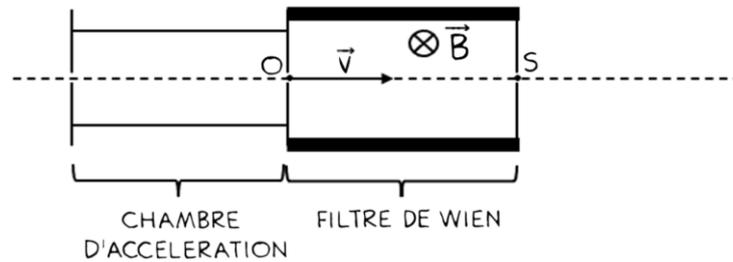
6. On intercale entre la chambre d'accélération (2) et la chambre de déviation (3) d'un spectromètre de masse un filtre (appelé **filtre de vitesse** ou **filtre de Wien**) tel que, pour un type d'ions donné, uniquement les particules ayant la même vitesse \vec{v} pénètrent dans la chambre (3). A l'intérieur du filtre règnent un champ magnétique \vec{B} et un champ électrique \vec{E} dont les effets conjugués se compensent pour les particules ayant la vitesse \vec{v} (c.-à-d. que leur mouvement est rectiligne et uniforme à travers le filtre).



- Sachant que l'intensité du champ magnétique est 150 mT, déterminer les caractéristiques (direction, sens et norme) du champ électrique \vec{E} qu'il faut superposer à \vec{B} pour que toutes les particules arrivent dans la chambre (3) avec la même vitesse de $5,25 \cdot 10^5 \text{ m/s}$.
- Sachant que les particules traversant le filtre ont été accélérées dans la chambre d'accélération sous une tension U_{acc} , laquelle des affirmations suivantes est correcte ?

- A. $B \sim U_{acc}$ B. $B \sim \sqrt{U_{acc}}$ C. $B \sim \frac{1}{U_{acc}}$ D. $B \sim \frac{1}{\sqrt{U_{acc}}}$

7. Différentes particules, supposées chargées positivement, sont créées dans une chambre d'ionisation et pénètrent avec une vitesse négligeable dans une chambre d'accélération où elles sont accélérées linéairement à l'aide d'une tension accélératrice U_{acc} . Elles pénètrent ensuite dans un filtre de vitesse ou filtre de Wien tel que, uniquement les particules ayant la vitesse d'entrée voulue \vec{v} en O, parviennent à sortir du filtre avec la même vitesse de sortie \vec{v} en S. A l'intérieur du filtre règne un champ magnétique \vec{B} , tel qu'indiqué sur la figure de la page suivante, et un champ électrique \vec{E} dont les effets conjugués se compensent pour les particules ayant la vitesse d'entrée \vec{v} voulue.



- Redessiner le filtre de Wien et indiquer sur la figure le champ électrique \vec{E} , la force de Lorentz \vec{F}_m ainsi que la force électrique \vec{F} pour une particule ayant la vitesse d'entrée \vec{v} voulue. Quelle relation existe entre les forces s'exerçant sur la particule ? Justifier.
 - Tracer sur la figure précédente l'allure approximative de la trajectoire d'une particule ayant une vitesse d'entrée trop petite. Justifier.
8. Dans un centre de recherche, des particules α sont accélérées dans un cyclotron avant d'être lancées contre une cible. Le cyclotron a un rayon de 5 m. Les particules α sont accélérées à partir du repos et sortent du cyclotron avec une vitesse de 2500 km/s.
- Faire un schéma d'un cyclotron et indiquer les vecteurs champs qui y règnent et les forces qui s'appliquent à la particule sur sa trajectoire. Expliquer le fonctionnement de cet accélérateur de particules.
 - Calculer l'intensité du champ magnétique dans les dés pour que les particules sortent avec la vitesse désirée.
 - Sachant que la tension entre les dés à une valeur de 540 V, déterminer l'augmentation d'énergie cinétique à chaque accélération.
 - En déduire le nombre de tours qu'une particule α parcourt dans le cyclotron avant de sortir.
 - Vrai ou faux ? Justifier. « Si on accélère des protons au lieu des particules α , les protons sortent du même cyclotron avec une vitesse deux fois plus élevée. »
9. Vrai ou faux ? Donner une réponse sans justification.
 Dans un cyclotron donné, la vitesse maximale atteinte par une particule chargée, dépend...
- de la nature des particules
 - du rayon des dés
 - de l'intensité du champ électrique entre les dés
 - de l'intensité du champ magnétique entre les dés
 - de la masse des particules

Crédits Photos

© Denis Belitsky / Shutterstock.com (1579360606) – **page titre** (aurore polaire)

© Henri Weyer – **p.3** (déviation d'un faisceau d'électrons)

Crédits Illustrations

Des remerciements particuliers sont adressés à Paul G. HEWITT. Les illustrations sont, sauf indication contraire, l'œuvre de Paul G. Hewitt et des auteurs du cours. Les illustrations de Paul G. HEWITT ont été retravaillées par Laurent HILD, avec l'autorisation écrite et personnelle de l'auteur. Les illustrations originales sont des livres :

© HEWITT, Paul G., *Conceptual physics*, 2015, Pearson

© HEWITT, Paul G., SUCHOCKI John, *Conceptual physical science – Practice Book*, 2012, Pearson

© EPSTEIN Lewis C., HEWITT, Paul G., *Thinking Physics* – 1981, Insight Press

4.

Oscillations



Sommaire

1	Oscillateur mécanique harmonique	1
1.1	Caractéristiques	1
1.2	Expression de l'énergie potentielle	3
1.3	Équation différentielle du mouvement	3
1.1.1	Par la relation fondamentale de la dynamique	3
1.1.2	Par le principe de la conservation de l'énergie mécanique.....	4
1.4	Solution de l'équation différentielle.....	5
1.5	Exemples d'oscillateurs harmoniques	7
1.1.3	Pendule élastique	7
1.1.4	Pendule simple.....	8
1.6	Généralisation.....	11
1.7	Oscillations amorties	12
2	Oscillations forcées et résonance	13
3	Exercices	15

Les oscillations font partie des phénomènes les plus communs en physique. Un pendule simple, l'aile d'un avion, un pont, un gratte-ciel, la suspension d'une voiture, une molécule diatomique et bien d'autres encore sont des systèmes qui présentent des oscillations. L'analyse de ces systèmes est réalisée avec des méthodes similaires qui seront développées dans la suite pour des systèmes mécaniques simples.



1 Oscillateur mécanique harmonique

Une **oscillation mécanique** est un mouvement de va-et-vient autour d'une position d'équilibre du système.

Les systèmes mécaniques simples qui présentent des oscillations sont constitués par exemple d'un corps solide fixé à un fil ou à un ressort, une corde, une bille se déplaçant dans un bol, etc. Un tel système est appelé **oscillateur mécanique**. Le mouvement d'un oscillateur mécanique est caractérisé et décrit par un certain nombre de grandeurs physiques.



1.1 Caractéristiques

Une oscillation est un mouvement périodique qui se répète après un certain temps, appelé **période** et noté T . L'unité SI de période est la seconde (s).

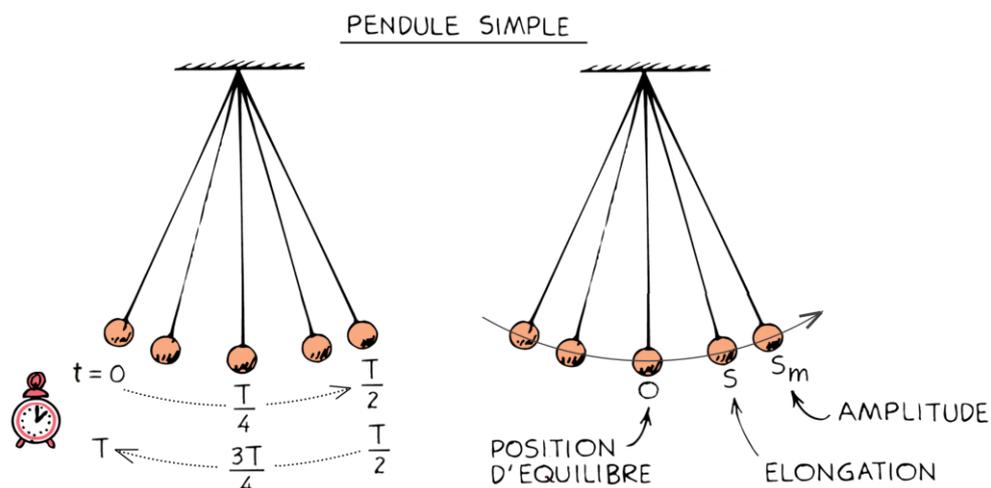
La **fréquence** f de l'oscillateur est égale au nombre d'oscillations par seconde. L'unité SI de fréquence est le hertz (Hz).

Comme la durée d'une oscillation est égale à la période T , le nombre d'oscillations en une seconde est égal à l'inverse de la période, donc :

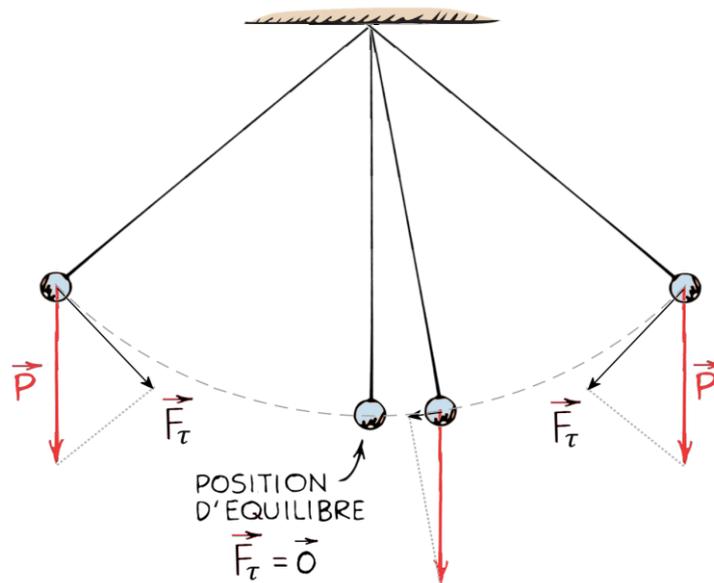
$$f = \frac{1}{T}$$

L'**élongation** s est l'abscisse curviligne de la position du centre de masse du corps solide sur sa trajectoire, pour laquelle on définit un sens positif et dont l'origine est choisie à la position d'équilibre du système.

L'**amplitude** s_m des oscillations est l'élongation maximale.



Quand l'oscillateur s'écarte de sa position d'équilibre, la résultante \vec{F}_τ des forces tangentielles qui s'appliquent sur le solide doit changer le mouvement du corps de sorte qu'il repasse par sa position d'équilibre. Cette résultante, appelée **force de rappel**, assure les oscillations du système.



Lorsque l'intensité de la force de rappel est proportionnelle à l'élongation, l'oscillateur est appelé **harmonique**. La coordonnée tangentielle de la force de rappel s'écrit alors :

$$F_\tau = -C s$$

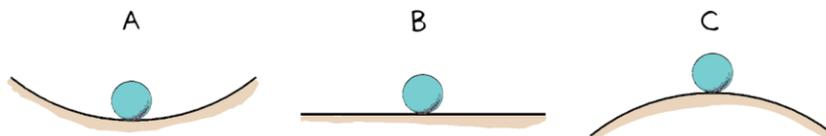
où C est le coefficient de proportionnalité qui dépend des propriétés du système.

Le signe négatif est nécessaire pour que la force de rappel soit en toute position dirigée vers la position d'équilibre. La force s'annule en $s = 0$ où le système est en équilibre.

Le pendule simple est un oscillateur harmonique dans la limite des faibles amplitudes, c'est-à-dire pour des amplitudes angulaires inférieures à 10° .

■ As-tu compris ?

1. Une bille est libre de se déplacer sur un support. Dans quel cas la bille peut-elle effectuer des oscillations ?



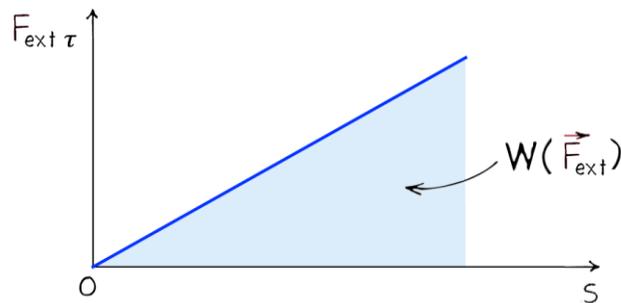
2. Quelle condition doit satisfaire un système mécanique pour qu'il puisse présenter des oscillations ? Quelle est la condition supplémentaire pour que ces oscillations soient harmoniques ?
3. Un corps effectue 4 oscillations en 10 s. Sa trajectoire est un segment de droite de longueur 8 cm centré sur sa position d'équilibre. Déterminer :
 - a. les valeurs possibles de l'élongation
 - b. l'amplitude
 - c. la période
 - d. la fréquence

1.2 Expression de l'énergie potentielle

La variation de l'énergie potentielle du système est égale au travail entre la position d'équilibre et la position s d'une force extérieure \vec{F}_{ext} opposée à la force de rappel :

$$\Delta E_p = W(\vec{F}_{\text{ext}}) = W(-\vec{F})$$

Ce travail peut être déterminé par la méthode des aires. La représentation de la coordonnée tangentielle $F_{\text{ext } \tau}$ de la force extérieure en fonction de s est une droite passant par l'origine.



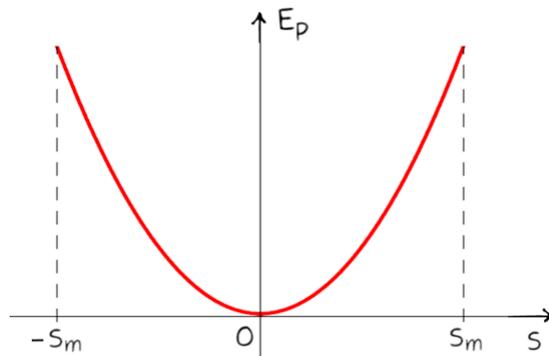
L'aire en dessous de la droite vaut :

$$W(\vec{F}_{\text{ext}}) = \frac{1}{2} F_{\text{ext } \tau} s$$

Avec $F_{\text{ext } \tau} = -F_{\tau} = C s$ et en fixant l'énergie potentielle dans la position d'équilibre à zéro, l'expression pour l'énergie potentielle est :

$$E_p = \frac{1}{2} C s^2 \quad (1)$$

La représentation graphique de l'énergie potentielle E_p d'un oscillateur harmonique en fonction de l'élongation s est une parabole symétrique autour de la position d'équilibre $s = 0$.



1.3 Équation différentielle du mouvement

1.1.1 Par la relation fondamentale de la dynamique

En appliquant la deuxième loi de Newton au corps de masse m , dans la direction tangentielle :

$$m a_{\tau} = F_{\tau} \Leftrightarrow a_{\tau} = \frac{F_{\tau}}{m}$$

Avec $a_{\tau} = \ddot{s}$ et $F_{\tau} = -C s$, il vient :

$$\ddot{s} = -\frac{C}{m} s$$

Cette relation est l'**équation différentielle** du mouvement de l'oscillateur harmonique.

1.1.2 Par le principe de la conservation de l'énergie mécanique

L'énergie mécanique est égale à la somme de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle du système oscillant. Pour un système isolé et en absence de frottements l'énergie mécanique est conservée.

L'énergie cinétique du système se réduit à celle du corps de masse m :

$$E_c = \frac{1}{2} m v_\tau^2$$

La conservation de l'énergie mécanique se traduit par :

$$E_{méc} = \text{constante} \Leftrightarrow \frac{dE_{méc}}{dt} = \frac{d\left(\frac{1}{2} m v_\tau^2 + \frac{1}{2} C s^2\right)}{dt} = 0$$

D'où :

$$\frac{1}{2} m 2 v_\tau \frac{dv_\tau}{dt} + \frac{1}{2} C 2 s \frac{ds}{dt} = 0$$

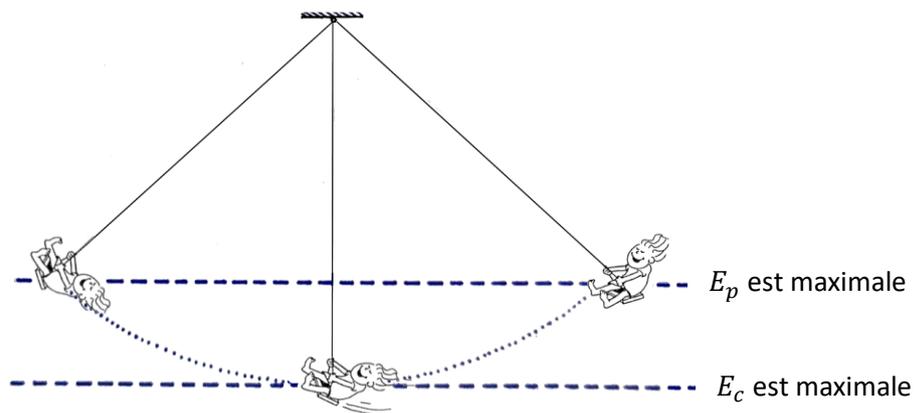
Avec $\frac{dv_\tau}{dt} = a_\tau = \ddot{s}$ et $\frac{ds}{dt} = v_\tau$ l'expression devient :

$$m v_\tau \ddot{s} + C s v_\tau = 0 \Leftrightarrow m v_\tau \left(\ddot{s} + \frac{C}{m} s\right) = 0$$

Cette équation est vérifiée à tout instant sous la condition :

$$\ddot{s} = -\frac{C}{m} s$$

On retrouve l'équation différentielle du mouvement de l'oscillateur.



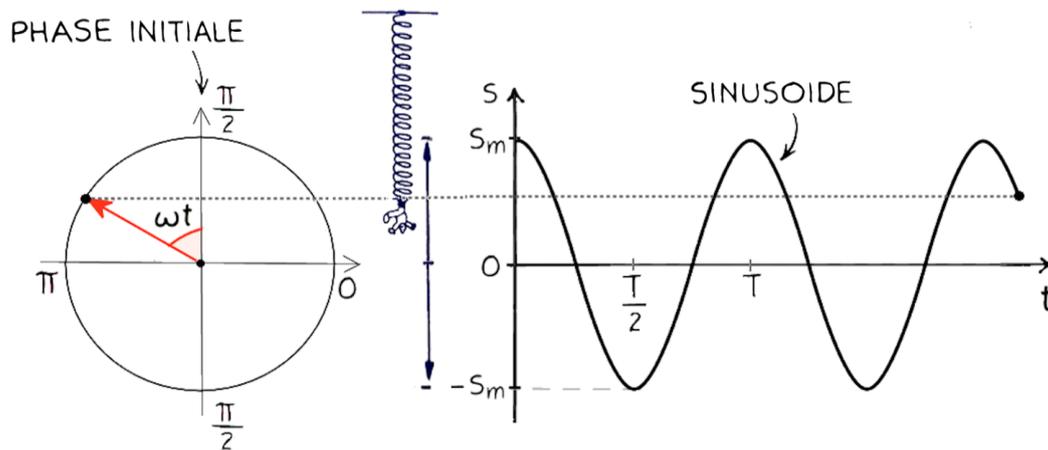
1.4 Solution de l'équation différentielle

La solution de l'équation différentielle est l'équation horaire $s(t)$ du mouvement. L'enregistrement du mouvement d'un oscillateur harmonique montre que son équation horaire est une sinusoïde qui peut être paramétrisée de la façon suivante¹ :

$$s(t) = s_m \sin(\omega t + \varphi)$$

où s_m , ω et φ sont les paramètres de l'oscillation.

- L'élongation s prend des valeurs entre $-s_m$ et $+s_m$. Le paramètre s_m est l'**amplitude** de l'oscillation. La valeur de l'élongation s à l'instant $t = 0$ est donnée par $s_0 = s_m \sin(\varphi)$.
- Le paramètre φ , appelé **phase initiale**, tient compte de la valeur initiale de l'élongation et du signe de la vitesse initiale. Son domaine de définition est : $-\pi < \varphi \leq \pi$. La phase initiale peut être déduite du cercle trigonométrique en considérant la projection sur l'axe vertical² :



- L'argument du sinus, $\omega t + \varphi$, est la **phase** de l'oscillation à l'instant t exprimée en radians.
- Le paramètre ω est appelé la **pulsation** de l'oscillation. Il indique de combien la phase varie par unité de temps. En particulier, lorsque le temps t augmente d'une période T :

$$s(t + T) = s_m \sin(\omega t + \varphi + \omega T)$$

la phase augmente de 2π de sorte que :

$$\omega T = 2\pi$$

D'où :

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

L'unité SI de pulsation est l'inverse de la seconde (s^{-1}).

En dérivant $s(t)$ par rapport au temps on obtient la vitesse du corps :

$$\dot{s} = v_t = s_m \omega \cos(\omega t + \varphi).$$

Il en résulte la valeur maximale de la vitesse : $v_{max} = s_m \omega$.

¹ On peut également remplacer le sinus par un cosinus.

² Dans ce cours, nous allons nous limiter aux phases initiales $\varphi = 0, \frac{\pi}{2}, \pi, -\frac{\pi}{2}$.

Une deuxième dérivation donne son accélération :

$$\ddot{s} = a_\tau = -s_m \omega^2 \sin(\omega t + \varphi) = -\omega^2 s.$$

Il en résulte la valeur maximale de l'accélération : $a_{max} = s_m \omega^2$.

La sinusoïde vérifie l'équation différentielle du mouvement sous condition que :

$$\omega^2 = \frac{C}{m}$$

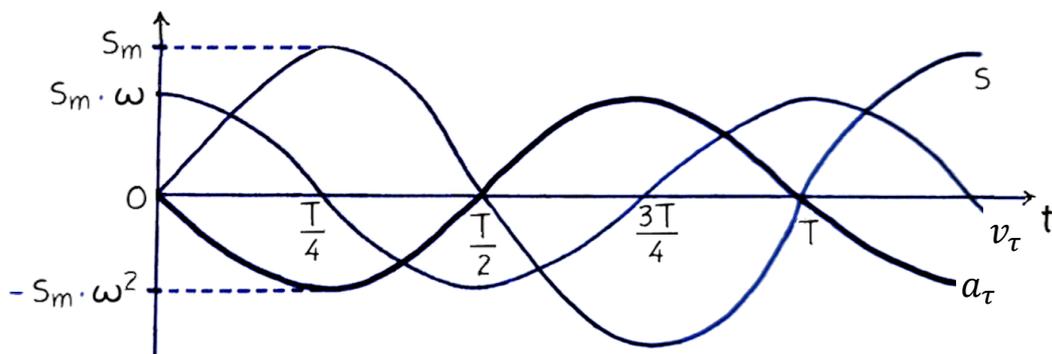
La racine positive de cette équation donne la pulsation des oscillations :

$$\omega = \sqrt{\frac{C}{m}}$$

Le seul paramètre de la sinusoïde qui dépend des propriétés de l'oscillateur est la pulsation. L'amplitude et la phase initiale sont déterminées par les conditions initiales.

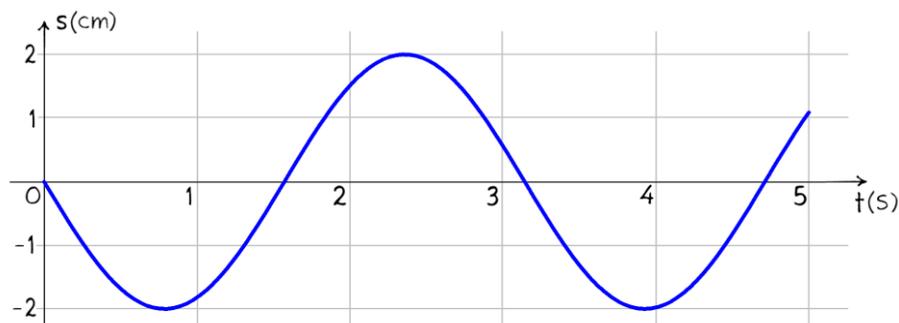
La période des oscillations s'obtient par la relation :

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{C}} \quad (2)$$



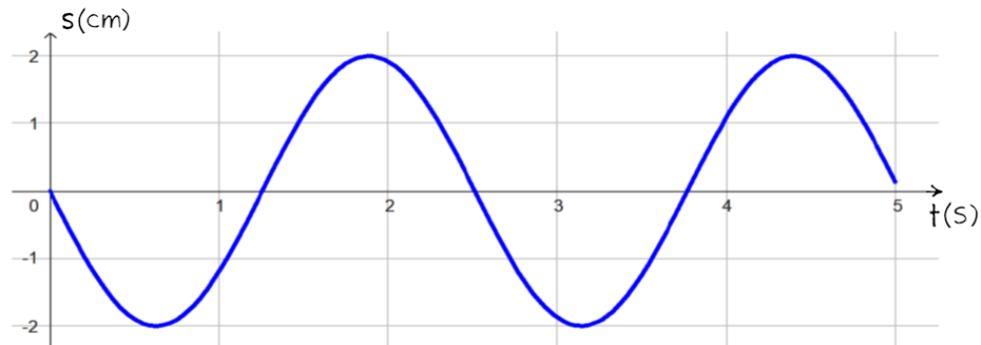
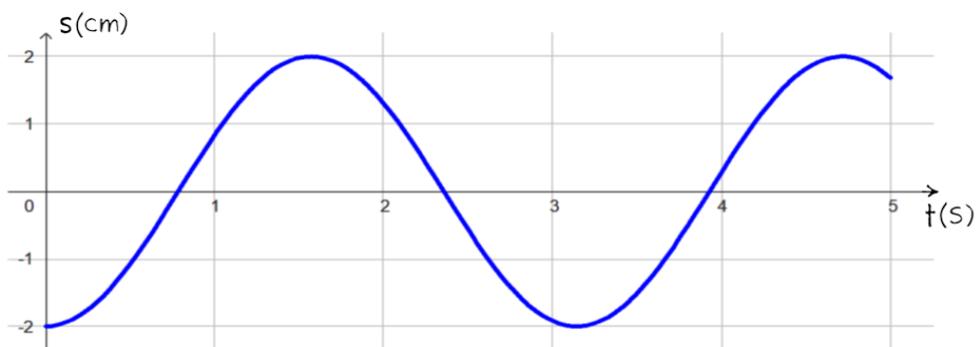
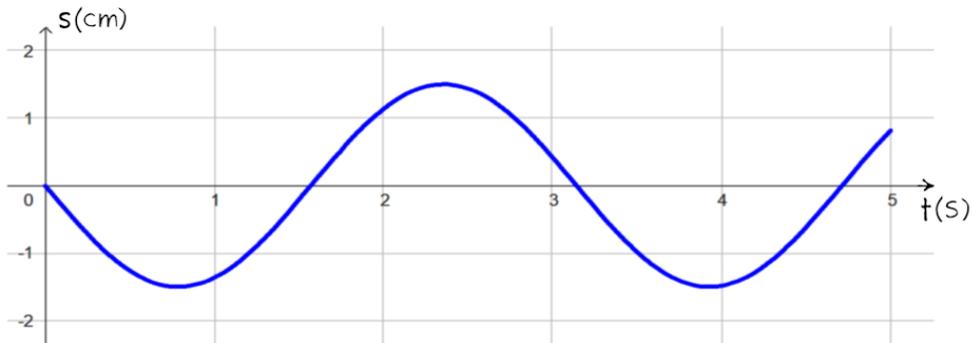
■ As-tu compris ?

4. La figure montre la représentation graphique de l'élongation d'un pendule élastique en fonction du temps.



- Déterminer l'amplitude et la période des oscillations.
- Écrire l'équation horaire $s(t)$ du mouvement du pendule.
- Écrire l'équation horaire $v_\tau(t)$ de la vitesse du corps solide.
- Ajouter au graphique la vitesse v_τ en fonction du temps.

5. Les sinusôides suivantes ont été obtenues à partir de celle représentée à l'exercice 4 page 8 en faisant varier un des paramètres de cette équation horaire. Indiquer en-dessous de chacun des graphiques le paramètre qui a changé.



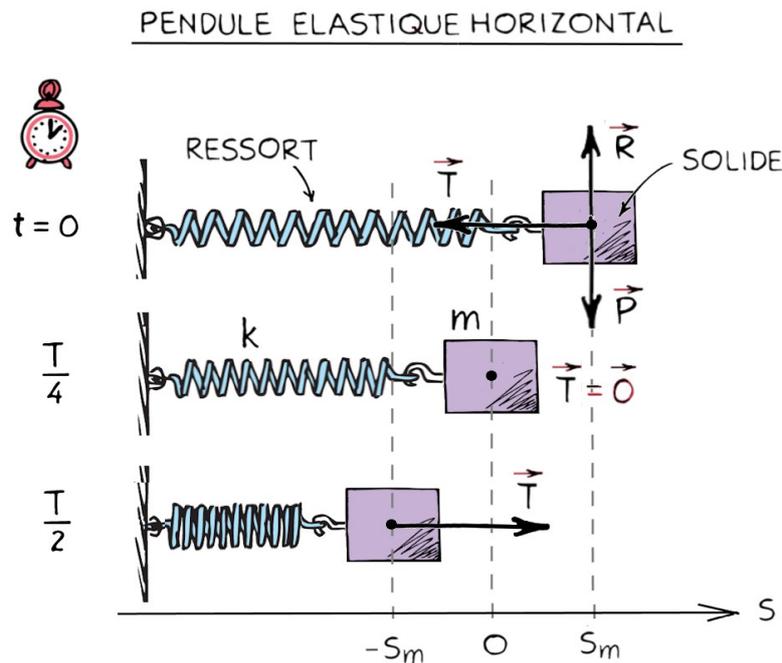
1.5 Exemples d'oscillateurs harmoniques

Pour un système oscillant donné, l'étude des forces appliquées au corps solide permet de déterminer leur résultante, de vérifier la condition $F_r = -C s$ et de déterminer le coefficient de proportionnalité C . L'oscillateur n'est en général harmonique que sous certaines conditions sur l'élongation qu'il faudra préciser.

1.1.3 Pendule élastique

Le pendule élastique le plus simple est constitué d'un corps solide de masse m fixé à un ressort de raideur k et de masse négligeable. Si le corps se déplace sur un support horizontal le système est appelé **pendule élastique horizontal**. En absence de support le mouvement est vertical et le système est appelé **pendule élastique vertical**.

Sur le corps d'un pendule élastique horizontal s'exercent trois forces : le poids \vec{P} du corps, la réaction \vec{R} du support et la tension \vec{T} du ressort. La force de frottement est supposée négligeable.



La tension du ressort est la seule force ayant une coordonnée tangentielle non nulle. C'est la force de rappel de l'oscillateur élastique horizontal. D'après la loi de Hooke elle s'écrit :

$$F_t = T_t = -k s$$

Les pendules élastiques horizontal et vertical sont des oscillateurs harmoniques avec un coefficient de proportionnalité égal à la raideur du ressort :

$$C = k$$

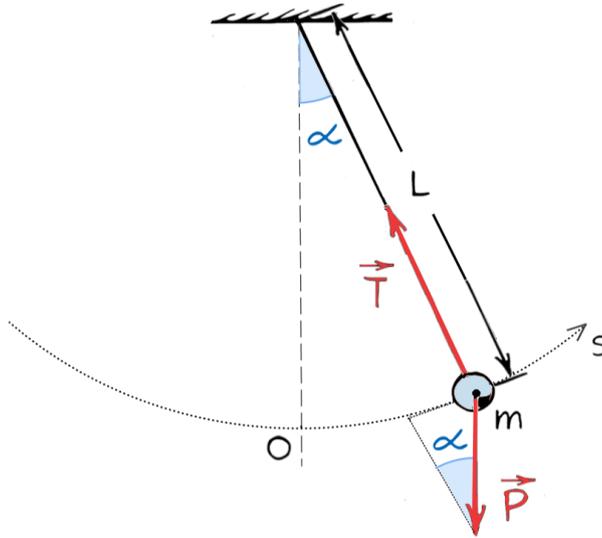
Il est à noter que la loi de Hooke n'est valable que dans le domaine d'élasticité du ressort, donc pour des valeurs de $|s|$ inférieures à une certaine valeur limite.

En accord avec la relation (2), la période des oscillations d'un pendule élastique est donnée par :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

1.1.4 Pendule simple

Le pendule simple est constitué d'un corps solide quasi ponctuel de masse m fixé à un fil non extensible ou une tige de longueur L et de masse négligeable. Sur le corps d'un pendule simple s'exercent deux forces : le poids \vec{P} du corps et la tension \vec{T} du fil ou de la tige.



Le poids du corps est la seule force avec une coordonnée tangentielle non nulle. Elle s'écrit :

$$F_{\tau} = P_{\tau} = -m g \sin \alpha$$

Pour des petites valeurs de α en rad, $\sin \alpha$ est approximativement égal à α . Dans cette limite :

$$F_{\tau} = -m g \alpha$$

L'abscisse angulaire α s'exprime en fonction de l'élongation s par la relation :

$$s = L \alpha \Leftrightarrow \alpha = \frac{s}{L}$$

Il vient :

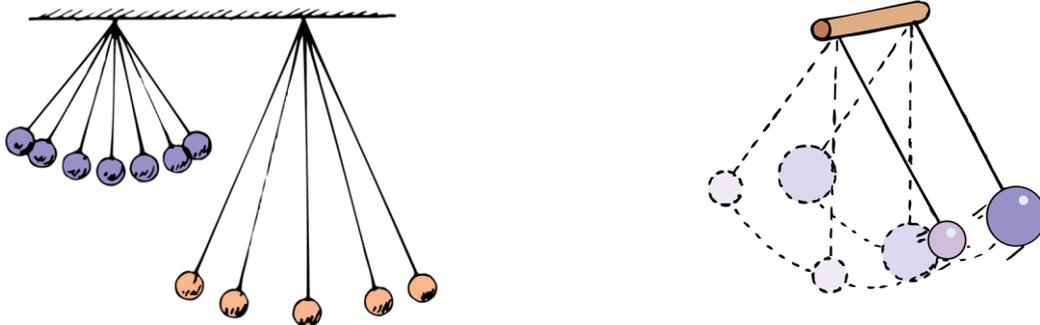
$$F_{\tau} = -\frac{m g}{L} s$$

Dans l'approximation des petits angles, c'est-à-dire quand l'élongation s est petite comparée à L , le pendule simple est un oscillateur harmonique. Le coefficient de proportionnalité est donné par :

$$C = \frac{m g}{L}$$

En accord avec la relation (2), la période des oscillations d'un pendule simple est donnée par :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$



■ **As-tu compris ?**

6. Comment évolue la fréquence des oscillations d'un pendule élastique horizontal lorsque :
- la masse du solide est doublée ?
 - la raideur du ressort est doublée ?
 - l'amplitude des oscillations est doublée ?
- Mêmes questions pour un pendule simple.
7. Expliquer pourquoi, en général, les oscillations d'un pendule simple ne sont pas harmoniques. Sous quelle condition ces oscillations sont approximativement harmoniques ?

Exercice résolu

Un solide de masse $m = 300 \text{ g}$ est relié à un ressort à spires non jointives de raideur $k = 0,474 \text{ N/m}$. L'axe des abscisses s a la direction du ressort, l'origine des abscisses est la position d'équilibre du centre d'inertie G du solide. À l'instant initial, le centre d'inertie G est relâché à partir de la position $s = -10 \text{ cm}$. Les oscillations se font sans le moindre frottement.

- Déterminer l'équation horaire du centre d'inertie du solide.
- Calculer sa vitesse maximale.
- Calculer la date du premier passage à l'abscisse $s = 4 \text{ cm}$.

Solution :

- a. L'équation horaire du centre d'inertie est de la forme :

$$s(t) = s_m \sin(\omega t + \varphi)$$

et la vitesse s'écrit :

$$v_\tau(t) = \dot{s}(t) = s_m \omega \cos(\omega t + \varphi).$$

Les conditions initiales sont :

$$s(0) = -0,1 \text{ m} = s_m \sin(\varphi) \quad (1)$$

$$v_\tau(0) = 0 = s_m \omega \cos(\varphi). \quad (2)$$

L'équation (2) admet deux solutions pour $-\pi < \varphi \leq \pi$: $\varphi = \pm \frac{\pi}{2}$. L'équation (1), avec $s_m >$

0 est vérifiée pour $\varphi = -\frac{\pi}{2}$:

$$-0,1 \text{ m} = s_m \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)$$

d'où : $s_m = 0,1 \text{ m}$.

La pulsation s'obtient par :

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{0,474}{0,3}} \text{ rad/s} = 1,26 \text{ rad/s}.$$

D'où l'équation horaire du centre d'inertie en unités SI :

$$s(t) = 0,1 \sin\left(1,26 t - \frac{\pi}{2}\right) = -0,1 \cos(1,26 t).$$

- b. La vitesse maximale est donnée par :

$$v_{max} = s_m \omega = 0,1 \cdot 1,26 \text{ m/s} = 0,126 \text{ m/s}.$$

- c. L'instant t du premier passage vérifie l'équation :

$$s(t) = 0,04 = -0,1 \cos(1,26 t)$$

et donc :

$$\cos(1,26 t) = -0,4 .$$

Les solutions de cette équation sont :

$$1,26 t = \cos^{-1}(-0,4) + k 2\pi \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$1,26 t = -\cos^{-1}(-0,4) + k' 2\pi \quad k' \in \mathbb{Z}$$

Avec $\cos^{-1}(-0,4) = 1,98$ on obtient le premier passage pour $k = 0$, donc $t = 1,58$ s .

1.6 Généralisation

Tenant compte de la relation (1), La dérivée première de l'énergie potentielle E_p par rapport à l'élongation s s'écrit :

$$\frac{dE_p}{ds} = C s = -F_t$$

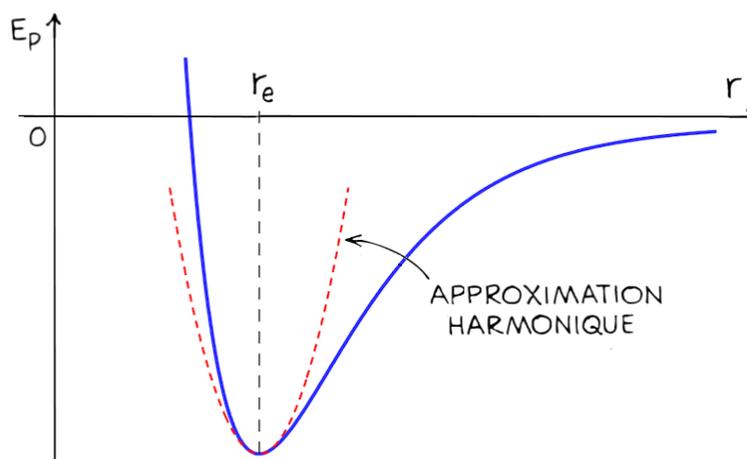
Elle est égale à l'opposé de la coordonnée tangentielle de la force de rappel et s'annule en $s = 0$. La dérivée seconde est positive et égale au coefficient de proportionnalité C :

$$\frac{d^2E_p}{ds^2} = C$$

La position d'équilibre est donc un minimum de l'énergie potentielle de l'oscillateur harmonique.

Tout système dont l'énergie potentielle E_p en fonction d'une position s présente un minimum est un oscillateur harmonique pour un certain domaine de valeurs de la position. Ceci s'explique par le fait qu'autour de ce minimum la courbe qui représente E_p en fonction de s peut être représentée approximativement par une parabole.

Le coefficient de proportionnalité C est égal à la dérivée seconde de $E_p(s)$ à la position d'équilibre et dépend des propriétés du système.



La figure montre, en bleu, l'énergie potentielle d'une molécule diatomique en fonction de la distance internucléaire r (courbe de potentiel de Morse). La molécule peut osciller autour de la position d'équilibre r_e . Pour des oscillations dont l'amplitude est beaucoup plus petite que r_e , la molécule peut être considérée comme un oscillateur harmonique.

1.7 Oscillations amorties

L'énergie mécanique d'un oscillateur peut s'exprimer en fonction de l'amplitude des oscillations. Aux extrémités de la trajectoire, quand la vitesse s'annule, la valeur absolue de l'élongation est égale à l'amplitude. L'énergie mécanique est égale à l'énergie potentielle maximale :

$$E_{méc} = E_{p\ max} = \frac{1}{2} C s_m^2$$

La conservation de l'énergie mécanique se traduit par une amplitude constante au cours du temps. En présence d'une force de frottement non négligeable, le travail résistant de cette force fait diminuer l'énergie mécanique qui se transforme progressivement en énergie thermique. Par conséquent l'amplitude des oscillations diminue, les oscillations sont dites **amorties**.

La décroissance de l'énergie dépend des propriétés de la force de frottement. Un cas intéressant est une diminution relative qui reste constante au cours du temps. L'expérience montre qu'une force de frottement exercée par un fluide pour des oscillations à faible vitesse présente cette propriété. Elle se traduit, pour un petit intervalle de temps δt , par l'expression :

$$\frac{\delta E_{méc}}{E_{méc}} = -\frac{2}{\tau} \delta t \Rightarrow \frac{\delta E_{méc}}{\delta t} = -\frac{2}{\tau} E_{méc}$$

où τ est la constante de temps de l'amortissement, le facteur 2 est introduit par convenance et le signe négatif traduit la diminution de l'énergie. Dans la limite $\delta t \rightarrow 0$ cette expression s'écrit :

$$\dot{E}_{méc} = -\frac{2}{\tau} E_{méc}$$

En substituant l'expression de l'énergie mécanique il vient :

$$\frac{1}{2} C 2 s_m \dot{s}_m = -\frac{2}{\tau} \frac{1}{2} C s_m^2$$

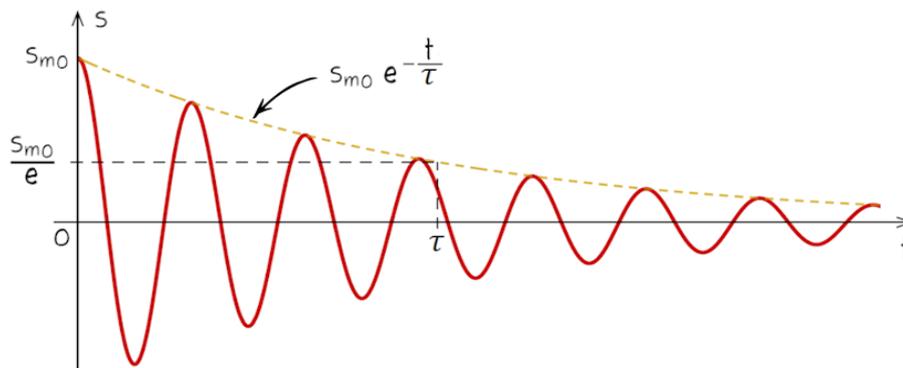
qui se réduit à :

$$\dot{s}_m = -\frac{1}{\tau} s_m$$

La solution de cette équation différentielle est une exponentielle de la forme :

$$s_m = s_{m0} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

L'amplitude a la valeur initiale s_{m0} puis décroît exponentiellement avec le temps. Après le temps τ elle est réduite d'un facteur e .



Le mouvement de l'oscillateur n'est pas périodique au sens strict. Il est dit **pseudo-périodique** car, bien que l'amplitude diminue, la durée d'une oscillation, appelée **pseudo-période**, reste constante.

2 Oscillations forcées et résonance

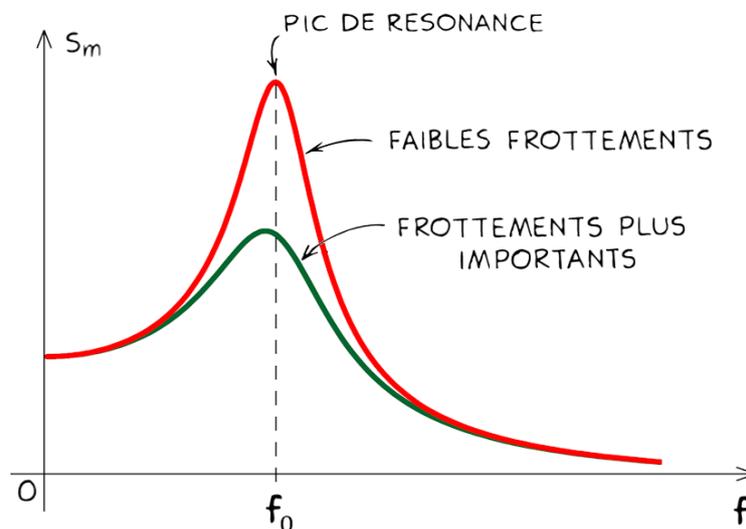
Les oscillations étudiées jusqu'ici sont dites **libres**. Une fois mis hors équilibre, l'oscillateur évolue en tant que système isolé. La fréquence f_0 des oscillations qui en résultent est dite **propre** car elle ne dépend que des propriétés de l'oscillateur.

Les oscillations qui résultent de l'application d'une force extérieure périodique sur le système sont dites **forcées**. La figure ci-contre montre un exemple d'un mouvement forcé par l'application d'une telle force. Le dispositif qui crée ces mouvements périodiques de fréquence f est appelé **excitateur**.



L'étude expérimentale d'un tel système, réalisé avec un excitateur qui crée un mouvement d'amplitude constante et de fréquence variable, permet de faire les observations suivantes :

- En régime établi, après un certain temps, la fréquence des oscillations du système est égale à celle de l'excitateur.
- L'amplitude des oscillations forcées varie avec la fréquence de l'excitateur. En augmentant la fréquence, l'amplitude des oscillations augmente. Elle atteint un maximum lorsque la fréquence de l'excitateur est environ égale à la fréquence propre de l'oscillateur ; c'est le phénomène de **résonance**. L'amplitude diminue lorsque la fréquence de l'excitateur est augmentée au-delà de la fréquence propre.
- La **courbe de résonance** montre l'amplitude des oscillations en fonction de la fréquence de l'excitateur.



L'amplitude à la résonance, c'est à dire sa valeur maximale, dépend de l'intensité des frottements. La résonance peut être :

- **aiguë**, une courbe de résonance pointue avec un maximum important si l'intensité des frottements est faible ;
- **floue**, une courbe de résonance aplatie avec un maximum plus faible si l'intensité des frottements est plus importante.

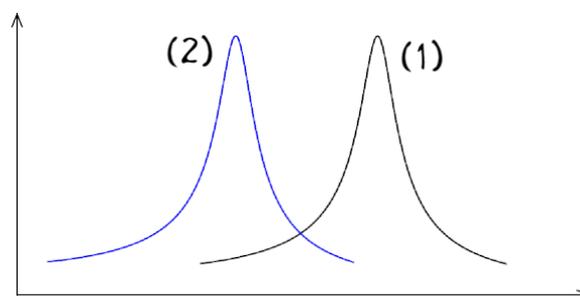
Un oscillateur qui produit le phénomène de résonance est appelé **résonateur**. Le phénomène de résonance peut être utile ou destructif, comme le montrent les exemples suivants :

- Lorsqu'on veut atteindre de grandes amplitudes en étant debout sur une balançoire, on doit pousser avec les jambes. De petites poussées en rythme avec la fréquence propre produisent alors de grandes amplitudes.
- La suspension d'une automobile peut être modélisée par un ressort vertical fixé entre le châssis et l'axe, ce qui constitue un oscillateur. Il arrivait, sur les modèles anciens, que pour certaines vitesses et certaines irrégularités dans la chaussée, l'oscillateur entre en résonance. Afin de limiter cet effet, on ajoute des amortisseurs qui permettent de diminuer l'amplitude du mouvement en cas de résonance.
- Le pont de Tacoma aux États-Unis s'effondra en 1940 après être entré en résonance sous l'action de bourrasques périodiques jouant le rôle d'excitateur. De même, en 1850, le tablier d'un pont suspendu sur la Maine à Angers se rompit au passage d'une troupe marchant au pas cadencé. Le tablier du pont ensemble avec sa suspension constituait un oscillateur mécanique. L'excitation provoquée par les pas cadencés de la troupe l'avait fait entrer en résonance, provoquant sa rupture. Les tabliers des ponts actuels sont arrimés au sol par l'intermédiaire d'amortisseurs qui permettent de limiter le phénomène de résonance.
- La caisse de résonance d'un violon permet de renforcer les notes produites par la vibration des cordes. L'âme est la pièce qui lie les cordes et la caisse de résonance. Elle doit être placée sous le chevalet. La caisse de résonance et la masse d'air qu'elle contient constituent un oscillateur mécanique. Ce dernier possède des fréquences propres de vibration qui dépendent de la forme de la caisse. Les cordes du violon jouent le rôle de l'excitateur, la caisse de résonance celui du résonateur.



■ Tester vos connaissances

8. La figure montre les courbes de résonance d'un pendule élastique obtenues avec deux masses différentes (1) et (2).



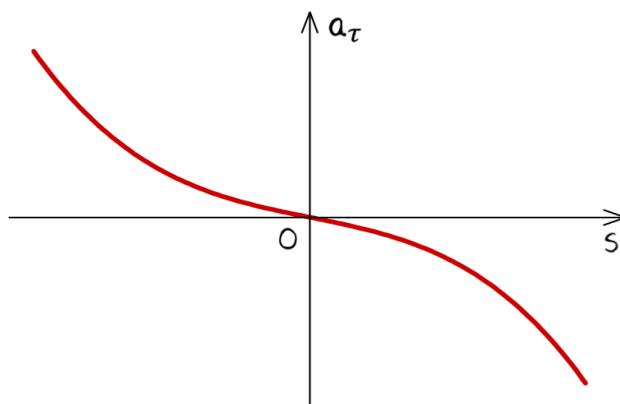
- Indiquer les grandeurs représentées par les deux axes.
- Comparer les deux masses m_1 et m_2 .

3 Exercices

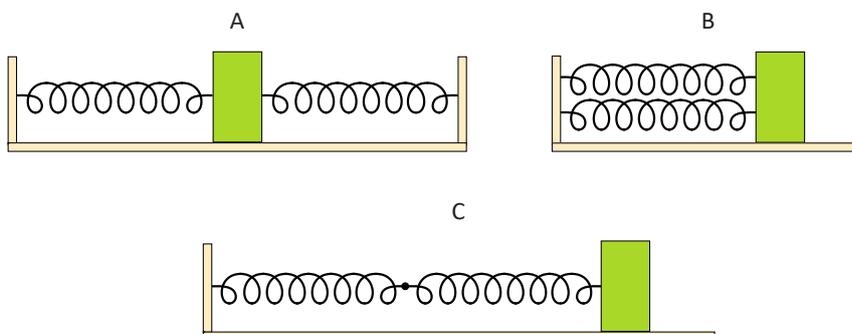
1. Un enfant sur une balançoire met 4 secondes pour effectuer deux oscillations. Calculer la période et la fréquence des oscillations.



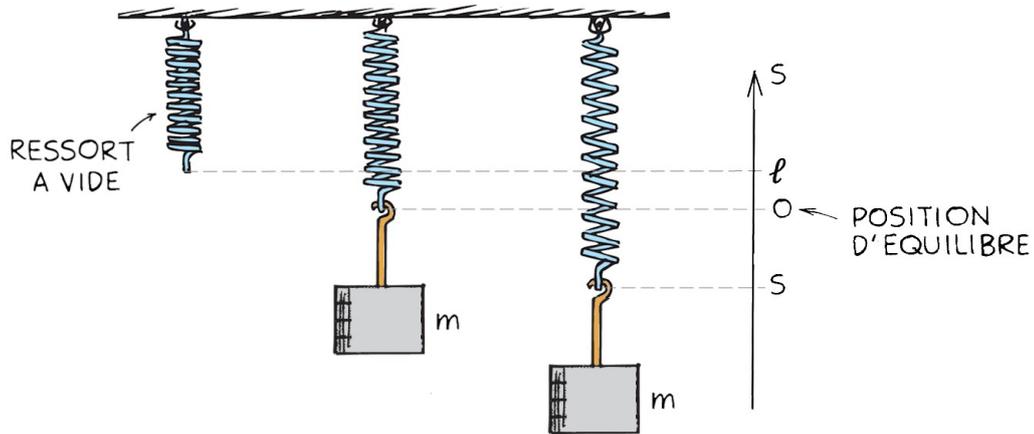
2. La figure montre la représentation graphique de l'accélération a_τ d'un corps en fonction de son déplacement s .



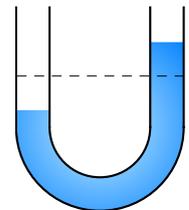
- a. Expliquer pourquoi le corps effectue des oscillations.
b. Expliquer pourquoi les oscillations ne sont pas harmoniques.
3. Un pendule élastique composé d'un ressort de raideur k et d'un solide de masse m oscille avec la période T . On ajoute à ce pendule un deuxième ressort identique au premier. Dans quels cas la période va-t-elle changer ?



4. La figure illustre un pendule élastique vertical dont la masse du ressort est supposée négligeable.
- Identifier les forces qui agissent sur le corps suspendu au ressort et représenter les forces sur la figure.
 - Établir l'équation différentielle du mouvement du pendule vertical.
 - En déduire la période du pendule vertical.

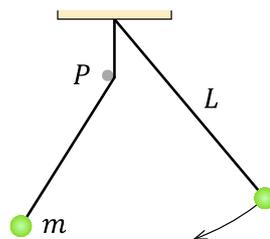


5. Un liquide effectue des oscillations dans un tube en U de section uniforme.
- Montrer que les oscillations sont harmoniques.
 - Exprimer leur période en fonction de la longueur ℓ de la colonne de liquide.



6. Un ressort de suspension de voiture de raideur k et à spires non jointives est fixé avec une extrémité sur un banc d'essai. Un solide, de masse m , fixé à l'autre extrémité du ressort peut glisser sans frottement sur une tige rigide horizontale $s's$. L'abscisse du centre d'inertie G de S est repérée par rapport à la position O de G au repos. On écarte S de sa position d'équilibre et on le lâche, sans vitesse initiale, à l'instant $t = 0$. Son abscisse est alors $s = s_m$.
- Représenter schématiquement le système étudié.
 - Faire le bilan des forces appliquées au solide.
 - Déterminer l'équation horaire du mouvement du solide, sachant que $k = 4 \text{ kN/m}$, $m = 100 \text{ kg}$ et $s_m = 5 \text{ cm}$.
 - Calculer la période propre pour les mêmes données numériques.
7. Un pendule élastique, constitué d'un solide de masse 200 g et d'un ressort de raideur 5 N/m , effectue des oscillations libres sur un banc à coussin d'air horizontal. L'axe des abscisses a la direction du ressort. L'origine des abscisses est la position du centre d'inertie G du solide lorsque celui-ci est au repos. L'origine des dates correspond au passage de G par l'origine des abscisses avec une vitesse de valeur $0,60 \text{ m/s}$ dirigée dans le sens négatif de l'axe.
- Déterminer l'équation horaire qui décrit le mouvement de G .
 - Déterminer la date de son premier passage à l'abscisse $s = 3 \text{ cm}$.

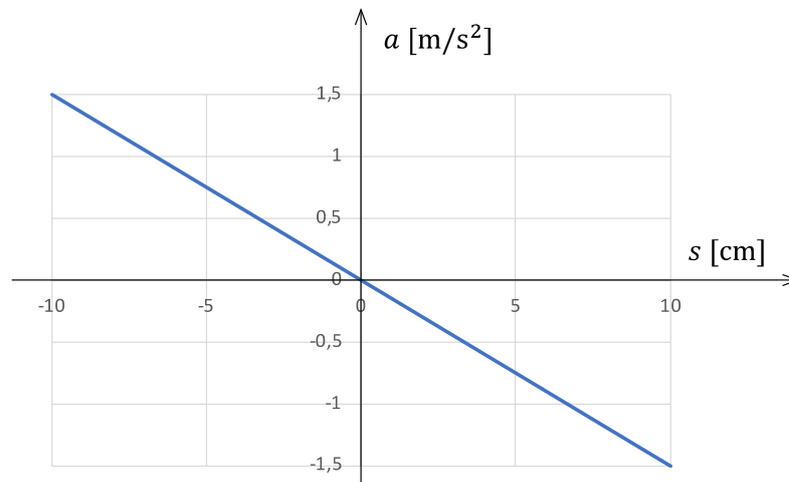
8. Un pendule élastique horizontal est formé d'un ressort de raideur $k = 20 \text{ N/m}$ et d'une masse de 200 g . A l'instant $t = 0$, le centre d'inertie est lancé à partir de la position $s = 2 \text{ cm}$ avec la vitesse initiale de 20 cm/s .
- Calculer la valeur de l'énergie mécanique totale de l'oscillateur à l'instant du lancement.
 - En déduire l'amplitude des oscillations ainsi que la vitesse de passage par la position d'équilibre.
9. Un solide de masse m pouvant glisser sans frottement sur un support horizontal est fixé à un ressort de raideur $k = 48 \text{ N/m}$. Son élongation s mesurée à partir de sa position d'équilibre est donnée par $s = s_m \sin(8t - \pi)$. Pour faire osciller la masse m , on lui fournit une énergie de $0,24 \text{ J}$. Déterminer :
- La masse m du solide ;
 - L'amplitude du mouvement ;
 - La vitesse maximale de l'oscillateur ;
 - L'élongation de l'oscillateur pour laquelle l'énergie cinétique est égale à la moitié de l'énergie potentielle ;
 - Les composantes de la vitesse et de l'accélération en ce point.
10. Un objet glisse sans frottement dans un bol à surface sphérique.
- Montrer que l'objet effectue un mouvement oscillatoire harmonique pour des petits déplacements à partir du point le plus bas. Calculer la valeur du coefficient de proportionnalité C .
 - Calculer la période des oscillations.
11. La longueur d'un pendule simple d'une horloge est choisie de sorte que la période de ses oscillations au Luxembourg soit égale à une seconde. Le pendule fait avancer l'aiguille des secondes de l'horloge. L'intensité de pesanteur au Luxembourg vaut $g_L = 9,81 \text{ m/s}^2$.
- Calculer la longueur du pendule.
- On emmène le pendule à l'équateur. L'intensité de pesanteur y vaut $g_E = 9,78 \text{ m/s}^2$.
- L'horloge va-t-elle avancer ou retarder à l'équateur ?
 - Comment et de quelle valeur doit-on changer la longueur du pendule pour que l'horloge indique le temps juste ?
12. Un pendule simple composé d'une masse m et d'un fil inextensible de longueur L est lâché sans vitesse initiale. Une tige horizontale se trouve en P à une distance verticale de $L/4$ en dessous du point de fixation du pendule.



On considère le mouvement entre deux positions successives de vitesse nulle.

- Comparer les positions verticales initiale et finale de la masse m .
- Calculer la durée du mouvement.

- 13.** Deux pendules simples ont respectivement les longueurs 36 cm et 64 cm. On les lâche avec la même abscisse angulaire initiale. Calculer le temps minimal pour que les deux pendules reviennent simultanément en leur position initiale.
- 14.** Le graphique ci-dessous montre l'accélération a d'un objet de masse $m = 0,15$ kg en fonction de l'élongation s .



- a.** Dédurre du graphique que l'objet effectue des oscillations harmoniques.

Calculer :

- b.** la période des oscillations ;
c. la vitesse maximale de l'objet ;
d. l'intensité maximale de la force résultante exercée sur l'objet ;
e. l'énergie mécanique de l'objet.

Crédits Photos

© azure / Shutterstock.com (12804127) – **page titre** (Classic wooden metronome in motion on dark background)

Crédits Illustrations

Des remerciements particuliers sont adressés à Paul G. HEWITT. Les illustrations sont, sauf indication contraire, l'œuvre de Paul G. Hewitt et des auteurs du cours. Les illustrations de Paul G. HEWITT ont été retravaillées par Laurent HILD, avec l'autorisation écrite et personnelle de l'auteur. Les illustrations originales sont des livres :

© HEWITT, Paul G., *Conceptual physics*, 2015, Pearson

© HEWITT, Paul G., SUCHOCKI John, *Conceptual physical science – Practice Book*, 2012, Pearson

© EPSTEIN Lewis C., HEWITT, Paul G., *Thinking Physics – 1981*, Insight Press

5.

Ondes et lumière



© Frank Chen Photography Shutterstock.com

Sommaire

1	Propagation d'une onde mécanique	1
1.1	Signal transversal, signal longitudinal, onde.....	1
1.2	Célérité.....	1
1.3	Longueur d'onde et période	2
1.4	Double périodicité d'une onde	3
1.4.1	Périodicité temporelle	3
1.4.2	Périodicité dans l'espace	4
1.5	Équation d'onde.....	5
2	Interférences mécaniques	7
2.1	Conditions d'interférences	7
2.2	Superposition de petits mouvements	8
2.3	Réflexion d'un signal à l'extrémité du milieu	8
2.4	Interférences dans un milieu à une dimension : Expérience de Melde	9
2.4.1	Description de l'expérience	9
2.4.2	Observations	9
2.4.3	Interprétation	10
2.4.4	Étude théorique	10
2.4.5	Ondes progressives et stationnaires.....	12
2.4.6	Application aux instruments à cordes	12
2.4.7	Ondes acoustiques stationnaires.....	14
2.5	Interférences dans un milieu à deux dimensions	16
2.5.1	Description de l'expérience	16
2.5.2	Observations	16
2.5.3	Interprétation	16
2.6	Interférences dans un milieu à trois dimensions.....	19
2.7	Le phénomène de diffraction	20
2.7.1	Mise en évidence du phénomène	20
2.7.2	Principe de Huygens-Fresnel	20
3	Interférences lumineuses	21
3.1	La double fente	21
3.1.1	Expérience des fentes de Young	21
3.1.2	Calcul de la différence de marche	22
3.1.3	Positions des franges brillantes	23

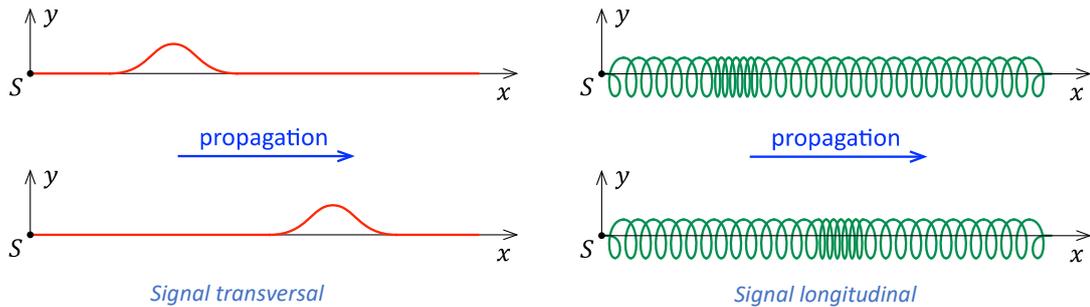
3.1.4	Positions des franges obscures	24
3.1.5	Interfrange et longueur d'onde de la lumière	24
3.1.6	Spectres lumineux.....	25
3.2	Le réseau de diffraction	26
4	Exercices	28

1 Propagation d'une onde mécanique

1.1 Signal transversal, signal longitudinal, onde

Un **signal mécanique** est une déformation de courte durée d'un **milieu élastique**. Cette déformation ne reste pas localisée à l'endroit où elle est produite, mais elle se déplace dans le milieu élastique : elle se **propage**. Après le passage du signal le milieu reprend son état initial.

Le point de départ du signal est la **source S** ; la direction et le sens dans lesquels le signal se déplace constituent la **direction** et le **sens de propagation**.



Si, lors du passage de la déformation, les différents points du milieu se déplacent perpendiculairement à la direction de propagation, la déformation est un signal **transversal**.

Si, lors du passage de la déformation, les différents points du milieu se déplacent dans la direction de propagation, la déformation est un signal **longitudinal**.

La propagation du signal se fait sans transport de matière, c'est la déformation du milieu qui se déplace d'un élément du milieu à l'élément voisin. Le mouvement d'un élément du milieu élastique se fait uniquement autour de sa position d'équilibre.

Une **onde** est une série de signaux qui se suivent à des intervalles de temps réguliers ; elle peut être transversale ou longitudinale.

1.2 Célérité

On appelle **célérité** c la vitesse de propagation d'un signal ou d'une onde.

Considérons un signal qui se propage selon l'axe des x . Soient deux points du milieu dans la direction de propagation séparés par la distance Δx . Si le signal met le temps Δt pour se propager d'un point à l'autre, la célérité est donnée par l'expression :

$$c = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Remarque :

La célérité n'est pas à confondre avec la vitesse d'un point du milieu autour de sa position d'équilibre.

Propriétés de la célérité :

- Dans un milieu homogène, la célérité c est la même en tout point.
- Dans un milieu isotrope à deux ou à trois dimensions, la célérité c est la même dans toutes les directions. La célérité c ne dépend pas de la forme du signal.
- La célérité c dépend de la nature et de l'état du milieu de propagation.

Exemples :

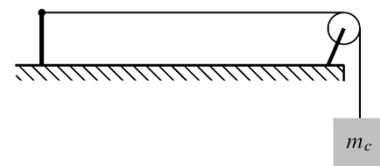
signal	milieu de propagation	célérité en m/s
son	air à 0 °C	330,7
	air à 20 °C	342,6
	air à 40 °C	354,1
	eau de mer à 15 °C	1500
	acier	5000
	hydrogène à 20 °C	1300
lumière	vide	$3 \cdot 10^8$
	eau	$2,25 \cdot 10^8$
	verre	$2 \cdot 10^8$

- Le long d'une corde tendue, la célérité c d'un signal ou d'une onde transversale dépend de la tension F de la corde et de sa masse par unité de longueur, appelée **masse linéique** μ , selon la relation :

$$c = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

■ As-tu-compris ?

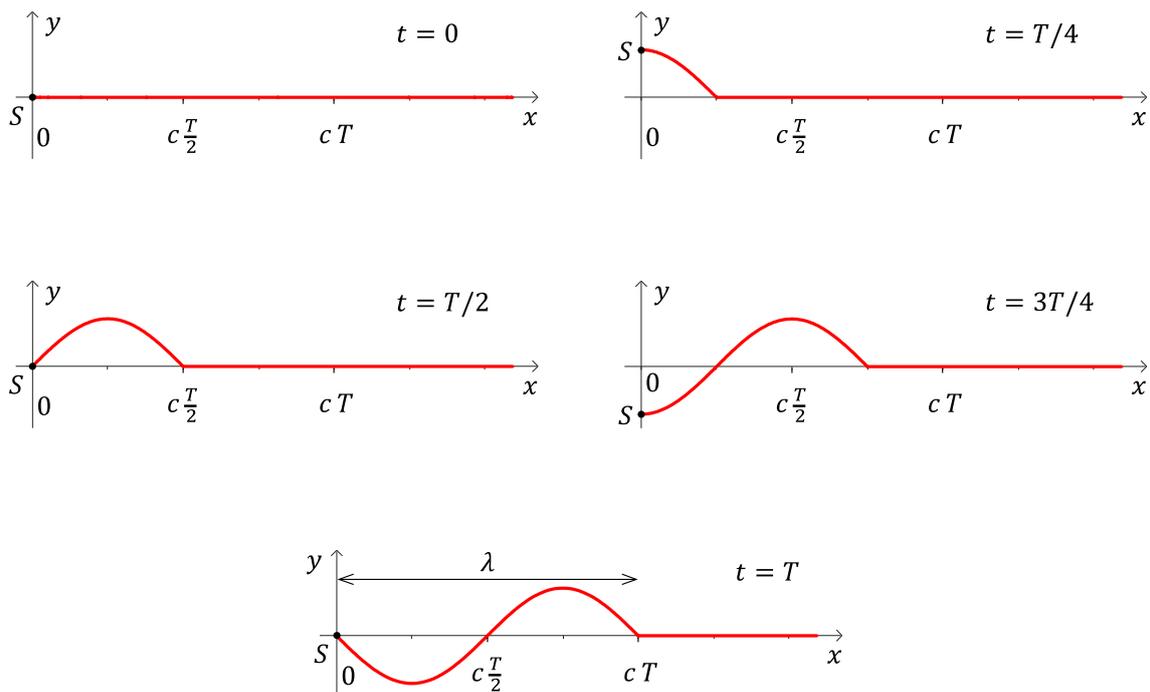
1. Une corde de masse 5 g et de longueur 2,5 m est tendue par un corps de masse $m_c = 3$ kg. Calculer la célérité d'un signal transversal dans la corde.



1.3 Longueur d'onde et période

Soit une source S fixée à l'extrémité gauche d'une corde tendue selon l'axe des x . Le mouvement de la source est sinusoïdal de période T selon l'axe des y , l'onde qui en résulte est dite **harmonique**.

Pour comprendre la déformation progressive de la corde, il est utile de la représenter à des instants séparés d'un quart de période. Durant un quart de période, l'onde progresse selon l'axe des x d'une distance de $c \frac{T}{4}$.



La **longueur d'onde** λ est la distance parcourue par l'onde en une période T :

$$\lambda = c T$$

La longueur d'onde dépend à la fois de la période T , donc de la source, et de la célérité c , donc du milieu de propagation.

La fréquence $f = \frac{1}{T}$ de la source permet d'écrire $\lambda = \frac{c}{f}$ ou encore :

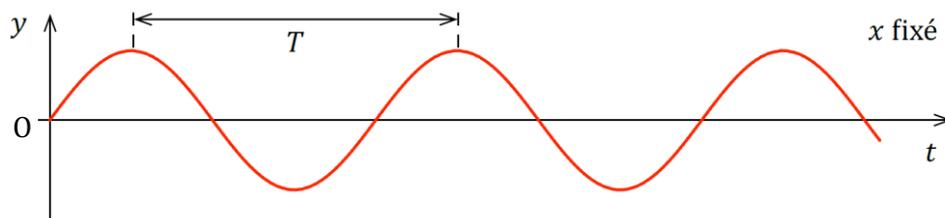
$$c = \lambda f$$

1.4 Double périodicité d'une onde

1.4.1 Périodicité temporelle

Un point donné du milieu exécute, comme la source, une vibration sinusoïdale qui se reproduit identiquement à elle-même après le temps T . La durée T est la période dans le temps ou **période temporelle**.

La sinusoïde qui représente l'élongation d'un point en fonction du temps est appelée **sinusoïde des temps**.

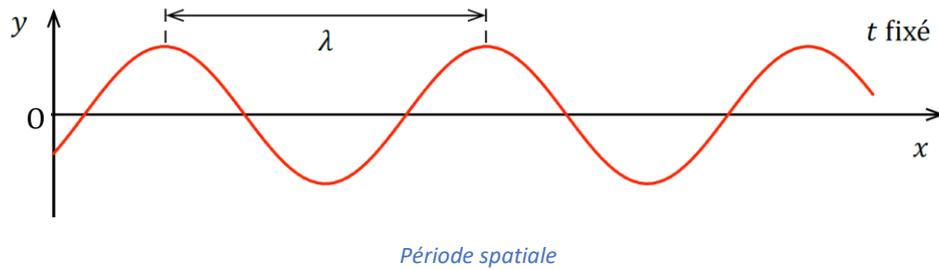


Période temporelle

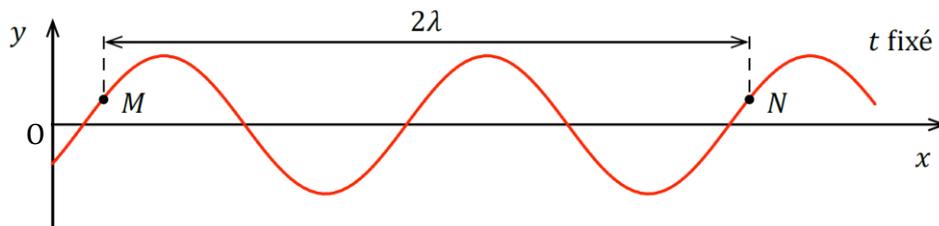
1.4.2 Périodicité dans l'espace

À un instant t donné, on retrouve le même état vibratoire dans la direction de propagation à une distance égale à la longueur d'onde λ . La distance λ est la période dans l'espace ou **période spatiale**.

La sinusoïde qui représente l'élongation en fonction de l'abscisse x , à un instant donné, est appelée **sinusoïde des espaces**.

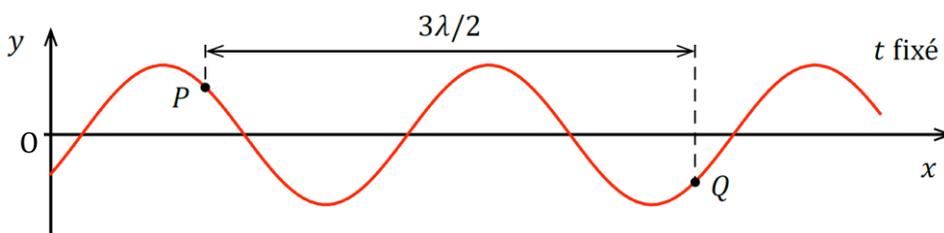


Deux points du milieu M et N , séparés des distances $\lambda, 2\lambda, \dots, n\lambda$ avec $n \in \mathbb{Z}$, ont à tout instant la même élongation ; ils vibrent **en phase**.



Ainsi, deux points quelconques vibrent en phase s'ils sont distants d'un multiple entier d'une longueur d'onde (ou d'un multiple pair d'une demi-longueur d'onde) : $\Delta x = n\lambda = 2n\frac{\lambda}{2}, n \in \mathbb{Z}$.

Deux points du milieu P et Q , séparés des distances $\lambda/2, 3\lambda/2, \dots, (2n' + 1)\lambda/2$ avec $n' \in \mathbb{Z}$, ont à tout instant des élongations opposées ; ils vibrent **en opposition de phase**.



Ainsi, deux points quelconques vibrent en opposition de phase s'ils sont distants d'un multiple impair d'une demi-longueur d'onde : $\Delta x = (2n' + 1)\frac{\lambda}{2}, n' \in \mathbb{Z}$.

1.5 Équation d'onde

Un oscillateur harmonique, placé en un point d'un milieu élastique, est la source S d'une onde se propageant dans la direction de l'axe des x , la position d'équilibre de l'oscillateur étant confondue avec l'origine de cet axe. L'équation horaire de la source peut s'écrire sous la forme :

$$y_S(t) = y_m \sin(\omega t + \varphi)$$

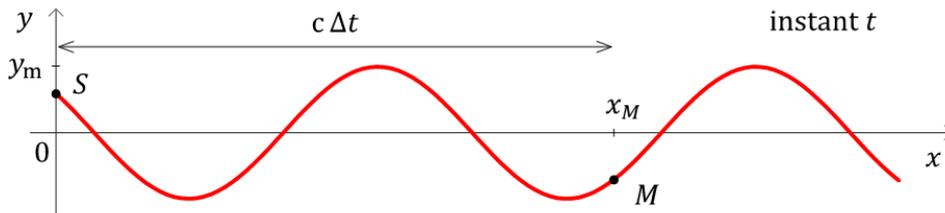
où $y_S(t)$ désigne l'élongation de la source à la date t , y_m , ω et φ sont respectivement l'amplitude, la pulsation et la phase initiale des oscillations. La période T et la pulsation ω sont reliées par l'expression :

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

Nous supposons que la propagation se fait sans amortissement dans le sens des x positifs.

Pour atteindre le point M d'abscisse x_M , l'onde met le temps :

$$\Delta t = \frac{x_M}{c}$$



L'élongation $y_M(t)$ du point M à la date t est égale à l'élongation de la source à la date antérieure $t - \Delta t$:

$$\begin{aligned} y_M(t) &= y_S(t - \Delta t) \\ &= y_m \sin[\omega (t - \Delta t) + \varphi] \\ &= y_m \sin \left[\omega \left(t - \frac{x_M}{c} \right) + \varphi \right] \\ &= y_m \sin \left[\frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{x_M}{c} \right) + \varphi \right] \\ &= y_m \sin \left[2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x_M}{cT} \right) + \varphi \right] \end{aligned}$$

et avec $cT = \lambda$ il vient :

$$y_M(t) = y_m \sin \left[2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x_M}{\lambda} \right) + \varphi \right]$$

Tous les points ont la même amplitude et la même période que la source, mais leur mouvement est retardé par rapport à celui de la source.

L'équation d'onde $y(x, t)$ représente l'élongation d'un point d'abscisse x à l'instant t :

$$y(x, t) = y_m \sin \left[2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) + \varphi \right]$$

Remarque :

Pour une onde se propageant dans le sens des x négatifs il faut écrire :

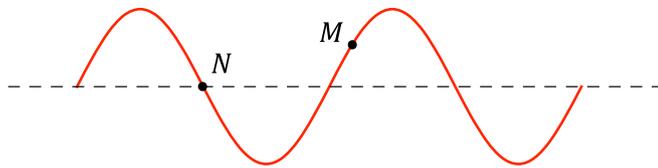
$$\Delta t = \frac{|x_M|}{c} = -\frac{x_M}{c}$$

de sorte que l'équation d'onde devient :

$$y(x, t) = y_m \sin \left[2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda} \right) + \varphi \right]$$

■ **As-tu compris ?**

2. Un certain nombre de dominos sont positionnés l'un à côté de l'autre le long d'une ligne droite. On fait tomber le premier des dominos, puis l'un après l'autre tombent.
 - a. Expliquer pourquoi ceci est un exemple de la propagation d'un signal.
 - b. Comment pourrait-on augmenter la célérité du signal ?
3. Expliquer, dans le contexte de la propagation d'une onde, le terme élongation. En se basant sur la réponse, expliquer la différence entre une onde transversale et une onde longitudinale.
4. La figure montre, à un instant donné, deux points N et M sur une corde sur laquelle se propage une onde vers la droite.



- a. Donner le mouvement des points à l'instant juste après.
 - b. Comment change la réponse si l'onde se propage vers la gauche ?
 - c. Indiquer les positions des points une demi-période après l'instant représenté.
5. Une corde tendue est animée sur une de ses extrémités d'un mouvement sinusoïdal de fréquence f . Ce mouvement crée une onde transversale de longueur d'onde λ et de célérité c . La fréquence est maintenant doublée. Indiquer la nouvelle longueur d'onde et la nouvelle célérité.

	Longueur d'onde	Célérité
A	λ	c
B	λ	$2c$
C	$\lambda/2$	c
D	$\lambda/2$	$2c$

Exercice résolu

Une source S , fixée à une extrémité d'une corde horizontale, impose une oscillation harmonique verticale d'équation, en unités SI : $y_S(t) = 0,05 \sin\left(250\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$. La corde, dont 3 m ont une masse de 18 g, est tendue par une force de 15 N. On néglige l'amortissement et toute réflexion. L'onde se propage dans le sens des x positifs.

- Calculer la période temporelle, la longueur d'onde et la célérité de l'onde.
- Quelle est l'équation horaire du point M situé à 50 cm de la source ? Simplifier le résultat autant que possible.

Solution :

- De l'équation horaire de la source on déduit la pulsation :

$$\omega = 250\pi = \frac{2\pi}{T}$$

d'où la période temporelle :

$$T = \frac{2\pi}{250\pi} \text{ s} = 8 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

La célérité de l'onde est donnée par :

$$c = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

avec la masse linéique : $\mu = \frac{18 \cdot 10^{-3}}{3} \text{ kg/m} = 6 \cdot 10^{-3} \text{ kg/m}$. D'où :

$$c = \sqrt{\frac{15}{6 \cdot 10^{-3}}} \text{ m/s} = 50 \text{ m/s}$$

La longueur d'onde vaut :

$$\lambda = cT = 50 \cdot 8 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 0,4 \text{ m}$$

- L'élongation du point M d'abscisse $x_M = 0,5 \text{ m}$ à l'instant t est égale à l'élongation de la source S à l'instant antérieur $t - \Delta t$, où $\Delta t = \frac{x_M}{c}$:

$$y_M(t) = y_S(t - \Delta t) = 0,05 \sin\left[250\pi(t - \Delta t) + \frac{\pi}{2}\right]$$

et donc :

$$y_M(t) = 0,05 \sin\left(250\pi t - 250\pi \frac{0,5}{50} + \frac{\pi}{2}\right) = 0,05 \sin\left(250\pi t - 5\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}\right)$$

ce qui s'écrit, après simplification :

$$y_M(t) = 0,05 \sin(250\pi t)$$

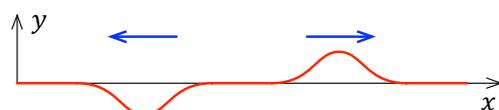
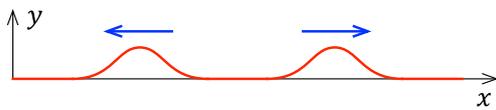
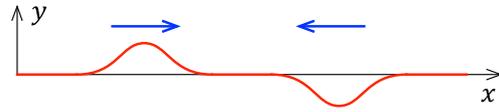
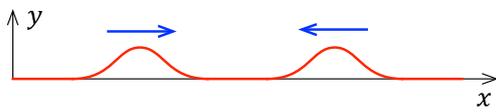
2 Interférences mécaniques

2.1 Conditions d'interférences

L'**interférence** est un phénomène qui résulte de la **superposition** de deux (ou plusieurs) ondes de même nature. Le phénomène devient observable lorsque les sources émettrices de ces ondes respectivement les ondes sont **cohérentes**, c.-à-d. lorsqu'elles présentent l'une sur l'autre un **déphasage** (différence de phase) *constant*. Si le déphasage est nul, donc si les sources sont en phase, elles sont dites **synchrones**. Des ondes harmoniques sont cohérentes lorsqu'elles ont même fréquence.

2.2 Superposition de petits mouvements

Quand deux signaux se rencontrent, ils se croisent sans se gêner ; leur propagation et leur forme ne sont pas modifiées après le croisement.



Superposition de signaux de même signe

Superposition de signaux de signes contraires

Pendant le croisement, l'élongation résultante est donnée par le **principe de superposition des petits mouvements** :

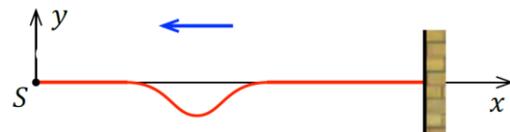
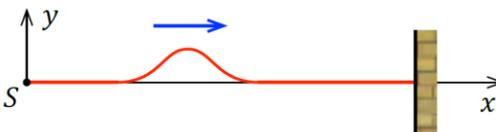
Lorsque deux signaux colinéaires de faible amplitude se superposent en un point M , l'élongation résultante y est égale à la somme algébrique des élongations y_1 et y_2 que provoqueraient en M les deux signaux en se propageant seuls :

$$y = y_1 + y_2$$

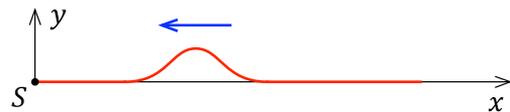
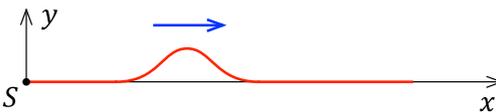
Les deux signaux peuvent ainsi s'affaiblir ou se renforcer lors de leur croisement.

2.3 Réflexion d'un signal à l'extrémité du milieu

Lors de la réflexion sur une extrémité fixe, l'élongation change de signe.



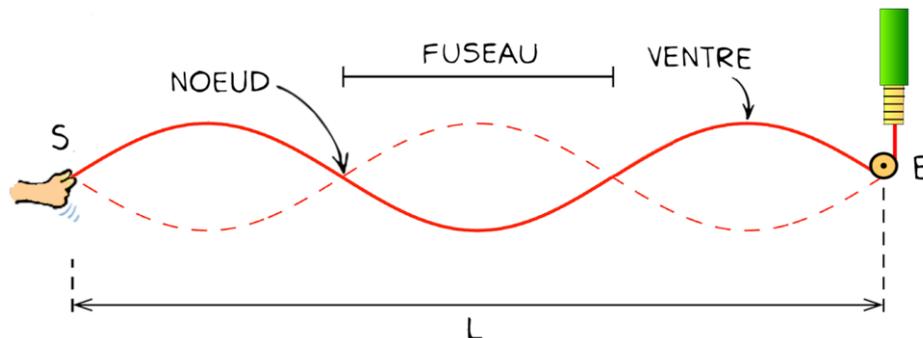
La réflexion à l'extrémité libre se fait sans changement de signe.



2.4 Interférences dans un milieu à une dimension : Expérience de Melde

2.4.1 Description de l'expérience

Un vibreur anime l'extrémité S d'une corde tendue d'un mouvement vibratoire sinusoïdal. Ce mouvement engendre une onde qui se propage le long de la corde. À l'extrémité E , au contact de la poulie, une onde réfléchie de même fréquence prend naissance et se propage en sens opposé.



On peut varier la longueur utile L de la corde, la tension F de la corde mesurée par un dynamomètre et la fréquence f du vibreur.

2.4.2 Observations

Pour un réglage convenable, la corde vibre en plusieurs **fuseaux** d'égale longueur. Les extrémités des fuseaux sont appelées **nœuds**, les milieux des fuseaux sont appelés **ventres** de vibration. La longueur d'un fuseau est égale à $\lambda/2$.

L'extrémité E de la corde en contact avec la poulie est un nœud. On constate que l'amplitude des oscillations du vibreur est petite par rapport à l'amplitude d'un ventre de sorte que l'extrémité S de la corde peut également être assimilée à un nœud.

Vu de loin, le système paraît immobile ; il n'y a pas de progression le long de la corde. Pour cette raison le phénomène est appelé **onde stationnaire**.

L'éclairage stroboscopique¹ permet de voir que la corde se déforme sur place. La figure montre la corde en ses deux positions extrêmes (sinusoïdes pleine et en tirets), les deux instants correspondants étant séparés d'une demi-période. L'amplitude des vibrations de la corde est nulle aux nœuds et maximale aux ventres.

L'aspect de la corde dépend de la tension F de la corde, de la longueur utile L la corde et de la fréquence f du vibreur. L'apparence en fuseaux n'est obtenue que pour des valeurs discrètes de ces paramètres. Le nombre n de fuseaux :

- diminue quand on augmente la tension F de la corde (L et f ne varient pas) ;
- augmente quand on augmente la longueur utile L de la corde (F et f ne varient pas) ;
- augmente lorsqu'on augmente la fréquence f du vibreur (L et F ne varient pas).

¹ Le stroboscope est un appareil qui permet d'émettre des flashes lumineux à une fréquence donnée. Si cette fréquence des éclairs est égale à la fréquence de l'oscillateur, alors on observe un repos apparent. Si la fréquence des éclairs est légèrement inférieure à la fréquence de l'oscillateur, alors on observe un mouvement ralenti apparent.

2.4.3 Interprétation

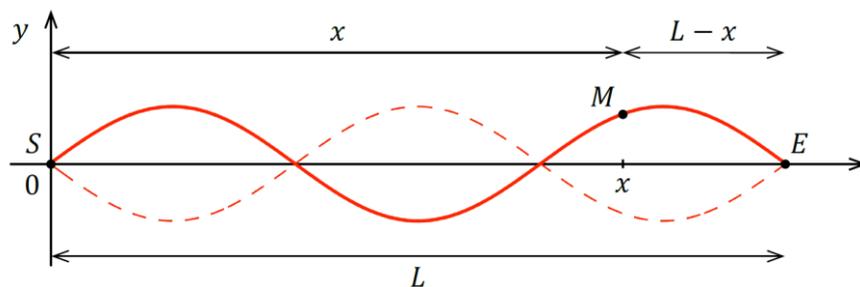
Une onde stationnaire résulte de la superposition de deux ondes qui se propagent suivant la même direction en sens opposés : l'onde incidente issue de la source en S et l'onde réfléchie qui prend naissance à l'extrémité fixe E . Ces deux ondes ont la même fréquence et la même amplitude. Les deux sources S et E présentent un déphasage constant ; elles sont cohérentes et peuvent donner naissance à des phénomènes d'interférences.

Aux ventres les deux ondes arrivent à tout instant en phase, il y a **interférence constructive**. D'après le principe de superposition, l'amplitude résultante est égale à la somme des amplitudes des ondes composantes.

Aux nœuds les deux ondes arrivent à tout instant en opposition de phase, il y a **interférence destructive**. D'après le principe de superposition, l'amplitude résultante est nulle.

2.4.4 Étude théorique

La figure suivante montre une onde stationnaire avec trois fuseaux.



Soit T la période du vibreur en S dont l'équation horaire peut s'écrire sous la forme :

$$y(t) = y_m \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right)$$

Le point M d'abscisse x est sollicité à la fois par l'onde incidente $y_1(x, t)$ issue de S et par l'onde $y_2(x, t)$ réfléchie en E .

Pour arriver en M à partir de la source, l'onde incidente a parcouru la distance x . L'équation du mouvement du point M qui en résulte s'écrit :

$$y_1(x, t) = y_m \sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)\right]$$

Pour arriver en M à partir de la source, l'onde réfléchie a parcouru la distance $L + (L - x) = 2L - x$ et subit un **saut de phase** de π à l'extrémité fixe E . L'équation du mouvement du point M qui en résulte s'écrit :

$$y_2(x, t) = y_m \sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{2L - x}{\lambda}\right) + \pi\right]$$

Le mouvement résultant de M s'obtient en additionnant les élongations y_1 et y_2 :

$$y(x, t) = y_1(x, t) + y_2(x, t)$$

Le point M de la corde est un *ventre* si les deux ondes y sont à tout instant *en phase*. Cette condition se traduit par :

$$y_1 = y_2 \Leftrightarrow 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{2L - x}{\lambda}\right) + \pi + k 2\pi \quad k \in \mathbb{Z}$$

et après simplification :

$$\frac{x}{\lambda} = \frac{2L - x}{\lambda} - \left(k + \frac{1}{2}\right)$$

d'où :

$$x_k = L - \left(k + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{2} \quad k \in \mathbb{N} \quad (0 < x_k < L)$$

Le point M de la corde est un *nœud* si les deux ondes y sont à tout instant *en opposition de phase*. Cette condition se traduit par :

$$y_1 = -y_2 \Leftrightarrow 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) = 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{2L - x}{\lambda}\right) + \pi + (k' - \frac{1}{2}) 2\pi \quad k' \in \mathbb{Z}$$

et après simplification :

$$\frac{x}{\lambda} = \frac{2L - x}{\lambda} - k'$$

d'où :

$$x_{k'} = L - k' \frac{\lambda}{2} \quad k' \in \mathbb{N} \quad (0 \leq x_{k'} \leq L)$$

Il est à remarquer que les équations $y_1 = \pm y_2$ admettent une deuxième solution, supplémentaire à la première, qui donne des positions qui dépendent du temps, donc à rejeter physiquement.

La distance entre deux nœuds voisins est égale à la longueur d'un fuseau :

$$\Delta x = x_{k'} - x_{k'+1} = \frac{\lambda}{2}$$

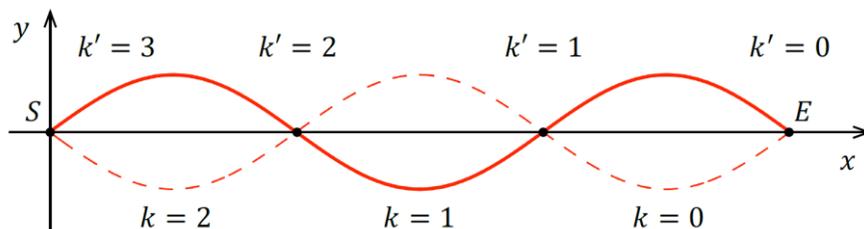
L'amplitude de la source est faible par rapport à celle d'un ventre. La source en $x = 0$ peut être considéré comme un nœud, ce qui détermine la valeur maximale de k' notée n :

$$0 = L - n \frac{\lambda}{2}$$

$$L = n \frac{\lambda}{2}$$

Sur la corde de longueur L il y a formation d'un nombre entier de fuseaux de longueur $\frac{\lambda}{2}$. Il en suit que le nombre de fuseaux est égal à n .

La figure ci-dessous montre les différents ventres et nœuds pour une onde stationnaire avec trois fuseaux.



2.4.5 Ondes progressives et stationnaires

Une **onde progressive** est périodique dans le temps et dans l'espace. Tout point du milieu oscille avec la même période et avec la même amplitude que la source, il effectue le même mouvement que la source mais avec un déphasage qui dépend de sa position.

Une **onde stationnaire** est périodique dans le temps et dans l'espace, avec les mêmes périodes temporelle et spatiale que les ondes progressives composantes. Tous les points passent en même temps par $y = 0$ et atteignent en même temps une position extrême, ils oscillent avec la même période mais avec des amplitudes différentes.

2.4.6 Application aux instruments à cordes

La corde d'un instrument de musique de masse linéique μ est tendue avec une tension F entre deux points fixes séparés d'une longueur L . Lorsque la corde est sollicitée par le musicien, toutes les ondes stationnaires possibles coexistent sur la corde avec des amplitudes différentes.

Pour une onde stationnaire donnée, la corde vibre en un nombre entier de fuseaux, donc sa longueur est égale à un multiple entier de la demi-longueur d'onde :

$$L = n \frac{\lambda_n}{2} = n \frac{c}{2 f_n} = \frac{n}{2 f_n} \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

avec :

- n nombre de fuseaux
- F tension de la corde
- μ masse linéique de la corde
- c célérité le long de la corde $\left(c = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \right)$
- f_n fréquence des vibrations $\left(f_n = \frac{c}{\lambda_n} \right)$

Pour F , μ et L donnés, on obtient une onde stationnaire avec une fréquence vérifiant la relation :

$$f_n = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{F}{\mu}} \quad n \in \mathbb{N}^*$$

Ces fréquences sont appelées **fréquences propres** de la corde vibrante.

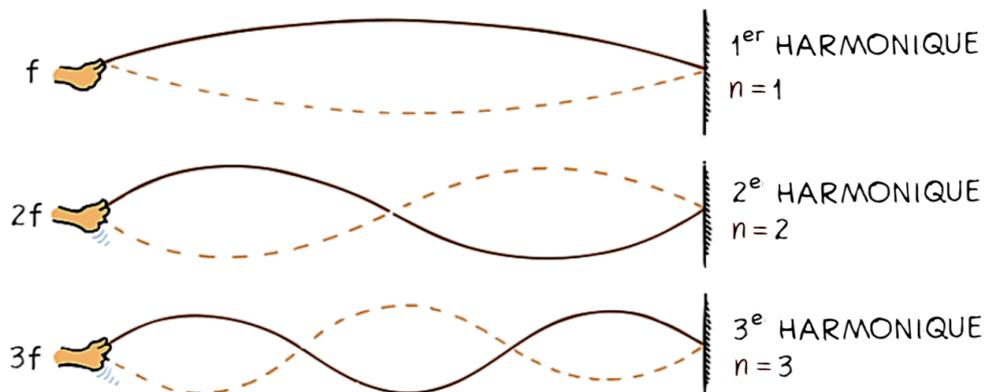
La valeur $n = 1$ correspond à une onde stationnaire avec un seul fuseau appelée **premier harmonique** dont la fréquence, appelée **fréquence fondamentale**, est :

$$f_1 = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

Au premier harmonique s'ajoutent les ondes stationnaires qui correspondent aux valeurs $n = 2, 3, \dots$ avec 2, 3, ... fuseaux appelées **harmoniques supérieurs**. Leurs fréquences sont des multiples de la fréquence du premier harmonique :

$$f_n = n f_1 \quad n \in \mathbb{N}^*$$

La **hauteur** du son émis par la corde, correspondant à sa fréquence, est fixée par le premier harmonique. Le **timbre** de l'instrument est essentiellement déterminé par la distribution des harmoniques qui existent sur la corde.



La formule pour la fréquence du premier harmonique montre que :

- plus la tension de la corde est grande, plus la fréquence du son émis est élevée, donc plus le son émis est aigu ; cette propriété est utilisée pour accorder les instruments ;
- plus la masse linéique est grande, plus la fréquence du son émis est faible, donc plus le son est grave, pour une tension et une longueur données ; les différentes cordes d'une guitare ont des masses linéiques différentes ;
- plus la corde est courte, plus le son émis est aigu, pour une tension et une masse linéique données ; les cordes d'un piano ont des longueurs différentes.

■ As-tu compris ?

- Les affirmations suivantes sont-elles vraies pour les ondes progressives, les ondes stationnaires ou les deux ?
 - Chaque point du milieu répète le mouvement de la source avec un décalage dans le temps.
 - Deux points séparés d'une demi-longueur d'onde vibrent en opposition de phase.
 - Tous les points n'ont pas la même amplitude ; certains vibrent avec une amplitude maximale, d'autres restent immobiles.
- Un vibreur anime une corde fixée à une extrémité avec des fréquences entre 1 Hz et 100 Hz. On observe 6 fuseaux pour une fréquence de 72 Hz.
 - Quelle est la fréquence du premier harmonique ?
 - Quelles sont les fréquences du deuxième et troisième harmonique ?
 - Quel est le nombre maximal de fuseaux que l'on pourrait observer ?

2.4.7 Ondes acoustiques stationnaires

Des ondes stationnaires peuvent également apparaître dans un tuyau rempli d'un gaz, en particulier de l'air pour les instruments à vent. Ce sont des **ondes stationnaires acoustiques** qui résultent de la superposition de deux ondes acoustiques progressives se propageant dans la direction du tuyau mais dans des sens contraires.

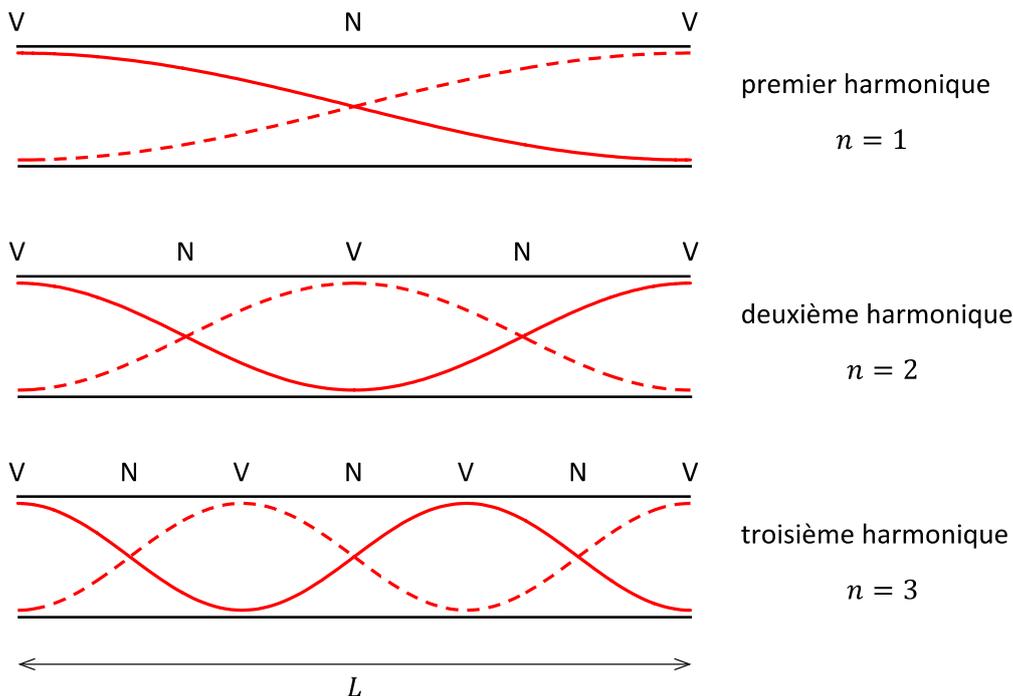
Un tuyau peut avoir des extrémités fermées ou ouvertes. De même que pour une onde sur une corde tendue, une onde acoustique incidente sur une extrémité du tuyau sera réfléchi, sans changement de phase sur une extrémité ouverte, avec un saut de phase de π sur une extrémité fermée. Il en résulte que l'amplitude des molécules d'air est maximale sur une extrémité ouverte et nulle sur une extrémité fermée ; il y a apparition d'un *ventre* sur une *extrémité ouverte* et d'un *nœud* sur une *extrémité fermée*.

Dans le tuyau apparaissent une succession de nœuds et de ventres, la distance entre un nœud et un ventre voisin est de $\lambda/4$, entre deux nœuds ou deux ventres voisins elle est de $\lambda/2$.

Les cas les plus fréquents sont les tuyaux avec deux extrémités ouvertes, par exemple la flûte, et les tuyaux avec une extrémité ouverte et une extrémité fermée, par exemple les tuyaux d'orgue.

2.4.7.1 Tuyau avec deux extrémités ouvertes

La figure suivante montre les trois premiers harmoniques dans un tuyau de longueur L avec deux extrémités ouvertes. Les nœuds (N) et ventres (V) de ces ondes stationnaires sont indiqués.



Les expressions suivantes peuvent en être déduites :

$$L = n \frac{\lambda_n}{2} \quad n \in \mathbb{N}^*$$

avec $n = 1$ pour le **premier harmonique** et $n = 2, 3, \dots$ pour les **harmoniques supérieurs**. Il en suit les longueurs d'onde des différentes ondes stationnaires :

$$\lambda_n = \frac{2L}{n} \quad n \in \mathbb{N}^*$$

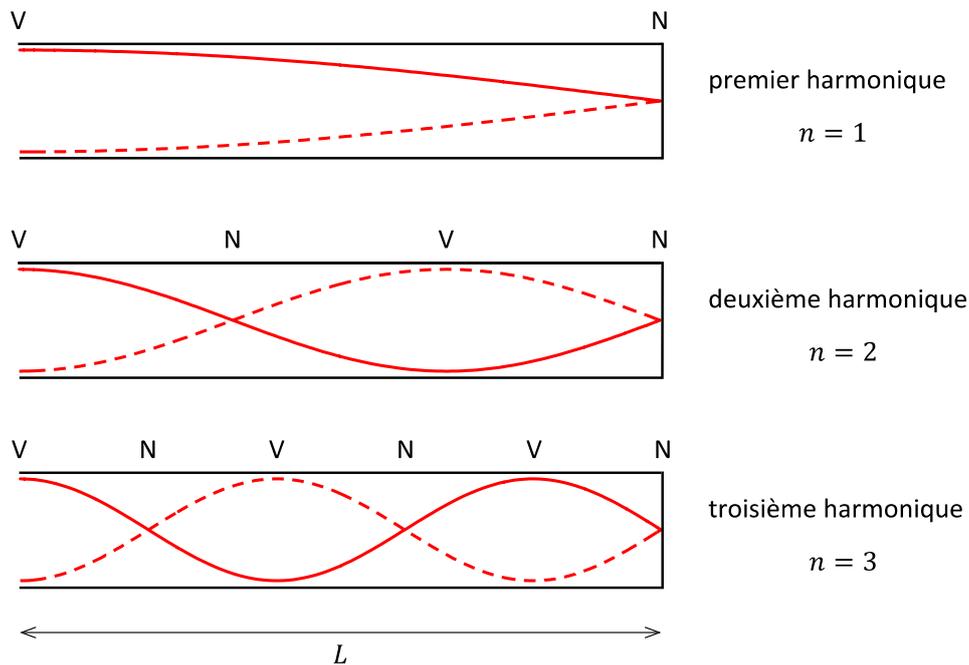
Les fréquences des ondes stationnaires sont obtenues avec $f = \frac{c}{\lambda}$:

$$f_n = n \frac{c}{2L} \quad n \in \mathbb{N}^*$$

où c est la célérité du son.

2.4.7.2 Tuyau avec une extrémité ouverte et une extrémité fermée

Les figures suivantes montrent les trois premiers harmoniques dans un tuyau de longueur L avec une extrémité ouverte et une extrémité fermée. Les nœuds (N) et ventres (V) de ces ondes stationnaires sont indiqués.



Les expressions suivantes peuvent en être déduites :

$$L = (2n - 1) \frac{\lambda_n}{4} \quad n \in \mathbb{N}^*$$

avec $n = 1$ pour le **premier harmonique** et $n = 2, 3, \dots$ pour les **harmoniques supérieurs**. Il en suit les longueurs d'onde des différentes ondes stationnaires :

$$\lambda_n = \frac{4L}{2n - 1} \quad n \in \mathbb{N}^*$$

Les fréquences des ondes stationnaires sont obtenues avec $f = \frac{c}{\lambda}$:

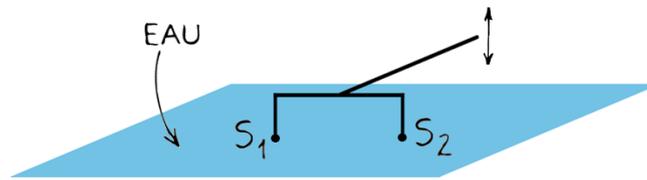
$$f_n = (2n - 1) \frac{c}{4L} \quad n \in \mathbb{N}^*$$

où c est la célérité du son.

2.5 Interférences dans un milieu à deux dimensions

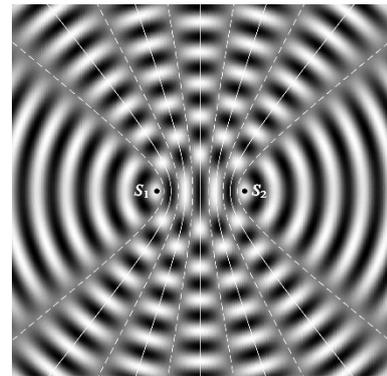
2.5.1 Description de l'expérience

Une fourche munie de deux points est fixée à l'extrémité d'un vibreur. Les points S_1 et S_2 ont ainsi la même fréquence et constituent deux sources cohérentes. Elles font naître à la surface de l'eau des ondes circulaires.



2.5.2 Observations

À la surface libre du liquide on observe des rides fixes, bien nettes entre S_1 et S_2 . Elles ont la forme d'arcs d'hyperboles dont les foyers sont S_1 et S_2 . On les appelle des **lignes** ou des **franges d'interférences**. Elles disparaissent si l'une des pointes vibre sans toucher l'eau.



2.5.3 Interprétation

Supposons que les deux pointes frappent l'eau exactement au même instant. S_1 et S_2 constituent alors deux sources non seulement cohérentes mais synchrones. Supposons de plus qu'elles pénètrent à la même profondeur dans l'eau : S_1 et S_2 constituent alors deux sources synchrones de même amplitude. Avec un choix convenable de l'origine des temps leur équation horaire est du type :

$$y(t) = y_m \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right)$$

Soit M un point de la surface de l'eau situé à la distance d_1 de S_1 et à la distance d_2 de S_2 .

L'onde venant de S_1 impose au point M le mouvement d'équation horaire :

$$y_1(t) = y_m \sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{d_1}{\lambda}\right)\right]$$

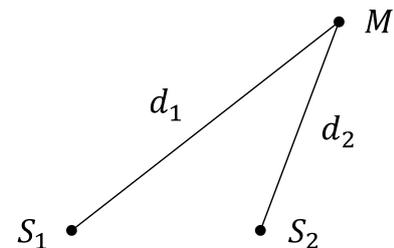
L'onde venant de S_2 impose au point M le mouvement d'équation horaire :

$$y_2(t) = y_m \sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{d_2}{\lambda}\right)\right]$$

Le mouvement résultant en M est $y = y_1 + y_2$.

L'amplitude du mouvement résultant est **maximale** aux points où les deux vibrations y_1 et y_2 sont en phase :

$$y_1 = y_2 \Leftrightarrow 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{d_1}{\lambda}\right) = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{d_2}{\lambda}\right) + n 2\pi \quad n \in \mathbb{Z}$$



D'où la condition que doit vérifier un point d'une frange d'amplitude maximale :

$$d_2 - d_1 = 2n \frac{\lambda}{2} \quad n \in \mathbb{Z}$$

Les points qui obéissent à la condition $n = 0$ sont ceux appartenant à la médiatrice de $[S_1 S_2]$. Les points qui obéissent à la condition $n \neq 0$ appartiennent à une famille d'hyperboles de foyers S_1 et S_2 .

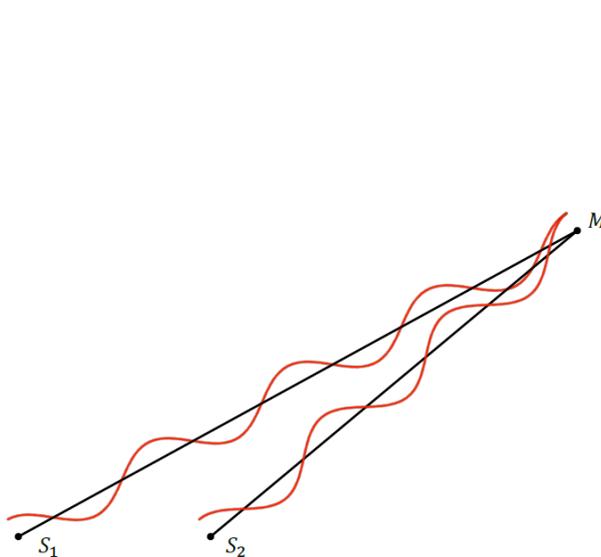
L'amplitude du mouvement résultant est **minimale** aux points où les deux vibrations y_1 et y_2 sont en opposition de phase :

$$y_1 = -y_2 \Leftrightarrow 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d_1}{\lambda} \right) = 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d_2}{\lambda} \right) + (2n' + 1)\pi \quad n' \in \mathbb{Z}$$

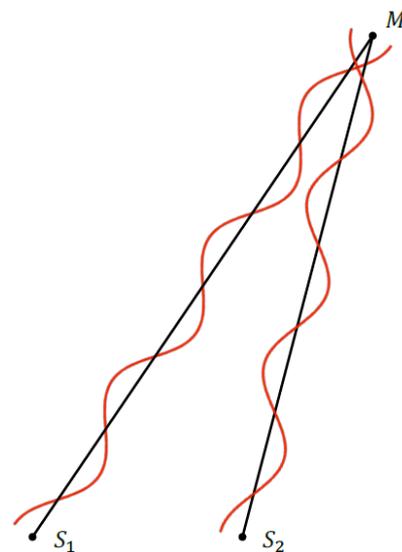
D'où la condition que doit vérifier un point d'une frange d'amplitude minimale :

$$d_2 - d_1 = (2n' + 1) \frac{\lambda}{2} \quad n' \in \mathbb{Z}$$

Les points qui obéissent à cette condition appartiennent à une autre famille d'hyperboles de foyers S_1 et S_2 qui s'intercalent entre celles des interférences constructives.



Les ondes issues de S_1 et S_2 arrivent en phase au point M



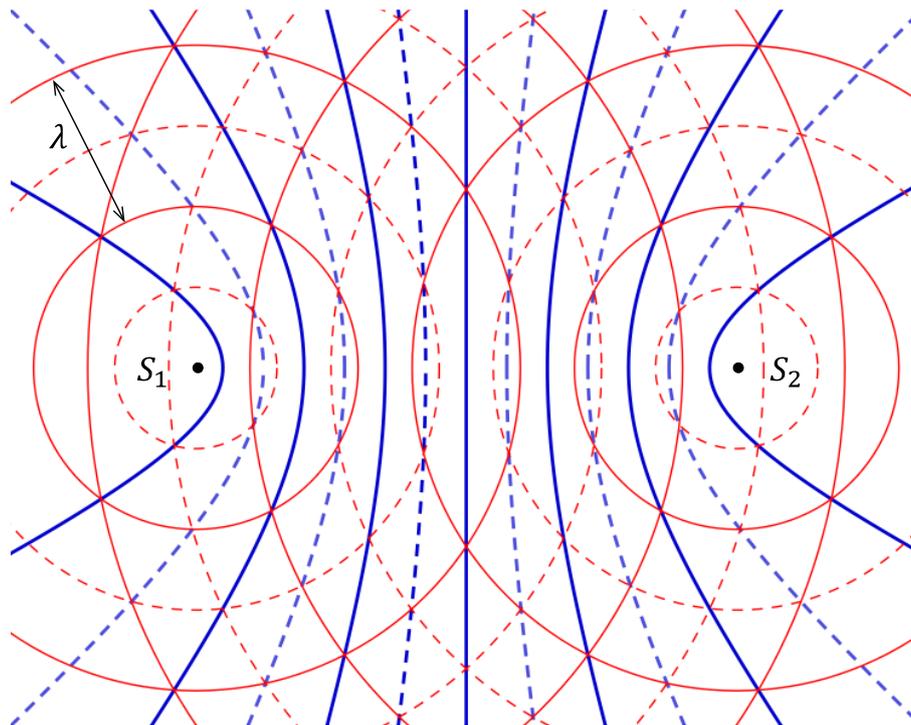
Les ondes issues de S_1 et S_2 arrivent en opposition de phase au point M

L'état vibratoire en un point M dépend donc de la différence des distances de ce point aux deux sources, appelée **différence de marche** δ :

$$\delta = d_2 - d_1$$

Les conditions d'interférences constructives ou destructives peuvent se résumer comme suit :

- Si la différence de marche en M est égale à un nombre pair de demi-longueurs d'onde, c'est-à-dire la différence de marche est un nombre entier de longueurs d'onde, l'amplitude en M est maximale.
- Si la différence de marche en M est égale à un nombre impair de demi-longueurs d'onde, l'amplitude en M est minimale.



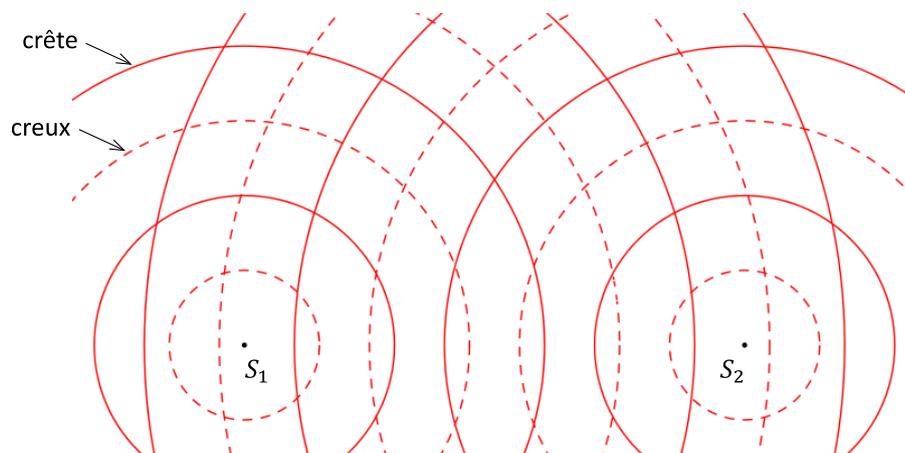
amplitude maximale	crête
amplitude minimale	creux

Remarque :

Les équations $y_1 = \pm y_2$ admettent une deuxième solution, supplémentaire à la première, qui donne des positions qui dépendent du temps, donc à rejeter physiquement.

As-tu compris ?

8. Des ondes circulaires issues de deux sources synchrones placées respectivement en S_1 et en S_2 se propagent dans un même milieu.



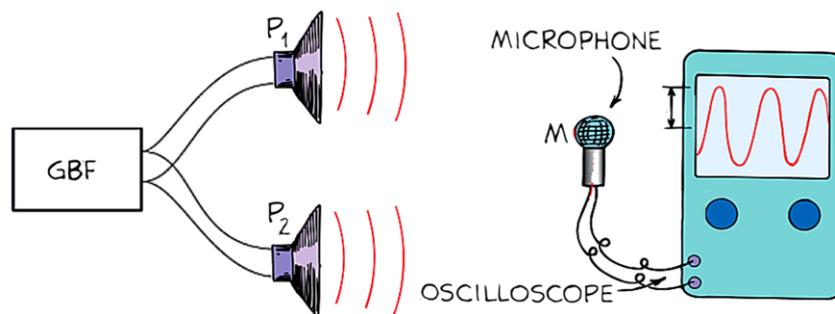
Indiquer sur la figure deux points P et Q dont la différence de marche est égale à une longueur d'onde et qui vibrent en opposition de phase.

2.6 Interférences dans un milieu à trois dimensions

Les ondes **sonores** ou **acoustiques** sont des ondes qui se propagent dans tout milieu élastique, en particulier dans l'air. Les ondes se propagent dans toutes les directions de l'espace à partir de la source. Une onde sonore dans un milieu fluide est toujours longitudinale, dans un solide elle peut également être transversale.

L'oreille mise à part, le détecteur de choix est le microphone. Sa pièce maîtresse est une membrane élastique que l'onde sonore met en vibrations. Les vibrations mécaniques de la membrane sont ensuite transformées en vibrations électriques, c'est-à-dire en tension alternative qu'on peut visualiser sur l'écran d'un oscilloscope.

Pour mettre en évidence les interférences de deux ondes acoustiques, deux haut-parleurs P_1 et P_2 , alimentés par un même générateur basse fréquence, sont placés l'un à côté de l'autre. Un microphone mobile placé en M est relié à un oscilloscope.



Quand on déplace le microphone parallèlement à l'alignement des deux haut-parleurs, l'amplitude de la vibration sonore qu'il détecte passe alternativement par un minimum et par un maximum. Ces variations de l'amplitude du son détecté peuvent être observées non seulement dans le plan des deux haut-parleurs, mais dans tout l'espace compris entre eux.

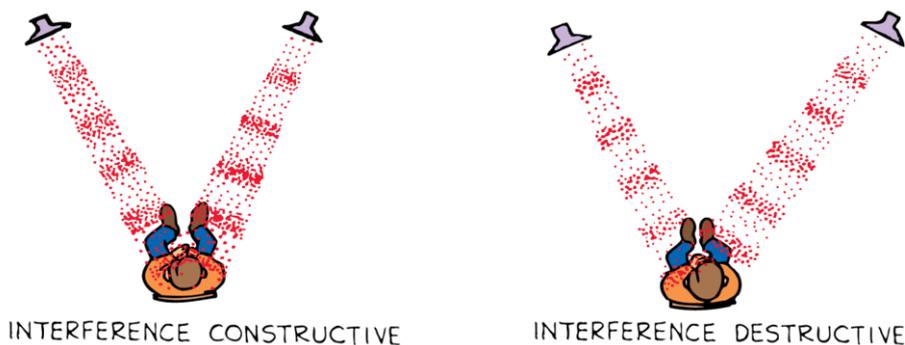
L'onde sonore détectée résulte de la superposition des deux ondes acoustiques émises par les deux haut-parleurs qui constituent des sources cohérentes.

En tout point M où l'amplitude est maximale, la différence de marche des deux ondes acoustiques est telle que :

$$P_1M - P_2M = n\lambda = 2n \frac{\lambda}{2} \quad n \in \mathbb{Z}$$

En tout point N où l'amplitude est minimale, la différence de marche des deux ondes acoustiques est telle que :

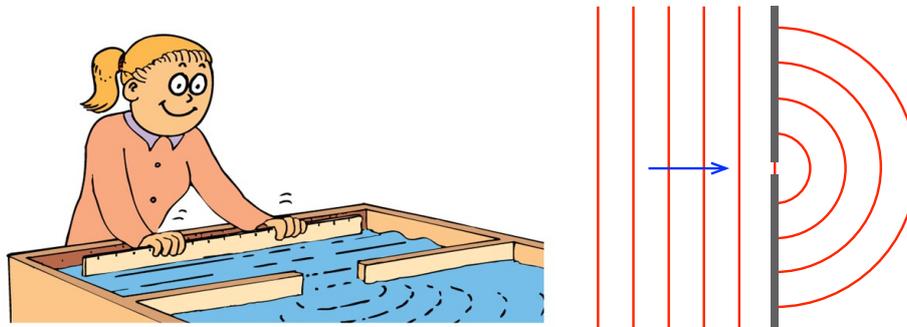
$$P_1N - P_2N = (2n' + 1) \frac{\lambda}{2} \quad n' \in \mathbb{Z}$$



2.7 Le phénomène de diffraction

2.7.1 Mise en évidence du phénomène

À l'aide d'une lame rectiligne on crée une onde progressive plane à la surface de l'eau dans une cuve à ondes. On interpose sur le parcours de l'onde un écran muni d'une fente étroite d'une largeur inférieure à la longueur d'onde.



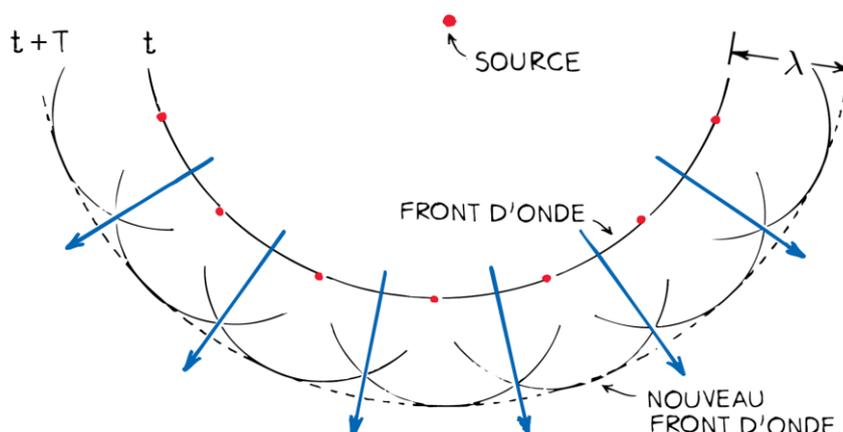
Diffraction d'une onde rectiligne par une fente étroite

On remarque que l'onde pénètre dans la « zone d'ombre » de l'écran ; la fente se comporte comme une **source secondaire** d'ondes circulaires. On dit qu'il y a **diffraction** de l'onde plane par la fente.

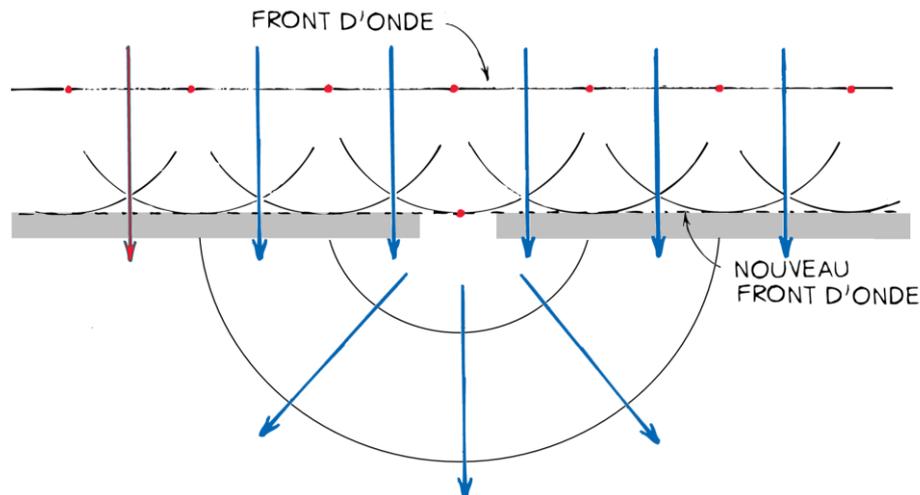
2.7.2 Principe de Huygens-Fresnel

On peut comprendre ce phénomène en appliquant le **principe de Huygens-Fresnel**. Ce principe est une théorie ondulatoire qui permet de déterminer la propagation d'une onde par construction géométrique.

Soit un front d'onde à l'instant t . Chaque point de ce front d'onde peut être considéré comme une source émettant une onde circulaire. Ces ondes secondaires interfèrent entre elles et le nouveau front d'onde est l'enveloppe formée par les cercles d'ondes secondaires. Ainsi, à l'instant $t + T$ par exemple, le front d'onde s'est propagé d'une distance $cT = \lambda$ dans la direction et dans le sens indiqués par les rayons de propagation.



Lorsqu'une onde plane arrive sur une fente étroite, la longueur du front d'onde est quasiment réduite à un point. D'après le principe de Huygens-Fresnel, ce point peut être considéré comme une source d'onde circulaire.



La diffraction est le phénomène par lequel une onde est déviée de sa trajectoire initiale lorsqu'elle rencontre une ouverture dont la dimension est de l'ordre de la longueur d'onde.

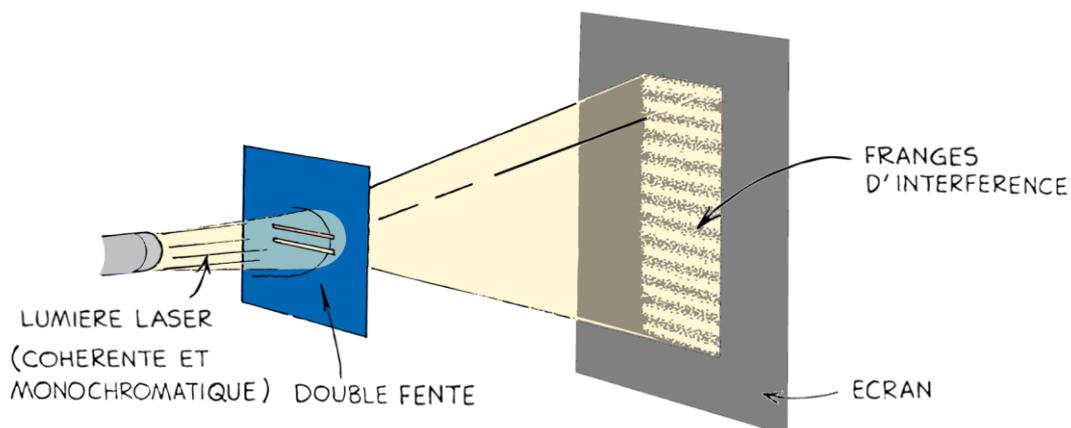
3 Interférences lumineuses

3.1 La double fente

3.1.1 Expérience des fentes de Young

Description de l'expérience :

Un rayon laser éclaire un écran percé de deux fentes très fines et parallèles, appelées **fentes de Young**. Par le phénomène de diffraction, les deux fentes se comportent comme des sources identiques divergentes. Un écran, placé parallèlement au plan des fentes, recueille la lumière issue de la double fente².



Observation :

Sur l'écran on observe une série de raies parallèles, de même largeur, alternativement brillantes et obscures : ce sont des **franges d'interférences**. Elles ne sont observables que si l'écran est placé dans la zone de recouvrement des faisceaux issus des deux fentes

² Un dispositif similaire a permis au physicien britannique Thomas Young (1773–1829) de démontrer la nature ondulatoire de la lumière, avec une source lumineuse pourvue d'une fente simple à la place d'un laser.

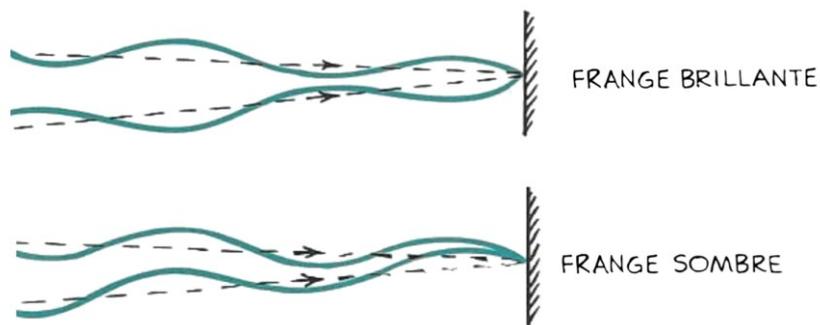
Interprétation :

Il est surprenant de voir qu'en certains points de l'espace, le recouvrement de deux faisceaux lumineux donne obscurité. Ceci rappelle le phénomène des interférences destructives observé pour des ondes mécaniques.

Par analogie, il faut admettre qu'une lumière monochromatique est une vibration sinusoïdale qui se propage à partir de la source lumineuse. La fréquence de l'onde lumineuse est caractéristique de la couleur de la lumière. Ces hypothèses constituent le **modèle ondulatoire de la lumière**.

La lumière issue du laser éclaire les deux fentes fines S_1 et S_2 . Celles-ci se comportent, par le phénomène de diffraction, comme deux nouvelles sources de lumière cohérentes et identiques. En un point M de la région où les deux faisceaux divergents se superposent, les ondes lumineuses interfèrent :

- il y a lumière en M (frange brillante) si l'interférence y est constructive ;
- il y a obscurité en M (frange sombre) si l'interférence y est destructive.

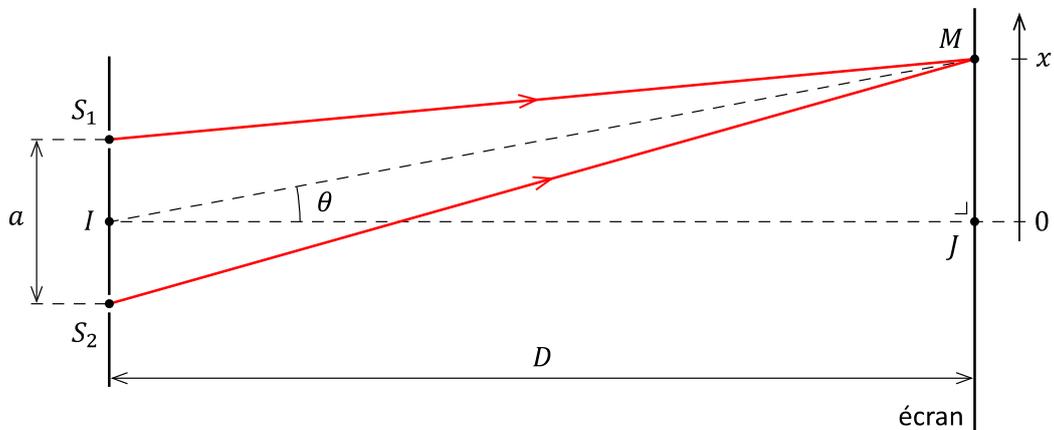


3.1.2 Calcul de la différence de marche

L'état vibratoire en un point M dépend de la différence de marche de ce point aux deux sources S_1 et S_2 :

$$\delta = S_2M - S_1M$$

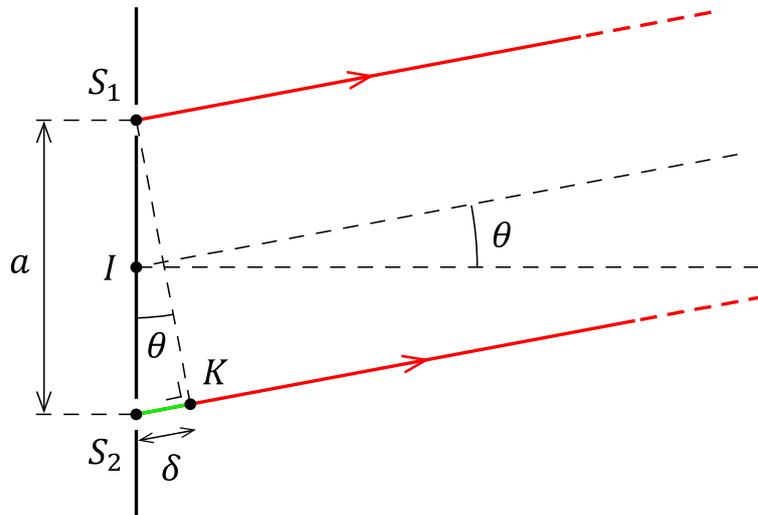
Soit D la distance séparant le plan des fentes du plan de l'écran, a la distance séparant les milieux des deux fentes et x l'abscisse du point M de l'écran repéré par rapport à la médiatrice (IJ) de $[S_1S_2]$.



La distance a est de l'ordre du dixième de millimètre, l'abscisse x est de l'ordre du centimètre tandis que la distance D est de l'ordre du mètre.

Puisque $a \ll D$, les rayons lumineux issus des deux fentes et arrivant en M sont approximativement parallèles à la droite (IM) . Ceci nous permet d'écrire, dans le triangle rectangle S_1S_2K :

$$\delta = a \sin \theta .$$



Dans le triangle rectangle IJM nous avons :

$$\tan \theta = \frac{x}{D}$$

Étant donné que $x \ll D$, l'angle θ est suffisamment petit pour pouvoir écrire :

$$\sin \theta \simeq \tan \theta$$

Il en suit :

$$\delta = a \tan \theta$$

d'où l'expression de la différence de marche :

$$\delta = \frac{ax}{D}$$

3.1.3 Positions des franges brillantes

On observe une frange brillante en M si l'interférence y est constructive, c'est-à-dire si :

$$\delta = 2n \frac{\lambda}{2} \quad n \in \mathbb{Z}$$

et en tenant compte de l'expression de la différence de marche :

$$\frac{ax}{D} = n\lambda$$

$$x_n = n \frac{\lambda D}{a} \quad n \in \mathbb{Z}$$

La frange centrale en $x = 0$ avec $n = 0$ est brillante. Deux franges brillantes voisines sont séparées par la distance constante :

$$x_{n+1} - x_n = (n + 1 - n) \frac{\lambda D}{a} = \frac{\lambda D}{a}$$

3.1.4 Positions des franges obscures

On observe une frange obscure en M si l'interférence y est destructive, c'est-à-dire si :

$$\delta = (2n' + 1) \frac{\lambda}{2} \quad n' \in \mathbb{Z}$$

et en tenant compte de l'expression de la différence de marche :

$$\frac{ax}{D} = (2n' + 1) \frac{\lambda}{2}$$

$$x_{n'} = \frac{2n' + 1}{2} \frac{\lambda D}{a} \quad n' \in \mathbb{Z}$$

Deux franges obscures voisines sont séparées par la distance constante :

$$x_{n'+1} - x_{n'} = \frac{2(n' + 1) + 1 - 2n' - 1}{2} \frac{\lambda D}{a} = \frac{\lambda D}{a}$$

3.1.5 Interfrange et longueur d'onde de la lumière

L'**interfrange** i est la distance constante qui sépare deux franges voisines de même nature :

$$i = \frac{\lambda D}{a}$$

Pour une lumière monochromatique donnée, les franges sont d'autant plus éloignées que les fentes sont rapprochées ou que l'écran se trouve loin des fentes.

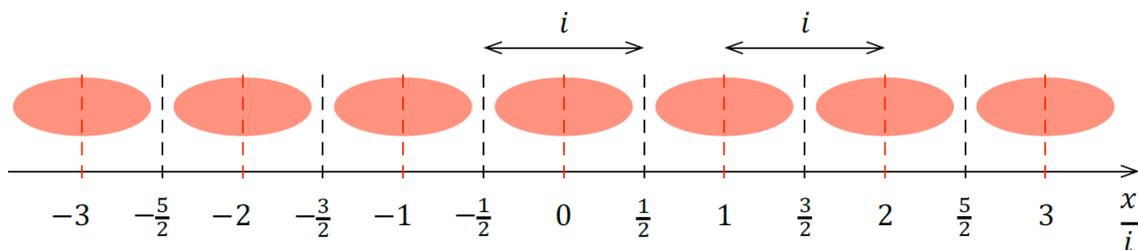
L'interfrange dépend de la longueur d'onde de la lumière. La mesure de l'interfrange permet de déterminer la longueur d'onde de la lumière utilisée. Dans le domaine de la lumière visible, on trouve des longueurs d'onde comprises entre $0,4 \mu\text{m}$ (lumière violette) et $0,7 \mu\text{m}$ (lumière rouge).

Les positions des franges respectivement brillantes et sombres s'expriment en fonction de l'interfrange :

$$x_n = n i \quad n \in \mathbb{Z}$$

et :

$$x_{n'} = \frac{2n' + 1}{2} i \quad n' \in \mathbb{Z}$$



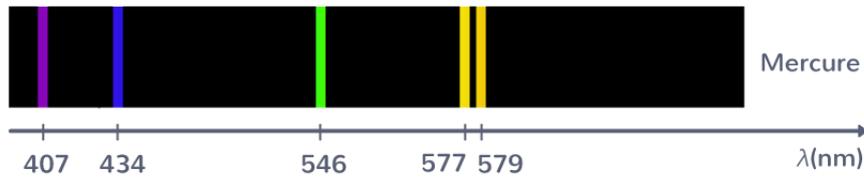
--- centre d'une frange obscure

--- centre d'une frange brillante

3.1.6 Spectres lumineux

Lorsque la lumière qui tombe sur la double fente est composée de plusieurs longueurs d'onde, les franges d'interférence qui correspondent aux différentes lumières monochromatiques se superposent. Il n'y a pas d'interférences entre des ondes de longueurs d'onde différentes. Sur l'écran le spectre de la lumière devient visible.

La figure ci-dessous montre le **spectre discret** du mercure contenant un ensemble discret de longueurs d'onde. Le spectre a été obtenu avec un réseau de diffraction (voir point 3.2).

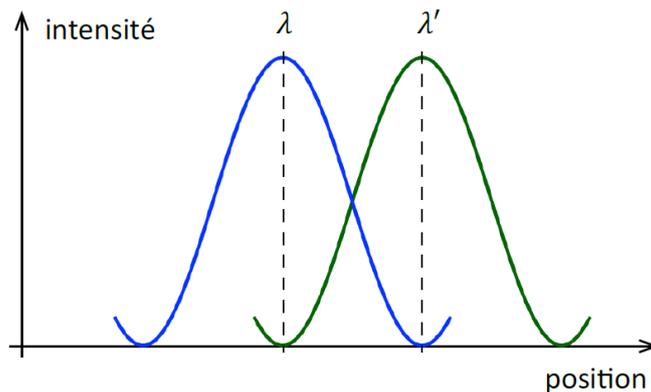


Le spectre du mercure contient deux franges brillantes jaunes avec des longueurs d'onde valant respectivement $\lambda = 577 \text{ nm}$ et $\lambda' = 579 \text{ nm}$. Pour l'analyse d'un spectre il est important de pouvoir distinguer des franges brillantes voisines de longueurs d'onde proches. Le **pouvoir de résolution** R est défini par :

$$R = \frac{\lambda}{\lambda' - \lambda} = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$$

où λ et λ' sont les longueurs d'onde qui correspondent à deux franges brillantes proches l'une de l'autre mais pouvant encore être tout juste résolues. Pour l'exemple des deux franges jaunes du mercure le pouvoir de résolution minimal nécessaire est $R = 289$.

Le pouvoir de résolution d'une double fente est déterminé en appliquant le **critère de Rayleigh** : deux franges brillantes peuvent tout juste encore être résolues si la position du maximum d'une des franges coïncide avec celle du minimum voisin de l'autre.



Pour une double fente, la position du maximum d'ordre n pour la longueur d'onde λ' est :

$$x'_n = n \frac{\lambda' D}{a}$$

La position du minimum d'ordre n pour la longueur d'onde λ s'écrit :

$$x_n = \frac{2n + 1}{2} \frac{\lambda D}{a}$$

L'application du critère de Rayleigh s'écrit $x'_n = x_n$ et donne :

$$n \frac{\lambda' D}{a} = \frac{2n + 1}{2} \frac{\lambda D}{a}$$

$$2n \lambda' = (2n + 1) \lambda$$

$$2n (\lambda' - \lambda) = \lambda$$

Il en résulte :

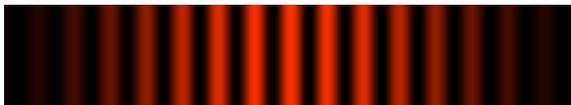
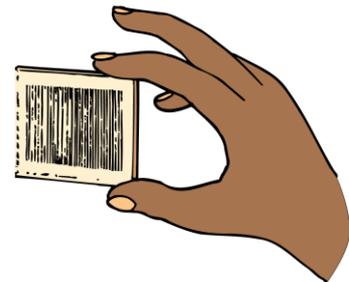
$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = 2n$$

Le pouvoir de résolution pour une double fente est proportionnel à l'ordre du maximum observé.

3.2 Le réseau de diffraction

Le pouvoir de résolution d'une double fente est limité par le fait que les franges brillantes voisines associées à une longueur d'onde ont une largeur qui est égale à la distance qui les sépare. L'ordre est limité par le fait que l'intensité lumineuse des franges brillantes décroît rapidement avec n . Par exemple, pour séparer les deux franges brillantes jaunes du mercure il faudrait les observer dans un ordre supérieur à 144.

En augmentant le nombre de fentes, l'intensité lumineuse des franges brillantes augmente, leur largeur diminue et la distance qui les sépare augmente. Un tel dispositif est appelé **réseau de diffraction**. Un tel réseau est constitué d'un grand nombre de fentes étroites parallèles, il est possible de réaliser des réseaux avec plusieurs centaines de fentes par millimètre.

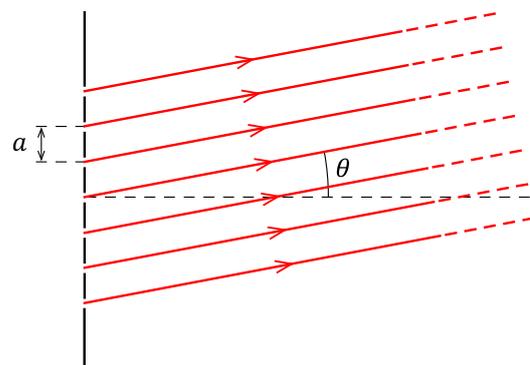


Spectre lumineux créé par une double fente



Spectre lumineux créé par un réseau de diffraction

Un réseau est éclairé par un faisceau lumineux parallèle à l'axe du réseau, couvrant un nombre N de fentes. La lumière transmise par le réseau est observée dans la direction définie par l'angle θ . La distance entre les milieux de deux fentes voisines est appelée le **pas du réseau** a . Le pas du réseau est très petit comparé à la distance entre le réseau et l'écran de sorte que les rayons transmis par les fentes peuvent être considérés comme parallèles.



Par exemple, pour un réseau de 600 fentes par millimètre, le pas du réseau vaut :

$$a = \frac{1 \text{ mm}}{600} = 1,7 \text{ }\mu\text{m}$$

Sur l'écran on observe des maxima lumineux et étroits, appelés **maxima principaux**. Un maximum principal est observé dans la direction pour laquelle la différence de marche entre deux fentes

voisines est égale à un multiple entier d'une longueur d'onde. C'est une condition nécessaire et suffisante. En appliquant les résultats pour la double fente il vient :

$$\delta = a \sin \theta = n \lambda \quad n \in \mathbb{Z}$$

où n est appelé **ordre de diffraction** ou **ordre du spectre**. Le maximum principal d'ordre n est observé dans la direction pour laquelle l'angle θ_n vérifie :

$$\sin \theta_n = n \frac{\lambda}{a}$$

Le pouvoir de résolution d'un réseau est donné par l'expression :

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = N |n|$$

Le pouvoir de résolution est d'autant plus grand que le nombre de fentes éclairées est grand et que l'ordre dans lequel on observe les maxima est grand.

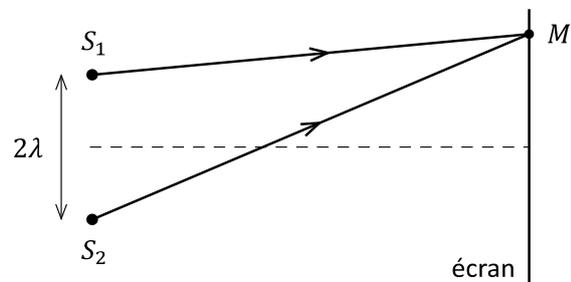
Remarques

- Les rayures sur la surface réfléchissante d'un CD diffractent la lumière en ses couleurs composantes.
- Les plumes des oiseaux sont les réseaux de diffraction de la nature.
- Les couleurs saisissantes des opales proviennent de couches de minuscules sphères de silice qui agissent comme des réseaux de diffraction.

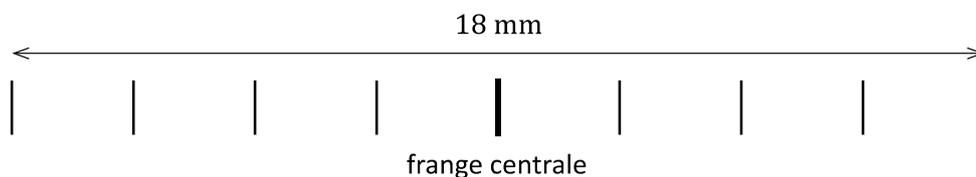
■ As-tu compris ?

9. Les ondes lumineuses issues des deux sources cohérentes S_1 et S_2 de la figure ci-dessous se superposent en un point M de l'écran.

Montrer, à l'aide des indications et de distances mesurées sur la figure, qu'il y a obscurité au point M .



10. La figure montre les centres des franges brillantes obtenues avec un dispositif de Young en lumière rouge.



- Déterminer l'interfrange.
- Pour une longueur d'onde donnée, de quelles façons peut-on changer le dispositif pour augmenter l'interfrange ?
- Ajouter sur la figure quelques franges obtenues avec le même dispositif en lumière verte. Le rapport des deux longueurs d'onde est $5/8$.

4 Exercices

1. L'équation du mouvement d'une source est de la forme $y(t) = y_m \sin(\omega t + \varphi)$. La période du mouvement est égale à 8 s. La trajectoire est un segment de droite de 12 cm de longueur. À l'origine des temps la source passe par sa position d'équilibre et se déplace vers le bas.

a. Déterminer les valeurs des trois paramètres y_m , ω et φ .

On suppose que le mouvement vibratoire de la source se propage sans amortissement dans le milieu environnant, la période dans l'espace (ou longueur d'onde) étant égale à 320 cm.

b. Calculer la célérité c dans le milieu considéré.

c. Calculer et l'élongation y_M d'un point M du milieu situé à 20 cm de la source.

2. L'extrémité S d'une corde est reliée à un vibreur harmonique transversal de fréquence $f = 50$ Hz et d'amplitude 2 cm. On suppose qu'il n'y a pas de réflexion à l'autre extrémité de la corde. Cette corde, de masse linéaire $\mu = 200$ g/m, est tendue par un poids de 20 N. On définit un axe Ox parallèle à la corde, orienté dans le sens de propagation des ondes et tel que $x_S = 0$.

a. Montrer que le point M d'abscisse $x_M = 1,2$ m est en phase avec la source S . Trouver un point de la corde qui est en opposition de phase avec M et S .

b. L'origine des temps correspond à un passage de la source S par sa position d'élongation maximale. Déterminer l'équation d'onde.

c. Déterminer l'élongation y_M du point M ainsi que la vitesse de déplacement v_{My} du point M à l'instant $t = 0,012$ s.

3. Une corde tendue très longue est excitée à l'une de ses extrémités par un mouvement transversal d'amplitude $A = 10$ cm et d'équation :

$$y(t) = A \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right)$$

a. Établir l'équation de l'onde progressive se propageant dans la corde. Expliquer ce qu'on entend par double périodicité de ce phénomène.

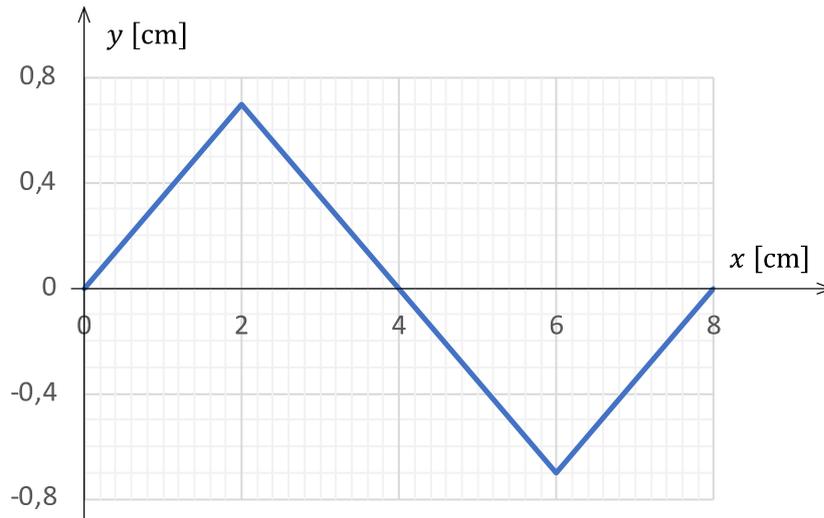
b. En admettant que la corde ait une masse de 100 g pour 10 m de longueur, et qu'elle soit soumise à une tension $F = 15$ N, calculer la célérité c de l'onde progressive ainsi que sa longueur d'onde λ sachant que la fréquence vaut 16 Hz.

c. Écrire l'équation du mouvement d'un point M distant de 5 m de la source. Calculer son élongation à l'instant $t = 2,5$ s.

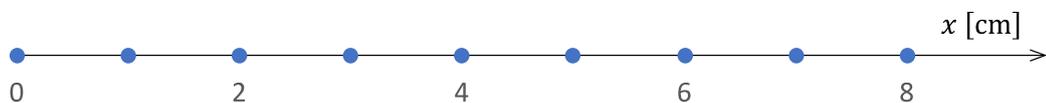
d. À quelle distance se trouvent deux points voisins vibrant en opposition de phase ? Cette distance dépend-elle de la tension F ?

e. Comment faut-il varier F pour doubler la longueur d'onde ?

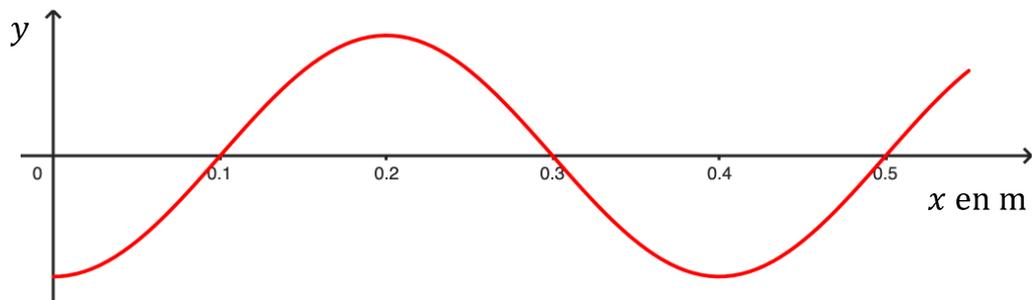
4. Le graphique ci-dessous montre l'élongation y à l'instant $t = 0$ des particules d'un milieu en fonction de leur position x quand une impulsion longitudinale traverse le milieu vers dans le sens positif avec la célérité $c = 1$ cm/s.



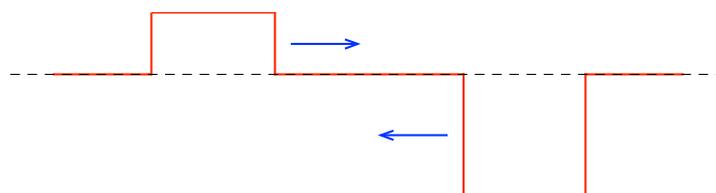
Le diagramme ci-dessous montre les positions d'équilibre des particules pour $0 \leq x \leq 8$ cm.



- a. Représenter les positions de ces particules à l'instant $t = 0$. Indiquer la position de la compression.
 - b. Reprendre la question précédente pour $t = 1$ s.
5. La figure montre, à l'instant t , l'élongation y de molécules d'air en fonction de la position x lorsqu'une onde sonore de célérité $c = 340$ m/s se propage dans la direction et dans le sens positif des x .



- a. Déterminer la fréquence de l'onde sonore.
 - b. Représenter la vitesse des molécules d'air à l'instant t .
 - c. En déduire la position d'une compression.
6. Deux signaux rectangulaires transversaux se propagent avec une vitesse de 1 cm/s. Leur largeur est de 2 cm, leurs hauteurs sont respectivement 1 cm et 2 cm. Ils se déplacent l'une vers l'autre dans les sens indiqués sur la figure.



Déterminer le signal résultant aux instants $t = 0,5$ s, $t = 1,0$ s et $t = 1,5$ s. Prendre $t = 0$ l'instant où les deux signaux vont se rencontrer.

7. Par quelle force faut-il tendre une corde de longueur 0,5 m et de masse 0,8 g pour que le son émis par le premier harmonique soit le « la » de fréquence 220 Hz ? Quelles sont les fréquences du deuxième et du troisième harmonique dans les mêmes conditions ?
8. Avec un réglage convenable de fréquence, tension et longueur, on peut observer 4 fuseaux sur une corde. Comment peut-on réduire le nombre de fuseaux à moitié ?
 - a. En changeant uniquement la tension.
 - b. En changeant uniquement la longueur.
9. Le premier harmonique de la corde « ré » d'une guitare a pour fréquence 293,7 Hz ; la corde « sol » voisine vibre à 392 Hz. La longueur des parties vibrantes des deux cordes est 65 cm. On souhaite raccourcir la partie vibrante de l'une des deux cordes de manière qu'elle sonne à la même fréquence que l'autre.
 - a. Quelle corde faut-il raccourcir ? Motiver la réponse !
 - b. De combien faut-il la raccourcir ?
 - c. Quelle est la longueur d'onde de l'onde sonore produite alors par les deux cordes ? La célérité du son dans l'air est 340 m/s.
10. Un tuyau en verre est ouvert sur une extrémité. On peut varier la longueur de la colonne d'air qu'il renferme de 0,5 m à 1,5 m. Un diapason de fréquence 306 Hz est placé devant l'extrémité ouverte du tuyau. Prédire les longueurs de la colonne d'air pour lesquelles elle amplifie le son émis par le diapason. (La célérité du son est 340 m/s.)
11. Un tuyau en verre est ouvert sur les deux extrémités. Les fréquences de deux harmoniques successifs sont respectivement 300 Hz et 360 Hz. (La célérité du son est 340 m/s.)
 - a. Quels sont les deux harmoniques ?
 - b. Calculer la longueur du tuyau.
12. Les équations d'onde de deux ondes voyageant en sens contraire sur une corde sont :
$$y_1(x, t) = 0,03 \sin[\pi(10t + 2x)] \quad \text{et} \quad y_2(x, t) = 0,03 \sin[\pi(10t - 2x)]$$
(toutes les grandeurs sont indiquées en unités SI)
 - a. Déterminer la longueur d'onde et la période des ondes.
 - b. Écrire l'équation d'onde de l'onde stationnaire qui résulte de la superposition des deux ondes.
 - c. Trouver la position des deux nœuds les plus près de $x = 0$ (pour $x > 0$).
 - d. Trouver la position des deux ventres les plus près de $x = 0$ (pour $x > 0$).
 - e. Calculer l'amplitude de l'onde stationnaire à $x = \lambda/8$.
13. Un vibreur S_1 est animé d'un mouvement oscillatoire sinusoïdal vertical de fréquence 30 Hz et d'amplitude 2 cm. À la date $t = 0$, il passe par sa position la plus basse.
 - a. Déterminer l'équation horaire de S_1 dans un repère Oy orienté vers le haut.
 - b. Le vibreur S_1 est relié à une corde élastique horizontale de longueur 56 cm sur laquelle prend naissance une onde qui progresse à la célérité de 2,4 m/s. Déterminer l'équation du

mouvement d'un point M situé à la distance de $x = 20$ cm de S_1 . Comparer l'état vibratoire de S_1 et de M .

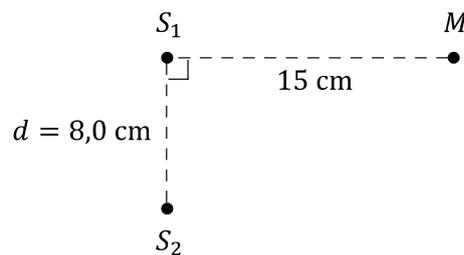
c. À l'autre extrémité de la corde se trouve un deuxième vibreur S_2 , identique à S_1 mais qui passe par sa position la plus haute à la date $t = 0$. Écrire l'équation horaire de S_2 .

d. Comment peut-on qualifier les deux sources S_1 et S_2 ? Peuvent-elles donner naissance à un phénomène d'interférences ?

e. Écrire l'équation horaire du mouvement du même point M qu'en b. sous l'effet de l'onde progressive issue de S_2 . Comparer l'état vibratoire de S_2 et de M .

f. Quel est l'état vibratoire du point M sous l'effet des ondes issues de S_1 et S_2 ensemble ?

14. On réalise des interférences à la surface de l'eau à l'aide de deux sources cohérentes notées S_1 et S_2 . Ces sources sont distantes de $d = 8,0$ cm, elles vibrent en phase, ont même amplitude $a = 3$ mm et émettent chacune une onde progressive.



a. Établir les conditions sur la différence de marche pour les points où une interférence constructive a lieu.

b. Indiquer l'état vibratoire d'un point appartenant à la médiatrice de S_1S_2 . Donner une justification.

c. Sur le segment S_1S_2 , la distance entre deux points de deux franges d'interférence constructives voisines est de 0,5 cm. En sachant que les sources vibrent avec une fréquence de 40 Hz, déterminer la célérité des ondes.

d. Calculer l'amplitude du mouvement d'un point M , se trouvant à une distance de 15,0 cm de S_1 comme indiqué sur la figure.

e. Déterminer l'expression de l'équation de l'onde issue de la source S_1 au point M , sachant que la source a une équation de la forme : $y(t) = y_m \sin(2\pi t/T)$.

f. Pourrait-on obtenir une interférence destructive au point M en changeant la phase d'une des deux sources ? Expliquer !

15. Une expérience d'interférences en lumière verte conduit aux résultats de mesure suivants :

- distance séparant les centres de 11 franges brillantes consécutives : 10,0 mm
- distance entre les fentes : 1,5 mm
- distance entre le plan des fentes et l'écran : 2,80 m

Calculer la longueur d'onde et la fréquence de la lumière verte.

16. Deux fentes de Young sont séparées de 0,5 mm. Elles se trouvent à une distance $D = 3$ m d'un écran placé perpendiculairement à la médiatrice des deux fentes. Calculer l'interfrange correspondant à la lumière rouge ($\lambda = 700$ nm) respectivement à la lumière violette ($\lambda = 480$ nm). En déduire une caractéristique des franges brillantes obtenues en lumière blanche.

- 17.** Un pinceau de lumière monochromatique émis par un laser hélium-néon éclaire deux fentes parallèles séparées par une distance $a = 0,5 \text{ mm}$. Un écran est placé perpendiculairement au pinceau lumineux à une distance $D = 2 \text{ m}$ du plan des fentes.
- Dessiner le dispositif expérimental.
 - Interpréter la formation des franges brillantes et obscures.
 - Définir la différence de marche aux deux fentes d'un point M de l'écran et établir sa relation pour en déduire la position des centres des franges brillantes et obscures.
 - Préciser la nature de la frange centrale appartenant au plan médiateur des deux fentes.
 - Définir l'interfrange. Quelle est l'influence des différents paramètres sur l'interfrange ? Comment doit-on modifier la distance entre les deux fentes pour obtenir des franges plus espacées ?
 - Calculer la longueur d'onde en nm et la fréquence de la lumière en Hz et en THz émise par le laser, sachant que les centres de 6 franges consécutives de même nature sont espacés de $12,7 \text{ mm}$.
 - Est-ce que la longueur d'onde ou la fréquence change (ou les deux) si le rayon lumineux se propage dans le verre ? Calculer les nouvelles valeurs. (Dans le verre la célérité de la lumière vaut $2 \cdot 10^5 \text{ km/s}$.)
- 18.** Le spectre du sodium contient deux lignes très proches de longueurs d'onde $588,995 \text{ nm}$ et $589,592 \text{ nm}$. Une lampe de sodium éclaire un réseau de diffraction qui arrive tout juste à séparer ces deux lignes dans le troisième ordre dans une direction donnée par un angle $\theta = 12^\circ$.
- Calculer le pas du réseau.
 - Calculer le nombre total de fentes éclairées par la lampe.
- 19.** Un réseau de diffraction contient 300 fentes par mm. On veut observer des spectres d'émission dans le domaine visible s'étendant de 400 nm à 750 nm .
- Calculer le pas du réseau.
 - Déterminer l'ordre maximal n_{max} pour lequel tout le spectre visible peut être observé. Montrer qu'il y a recouvrement des spectres correspondants aux ordres n_{max} et $n_{\text{max}} - 1$.
 - Déterminer l'ordre maximal n'_{max} pour lequel tout le spectre visible peut être observé sans recouvrement.

Crédits Photos

© Frank Chen Photography/ Shutterstock.com (131803862) – **page titre** (water drops)

Crédits Illustrations

Des remerciements particuliers sont adressés à Paul G. HEWITT. Les illustrations sont, sauf indication contraire, l'œuvre de Paul G. Hewitt et des auteurs du cours. Les illustrations de Paul G. HEWITT ont été retravaillées par Laurent HILD, avec l'autorisation écrite et personnelle de l'auteur. Les illustrations originales sont des livres :

© HEWITT, Paul G., *Conceptual physics*, 2015, Pearson

© HEWITT, Paul G., SUCHOCKI John, *Conceptual physical science – Practice Book*, 2012, Pearson

© EPSTEIN Lewis C., HEWITT, Paul G., *Thinking Physics* – 1981, Insight Press

6.

Relativité d'Einstein



© Ferdinand Schmutzer (domaine public)

Sommaire

1	Postulats d'Einstein.....	1
1.1	Premier postulat – le principe de la relativité	1
1.2	Deuxième postulat – le principe de la constance de la vitesse de la lumière	2
2	Terminologie	2
3	Relativité de la simultanéité	3
4	Dilatation du temps	4
4.1	Expérience de pensée	4
4.2	Intervalles de temps propre et impropre	5
4.3	Relation entre Δt et Δt_0	5
5	Contraction des longueurs.....	7
5.1	Expérience de pensée	7
5.2	Longueur au repos et longueur en mouvement.....	8
5.3	Relation entre l et l_0	8
6	Expérience des muons de Frisch et Smith	10
6.1	Description.....	10
6.2	Interprétation	11
7	Énergie au repos et équivalence masse-énergie	12
8	Quantité de mouvement et énergie relativistes	14
8.1	Quantité de mouvement relativiste	14
8.2	Énergie relativiste	15
8.3	Relations utiles.....	16
9	Pour en savoir plus.....	17
9.1	Expérience de Michelson-Morley	17
9.2	Introduction à la relativité générale	18
9.2.1	Principe d'équivalence d'Einstein	18
9.2.2	Déviations de la lumière par la gravitation	19
9.2.3	Dilatation du temps par la gravitation.....	19
9.2.4	Courbure de l'espace-temps et une nouvelle géométrie	20
9.3	Masse inerte et masse grave	23
9.4	Vérifications expérimentales de la théorie de la relativité générale.....	23
10	Exercices	25

1 Postulats d'Einstein

Albert Einstein (1879-1955) développa la théorie de la relativité restreinte¹ à partir de deux principes de base appelés aujourd'hui les postulats d'Einstein. Leur validité a été confirmée par de nombreuses expériences scientifiques.

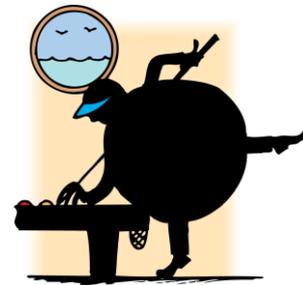
Le premier postulat d'Einstein est une généralisation du principe de la relativité, lequel fut déjà énoncé par Galilée (1564-1642) pour les lois de la mécanique, à toutes les lois physiques.

1.1 Premier postulat – le principe de la relativité

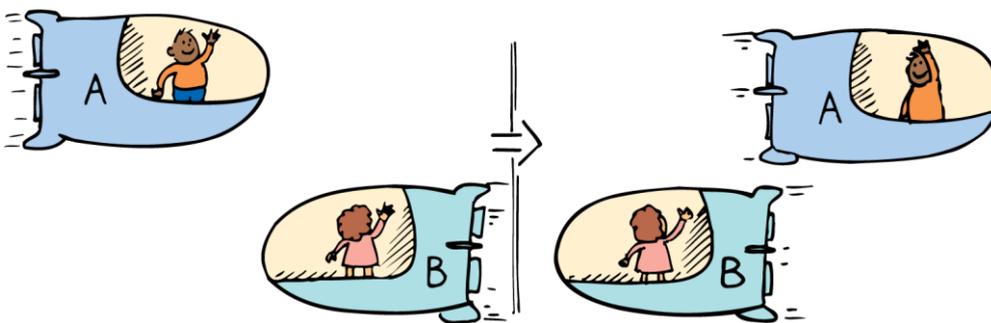
Toutes les lois physiques sont les mêmes dans tous les référentiels galiléens².

Ceci signifie par exemple qu'à l'intérieur d'un grand navire en mouvement rectiligne et uniforme, il est impossible de constater si l'on est au repos ou en mouvement rectiligne uniforme, pourvu que l'on ne regarde pas à l'extérieur. Tous les phénomènes physiques et toutes les expériences se déroulent de manière identique :

- le café se verse de la même manière
- un pendule oscille avec sa même fréquence propre
- une pièce de monnaie lancée verticalement retombe droit dans la main.
- un joueur de billard n'a pas besoin d'adapter son jeu à la vitesse de croisière.



D'après Einstein, cette insensibilité au mouvement s'étend à l'électromagnétisme. Il est donc impossible de constater un repos absolu ou de déterminer une vitesse absolue. Repos et mouvement sont des concepts *relatifs*. D'après le principe de la relativité, il n'y a aucun moyen de distinguer entre deux référentiels qui sont en mouvement rectiligne uniforme relatif l'un par rapport à l'autre.



L'astronaute A se considère au repos et voit passer l'astronaute B, tandis que l'astronaute B se considère au repos et voit passer l'astronaute A. Les astronautes A et B n'observent tous les deux que leur mouvement relatif.

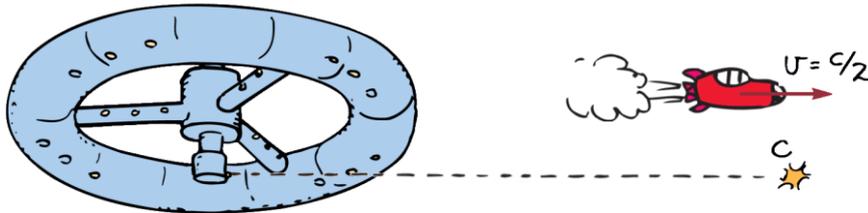
¹ La théorie est dite restreinte car elle exclut - contrairement à la relativité générale d'Einstein - la gravitation.

² Un référentiel galiléen (référentiel d'inertie, référentiel inertiel), est un référentiel qui n'est pas accéléré.

1.2 Deuxième postulat – le principe de la constance de la vitesse de la lumière

La vitesse de la lumière dans le vide est la même dans tous les référentiels galiléens, indépendamment du mouvement de la source ou de l'observateur.

Pour illustrer ce postulat, considérons une fusée qui dépasse une station spatiale à une vitesse de $\frac{1}{2}c$. La station émet un flash de lumière de célérité c en direction de la fusée. Un observateur dans la fusée voit le flash de lumière passer à la vitesse c !



Contrairement à notre bon sens, la vitesse de la lumière est la même quelle que soit la vitesse relative entre l'observateur et la source lumineuse. Ceci signifie p.ex. que dans chacune des situations suivantes l'observateur (la fille) mesure que la vitesse c du signal lumineux envoyé par la source (lampe de poche) est la même :



Comment est-ce possible ? Einstein et Henri Poincaré (1854-1912) ont réalisé que la seule possibilité qui existe pour qu'un observateur au repos et un observateur en mouvement mesurent la même vitesse de la lumière est que leur perception du temps et leur perception de la distance, voire de l'espace, sont différentes !

$$\frac{\text{ESPACE}}{\text{TEMPS}} = \frac{\text{ESPACE}}{\text{TEMPS}} = c$$

2 Terminologie

En relativité restreinte on utilise souvent la notion de l'événement.

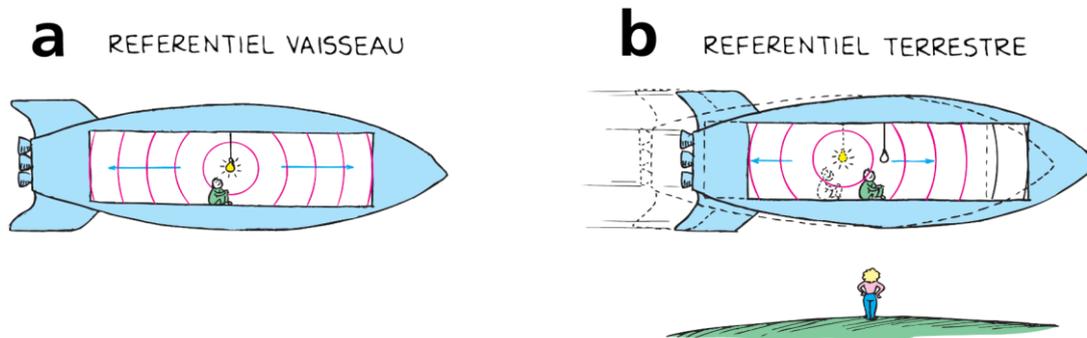
Un **événement** est un phénomène qui se produit en un point de l'espace à un instant dans le temps.

L'événement est repéré dans l'espace à l'aide d'un système de coordonnées muni d'axes (repère espace), et dans le temps à l'aide d'une horloge (repère temps). Les repères espace et temps sont liés au référentiel dans lequel on observe l'événement. Le référentiel par rapport auquel l'observateur ou l'objet d'étude est immobile s'appelle **référentiel au repos**.

3 Relativité de la simultanéité

Faisons l'**expérience de pensée** (*Gedankenexperiment*) suivante :

Considérons une lampe qui se trouve exactement au milieu du compartiment d'un vaisseau spatial qui se déplace en ligne droite et à une très grande vitesse constante par rapport à la Terre. Lorsque quelqu'un l'allume, la lumière se propage dans toutes les directions à la vitesse constante c .



- Dans le **référentiel du vaisseau**, la lumière va atteindre les faces arrière et avant au même instant puisque la lampe est équidistante des deux faces. L'évènement E_1 « la lumière atteint la face arrière » et l'évènement E_2 « la lumière atteint la face avant » sont simultanés.
- En revanche, dans le **référentiel terrestre**, le vaisseau se déplace en avant pendant que la lumière se propage de nouveau à la vitesse constante c . La lumière qui se propage vers l'arrière a moins de distance à parcourir que la lumière qui se propage vers l'avant. L'évènement E_1 a ainsi lieu avant l'évènement E_2 . Les deux événements ne sont plus simultanés.

Deux événements, séparés dans l'espace, qui sont simultanés dans un référentiel ne le sont pas dans un autre référentiel qui est en mouvement par rapport au premier.

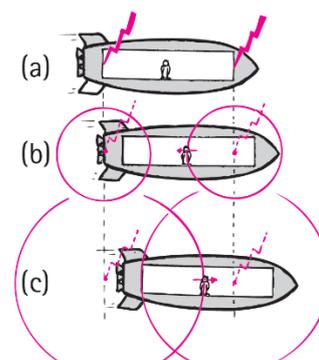
La notion de simultanéité dépend donc du référentiel : la simultanéité est relative.

Conséquence :

Deux horloges qui sont synchrones dans un référentiel ne le sont pas dans un autre référentiel qui est en mouvement par rapport au premier. Ceci signifie que le temps n'est pas absolu comme l'avait pensé Newton, mais qu'il dépend du référentiel considéré : le temps est relatif.

■ As-tu compris ?

- Trouver un référentiel où l'évènement E_2 se produit avant l'évènement E_1 .
- Supposons que l'observateur terrestre voit deux éclairs frapper simultanément l'avant et l'arrière du compartiment. Est-ce que les coups de foudre sont simultanés pour un astronaute assis au milieu du compartiment dans le référentiel du vaisseau ? (Aide : considérer les figures ci-contre)

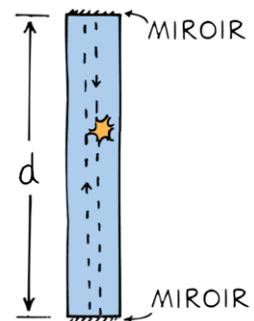


4 Dilatation du temps

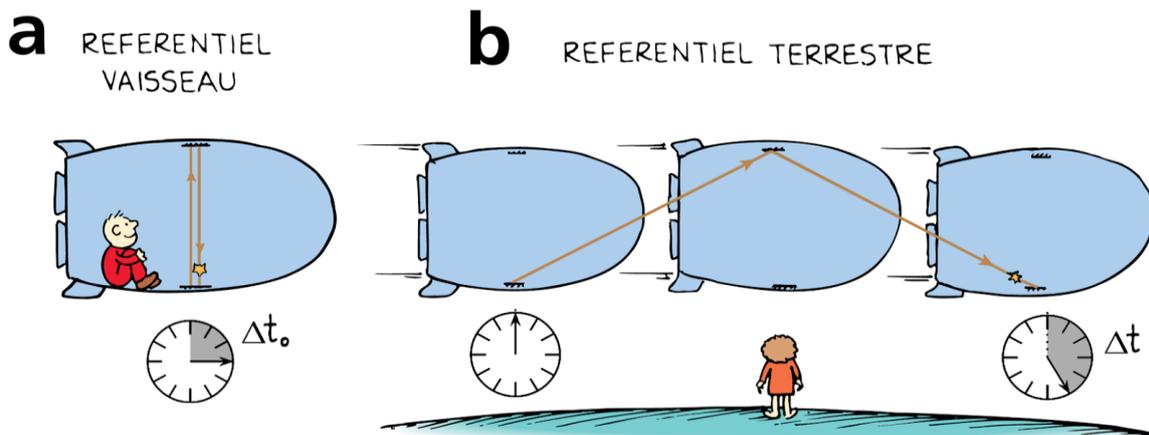
4.1 Expérience de pensée

Afin d'étudier comment le temps s'écoule dans différents référentiels *galiléens*, nous faisons une expérience de pensée qui se base sur un type d'horloge très simple appelé **horloge à lumière**.

Une impulsion lumineuse est piégée entre deux miroirs parallèles qui se font face à une distance d . À chaque fois que le signal lumineux a effectué un aller-retour entre les deux miroirs l'horloge émet un top, tout à fait comme une horloge habituelle qui bat.



Un astronaute embarque cette horloge dans un vaisseau en mouvement rectiligne uniforme de vitesse \vec{v} par rapport à la Terre. Supposons en plus que la vitesse soit perpendiculaire au tube de l'horloge. Quelle est la mesure de l'intervalle de temps entre deux tops dans le référentiel de l'astronaute et dans notre référentiel ?



- a. Dans le **référentiel du vaisseau** l'horloge est au repos. L'astronaute constate que le signal parcourt le chemin $2d$ entre deux tops avec la vitesse de la lumière c . Il calcule que la durée entre deux tops vaut :

$$\Delta t_0 = \frac{2d}{c}$$

- b. Dans le **référentiel terrestre**, l'horloge est en mouvement rectiligne uniforme. Nous observons que le signal qui se réfléchit entre les deux miroirs suit un chemin en zig-zag. Le signal parcourt une distance $2D > 2d$ entre deux tops et ce avec la même vitesse c . Nous calculons que la durée entre deux tops vaut :

$$\Delta t = \frac{2D}{c}$$

Puisque $D > d$, on a que $\Delta t > \Delta t_0$!

Une horloge bat plus lentement pour un observateur qui la voit en mouvement que pour un observateur qui la voit au repos. Ou encore, une horloge en mouvement retarde par rapport à une horloge au repos. C'est le phénomène de la **dilatation du temps**.

Remarques :

- Pour l'observateur terrestre, tout ce qui se passe dans le vaisseau spatial (gestes quotidiens, mouvements de machines, battements du cœur et autres phénomènes physiologiques, ...) se déroule au ralenti : c'est le temps lui-même qui s'écoule plus lentement dans le référentiel en mouvement.
- La mesure d'une durée n'est pas absolue, mais relative : elle dépend du référentiel considéré.
- On est amené à conclure par erreur que l'astronaute verra en contrepartie le temps s'écouler plus rapidement dans le référentiel terrestre. En opposition à notre intuition, l'astronaute doit également trouver que le temps s'écoule plus *lentement* dans le référentiel en mouvement de la Terre. Si l'effet de la dilatation du temps n'était pas *réciproque*, les référentiels galiléens ne seraient pas tout à fait équivalents, en contradiction avec le premier postulat d'Einstein.

4.2 Intervalles de temps propre et impropre

L'**intervalle de temps propre** entre deux événements est dit **propre** et noté Δt_0 , lorsqu'ils se produisent en un même endroit dans le référentiel d'observation. Il est mesuré par une seule horloge située en cet endroit.

L'**intervalle de temps impropre** entre deux événements est dit **impropre** et noté Δt , lorsqu'ils se produisent en des endroits différents dans le référentiel d'observation. Il est mesuré par deux horloges synchronisées situées en ces endroits.

Exemple

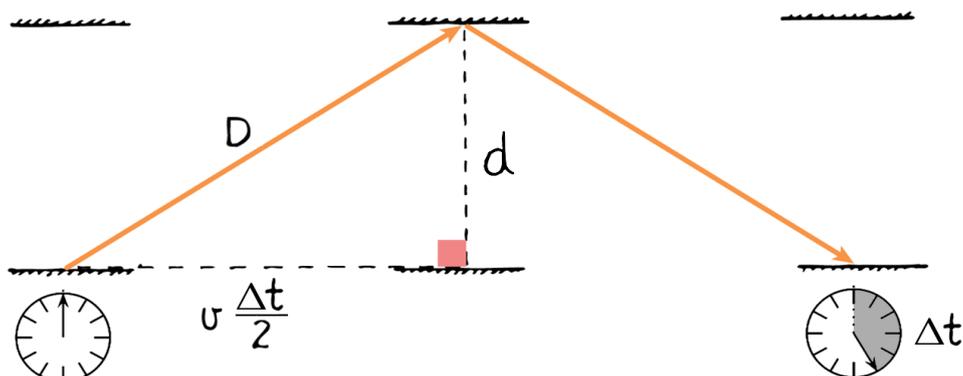
Dans le référentiel dans lequel l'horloge à lumière est au repos, les tops sont des événements qui se produisent au même endroit. La durée entre deux tops est donc un intervalle de temps propre Δt_0 . Afin de le mesurer, on peut utiliser l'horloge à lumière elle-même ou une autre horloge placée à l'endroit où les tops se produisent.

Dans le référentiel dans lequel l'horloge à lumière est en mouvement, les tops sont des événements qui se produisent en des endroits différents. La durée entre deux tops est donc un intervalle de temps impropre Δt . Afin de le mesurer, il faut disposer de deux horloges synchronisées qui sont situées aux endroits où les tops se produisent.

4.3 Relation entre Δt et Δt_0

Reprenons l'expérience de pensée de la page 4.

Les lignes diagonales représentent le parcours de la lumière pour un observateur dans le référentiel terrestre.



D'après le théorème de Pythagore, appliqué au triangle rectangle :

$$D^2 = \left(v \frac{\Delta t}{2}\right)^2 + d^2$$

$$\left(c \frac{\Delta t}{2}\right)^2 = \left(v \frac{\Delta t}{2}\right)^2 + \left(c \frac{\Delta t_0}{2}\right)^2 \quad | \cdot \frac{4}{c^2}$$

$$\Delta t^2 = \frac{v^2}{c^2} \Delta t^2 + \Delta t_0^2$$

$$\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) \Delta t^2 = \Delta t_0^2$$

En résolvant pour Δt , on obtient :

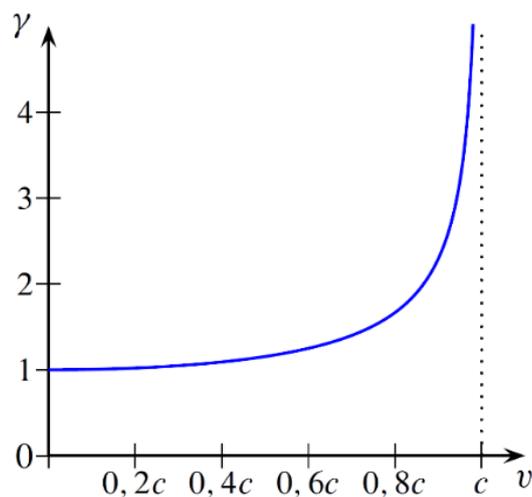
$$\Delta t = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Delta t_0$$

Un intervalle de temps impropre Δt qui sépare deux événements est toujours plus grand que l'intervalle de temps propre Δt_0 qui sépare les mêmes événements :

$$\Delta t = \gamma \Delta t_0 \quad \text{avec } \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

où v est la vitesse relative entre les deux référentiels galiléens dans lesquels les intervalles sont mesurés.

Le facteur de dilation du temps γ est appelé **facteur de Lorentz**. Puisque $v \leq c$, on a que $\gamma \geq 1$.



Le facteur de Lorentz (« facteur γ ») est un paramètre qui intervient dans de nombreuses formules de la relativité restreinte. En considérant l'évolution du facteur avec la vitesse (voir figure ci-dessus), on constate que le phénomène de la dilation du temps n'est pas observable pour les vitesses que nous rencontrons dans la vie quotidienne. Si $v = 0,1 c$, alors $\gamma = 1,005$: à 10% de la vitesse de la lumière, la dilation du temps n'est que de 0,5%. Seulement à des vitesses qui sont bien plus grandes que $0,1 c$, le facteur γ dévie sensiblement de 1 et l'effet relativiste de la dilation du temps devient notable. Lorsque $v \rightarrow c$, le facteur tend rapidement vers l'infini. Cela signifie que le temps ne s'écoule pratiquement plus dans un système qui se meut à des vitesses proches de c .

Exercice résolu

Pour un astronaute qui se déplace à la vitesse $0,8c$ par rapport à la Terre (considérée comme un référentiel d'inertie), la période d'oscillation d'un pendule mesurée dans son vaisseau spatial est de $2,4$ s. Quelle est la période d'oscillation mesurée par un observateur sur la Terre ?

Solution :

Dans le référentiel au repos de l'astronaute les événements qui délimitent l'intervalle de temps à mesurer (p.ex. deux passages consécutifs du pendule par un même point de retour) se produisent au même endroit. La période du pendule γ est donc un intervalle de temps propre $\Delta t_0 = T_0 = 2,4$ s.

Dans le référentiel terrestre les mêmes événements se produisent en des endroits différents. La période du pendule γ est donc un intervalle de temps impropre $\Delta t = T$.

$$\text{On a :} \quad T = \gamma T_0 = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} T_0$$

$$\text{A.N. :} \quad T = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{(0,8c)^2}{c^2}}} \cdot 2,4 \text{ s} = \frac{5}{3} \cdot 2,4 \text{ s} = 4,0 \text{ s}$$

5 Contraction des longueurs

5.1 Expérience de pensée

Considérons un vaisseau spatial qui se déplace à une vitesse constante \vec{v} par rapport à une personne immobile dans le référentiel terrestre. Afin de déterminer la longueur du vaisseau, mesurons la durée qu'il met pour passer au-dessus de la tête de la personne, c.-à-d. la durée entre les événements E_1 « l'extrémité avant du vaisseau est au-dessus de la tête » et E_2 « l'extrémité arrière du vaisseau est au-dessus de la tête ».

Dans le **référentiel terrestre**, les deux événements ont lieu au même endroit. La durée de passage constitue donc un intervalle de temps propre Δt_0 . Une seule horloge suffit pour le mesurer. La longueur du vaisseau est donnée par :

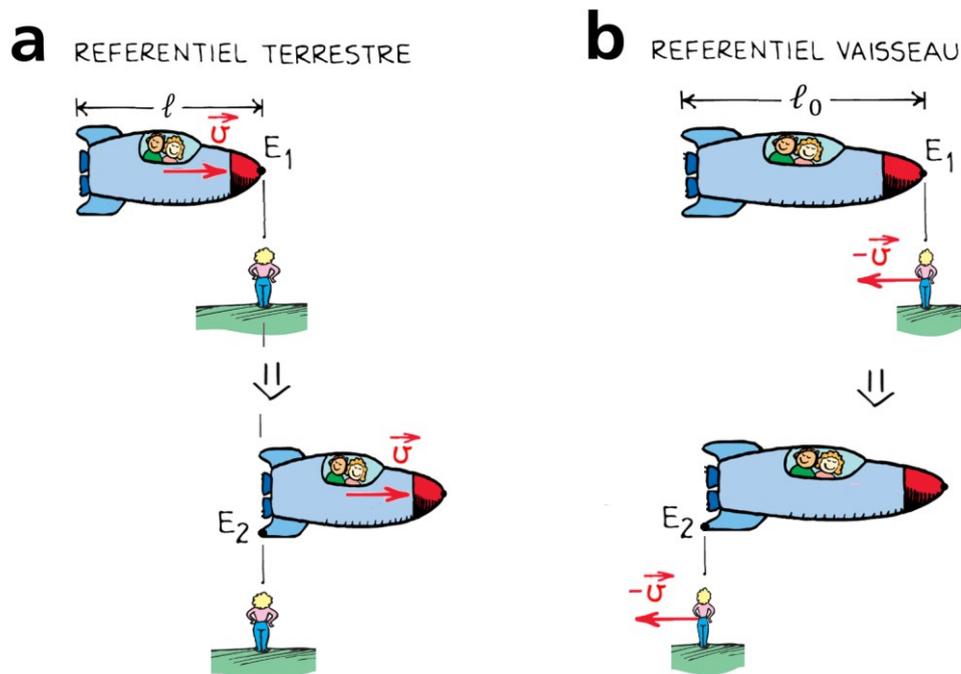
$$\ell = v \Delta t_0 \quad (1)$$

Dans le **référentiel du vaisseau**, les deux événements E_1 et E_2 n'ont pas lieu au même endroit. La durée de passage constitue donc un intervalle de temps impropre Δt . Pour le mesurer, il faut installer deux horloges synchronisées : une première horloge à l'extrémité avant du vaisseau afin de repérer la date de E_1 , et une autre à l'extrémité arrière pour repérer celle de E_2 . Dans le référentiel au repos du vaisseau, le référentiel terrestre se déplace à la vitesse $-\vec{v}$. La longueur du vaisseau est donnée par :

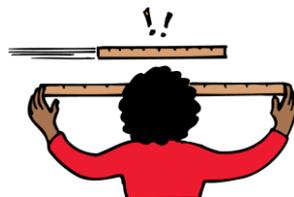
$$\ell_0 = v \Delta t \quad (2)$$

Puisqu'un intervalle de temps propre est toujours plus petit qu'un intervalle de temps impropre, la comparaison entre (1) et (2) fournit :

$$\ell < \ell_0$$



Une longueur est plus courte pour un observateur qui la voit en mouvement que pour un observateur qui la voit au repos. Ou encore, les longueurs en mouvement raccourcissent par rapport aux longueurs au repos. C'est le phénomène de la **contraction des longueurs**.



5.2 Longueur au repos et longueur en mouvement

La **longueur au repos** l_0 d'un objet est sa longueur dans son référentiel au repos.

La longueur d'un objet est dite **en mouvement** et notée l si elle est mesurée dans un référentiel par rapport auquel il est en mouvement.

Exemple

Dans le référentiel terrestre, la longueur du vaisseau est une longueur en mouvement. Dans le référentiel du vaisseau, sa longueur est une longueur au repos.

5.3 Relation entre l et l_0

On a :

$$\Delta t = \gamma \Delta t_0$$

Dans (2) :

$$l_0 = v \gamma \Delta t_0$$

En utilisant (1) et en isolant l , il vient :

$$l = \frac{1}{\gamma} l_0$$

Puisque $\gamma \geq 1$, on a que $\ell \leq \ell_0$.

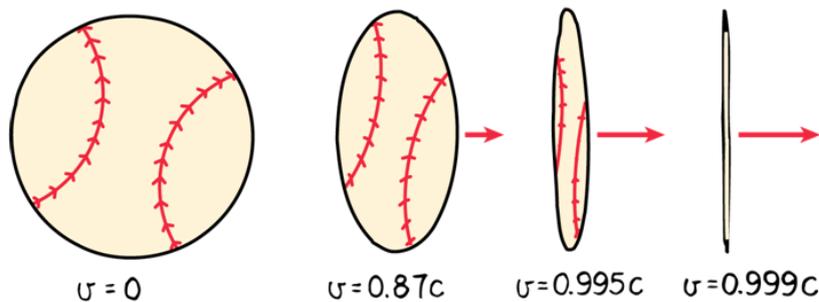
Une longueur en mouvement ℓ est toujours plus petite qu'une longueur au repos ℓ_0 :

$$\ell = \frac{1}{\gamma} \ell_0 \quad \text{avec} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

où v est la vitesse relative entre les deux référentiels galiléens dans lesquels les longueurs sont mesurées. (\vec{v} est supposé parallèle à la longueur.)

Remarques :

- La mesure d'une longueur dépend du référentiel : la distance est relative.
- Tout comme l'effet de la dilatation du temps, l'effet de la contraction des longueurs est *réciproque*. Un observateur terrestre et un observateur à bord du vaisseau vont tous les deux conclure que les longueurs dans le référentiel de l'autre observateur sont raccourcies. Si tel n'était pas le cas, leurs référentiels galiléens d'observation ne seraient pas tout à fait équivalents, en contradiction avec le premier postulat d'Einstein.
- La longueur en mouvement apparaît seulement raccourcie en direction du mouvement. Les longueurs perpendiculaires au mouvement apparaissent inchangées.



- Si $v = 0,1 c$, alors $\frac{1}{\gamma} = 0,995$: à 10% de la vitesse de la lumière la contraction des longueurs n'est que de 0,5%. Seulement à des vitesses qui sont bien plus grandes que $0,1 c$, l'effet relativiste de la contraction des longueurs devient notable. Si $v \rightarrow c$, alors $\ell \rightarrow 0$.

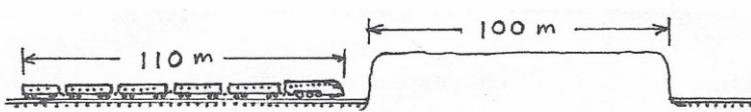
■ **As-tu compris ?**

3. Pour un observateur terrestre, un mètre-étalon dans trois vaisseaux spatiaux ont les longueurs suivantes :



Classer par ordre décroissant les vitesses des vaisseaux spatiaux par rapport à la Terre.

4. Un train a une longueur au repos de 110 m et un tunnel a une longueur au repos de 100 m.



- Dans quel référentiel un observateur pourrait-il voir le train disparaître entièrement à l'intérieur du tunnel ? Justifier.
- Calculer la vitesse minimale du train qui permettrait une telle observation.

6 Expérience des muons de Frisch et Smith

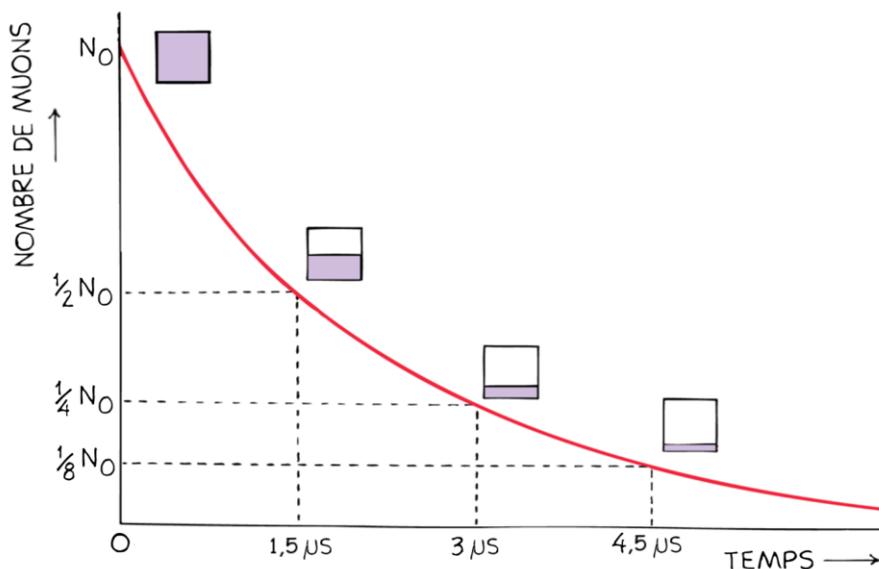
Afin de vérifier expérimentalement le phénomène de la dilatation du temps, on peut considérer des particules instables qui se déplacent à de très grandes vitesses. Bien sûr, ces particules ne font pas tic-tac. Mais, elles possèdent une durée de vie. Leur durée de vie individuelle n'est pas calculable. Cependant, après une durée caractéristique à tout type de particules instables, appelée **demi-vie**, une population de particules instables se réduit exactement de moitié. Si l'on a un échantillon de N_0 particules instables d'un certain type à l'instant $t = 0$, on peut ainsi calculer le nombre N de particules instables qui en restent après un temps t :

$$N = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T_0}} \quad (3)$$

où T_0 désigne la demi-vie des particules telle que mesurée dans leur référentiel au repos.

6.1 Description

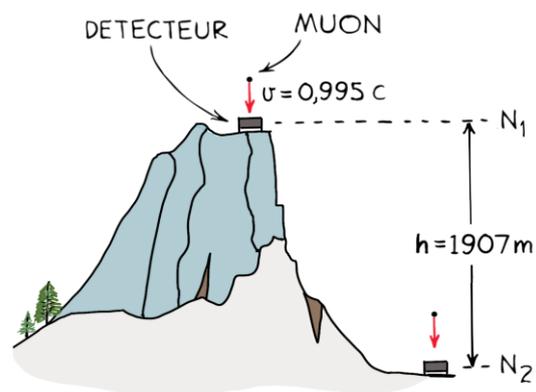
L'expérience de Frisch et Smith³ analysa la désintégration de **muons**, des particules élémentaires de demi-vie $T_0 = 1,5 \mu\text{s}$ qui sont produites dans des collisions entre des protons du rayonnement cosmique et des noyaux atomiques de la haute atmosphère.



L'expérience consiste à déterminer le nombre N_1 de muons détectés en moyenne pendant une heure près du sommet du mont Washington (altitude 1910 m) et le nombre N_2 au sol à Cambridge (altitude 3 m). Le détecteur de muons est ajusté de sorte qu'il détecte des muons de vitesse $v = 0,995 c$. Voici les mesures :

$$N_1 = 563 \pm 10$$

$$N_2 = 408 \pm 9$$



³ La première expérience qui vérifia la dilatation du temps fut décrite par Rossi et Hall en 1941. Cette expérience fut reprise sous forme optimisée par Frisch et Smith en 1963.

6.2 Interprétation

Insuffisance de l'interprétation classique

La durée de parcours vaut :

$$t = \frac{h}{v} = \frac{1907 \text{ m}}{0,995 c} = 6,4 \cdot 10^{-6} \text{ s} = 6,4 \mu\text{s}$$

D'après un calcul classique, ignorant la dilatation du temps qui affecte la demi-vie des muons en mouvement, la relation (3) fournit pour le nombre de muons attendus :

$$N_2 = 563 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{6,4 \mu\text{s}}{1,5 \mu\text{s}}} = 29$$

Le résultat est en contradiction flagrante avec la mesure !

Interprétation relativiste à l'aide de la dilatation du temps

La durée de parcours correspond à la durée entre l'événement E_1 « le muon passe par le sommet » et l'événement E_2 « le muon atteint le sol ». Dans le **référentiel d'un observateur terrestre**, elle est un intervalle de temps impropre (E_1 et de E_2 se produisent en deux endroits différents), valant, d'après ce qui précède, $\Delta t = t = 6,4 \mu\text{s}$.

De même que la durée de parcours, la demi-vie constitue un intervalle de temps impropre, noté T , dans le référentiel terrestre. Dû au phénomène de la **dilatation du temps**, elle est augmentée d'un facteur :

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{(0,995 c)^2}{c^2}}} = 10$$

D'où :

$$T = \gamma T_0 = 10 \cdot 1,5 \mu\text{s} = 15 \mu\text{s}$$

Dans le référentiel terrestre, la relation (3) fournit :

$$N_2 = N_1 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{\Delta t}{T}} = 563 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{6,4 \mu\text{s}}{15 \mu\text{s}}} = 419$$

Le résultat est, compte tenu des incertitudes de mesures, en accord avec la mesure.

■ As-tu compris ?

5. Interpréter les mesures de l'expérience de Frisch et Smith à l'aide de la notion de contraction des longueurs.

7 Énergie au repos et équivalence masse-énergie

C'est Einstein qui reconnaît qu'une particule, même en absence d'énergie potentielle, possède de l'énergie lorsqu'elle est au repos. En effet, contrairement à ce qu'avait pensé Newton, l'énergie totale d'une particule diffère de son énergie cinétique. L'énergie qu'une particule possède encore lorsqu'elle est au repos est appelée **énergie au repos**.

D'après Einstein la masse d'une particule est une mesure de son énergie au repos ; il existe une équivalence fondamentale entre masse et énergie :

L'énergie au repos E_0 d'une particule est proportionnelle à sa masse m :

$$E_0 = m c^2 \quad (4)$$

où c désigne la vitesse de la lumière dans le vide.

L'équivalence masse-énergie s'applique également à des corps macroscopiques. L'énergie au repos d'un corps comprend l'énergie au repos totale de toutes ses particules constituantes ainsi que toutes les autres énergies microscopiques associées aux particules (énergie thermique, énergie chimique, énergie nucléaire, ...)⁴.

Puisque le facteur de conversion c^2 est très grand, une petite masse est déjà équivalente à une énergie énorme. Une masse de 1 g correspond par exemple à une énergie de $9 \cdot 10^{13}$ J, énergie libérée par l'explosion de la bombe atomique larguée sur Nagasaki au Japon le 9 août 1945.

En raison de l'équivalence masse-énergie, l'énergie au repos est encore appelée **énergie de masse**.

Conséquence :

La masse peut être transformée en énergie et vice-versa.

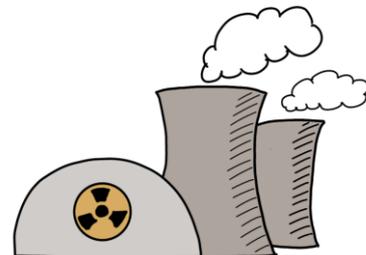
Exemples :

- La masse d'un corps varie s'il cède ou reçoit de l'énergie sous forme de chaleur. Lorsqu'un kilogramme de glace (chaleur latente de fusion $Q_f = 3,34 \cdot 10^5$ J/kg) fond, l'augmentation de masse ne vaut que :

$$\Delta m = \frac{\Delta E_0}{c^2} = \frac{Q_f}{c^2} = \frac{3,34 \cdot 10^5 \frac{\text{J}}{\text{kg}}}{\left(3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2} = 4 \cdot 10^{-12} \text{ kg}$$

Dans la vie de tous les jours, de telles variations de masse ne se font pas remarquer.

- Dans des réactions nucléaires de fission ou de fusion de l'énergie au repos est libérée sous forme d'énergie cinétique des produits. La masse totale des produits sera par conséquent inférieure à la masse totale des produits (voir exemple de la bombe atomique ci-dessus).

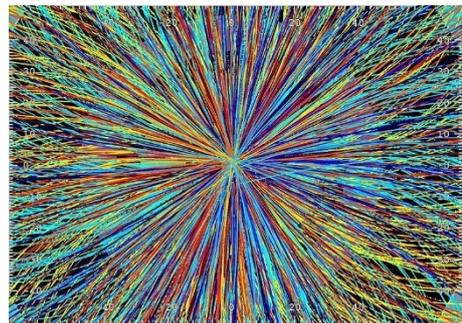


⁴ En thermodynamique on parle plutôt de l'énergie interne du corps et on n'a en général pas à se préoccuper de l'énergie au repos des particules individuelles.

- De même, dans des réactions chimiques exothermiques le dégagement de chaleur et de lumière s'accompagnera d'une diminution de masse. L'énergie en jeu étant relativement faible, la diminution de masse n'est cependant guère mesurable. Strictement parlé, le principe de Lavoisier (loi de la conservation de la masse) n'est donc pas valable.
- Dans le champ électrique d'une particule chargée (p.ex. noyau atomique), un photon, particule de lumière de masse nulle, peut se matérialiser en un électron et un positron (antiparticule de l'électron), chacun de masse m , sous condition que l'énergie du photon soit supérieure ou égale à $2 m c^2$.

Inversement, lorsqu'un électron et un positron, chacun de masse m , se rencontrent au repos, ils s'annihilent sous l'émission de deux photons, chaque photon possédant l'énergie $m c^2$.

- Dans les expériences du collisionneur LHC (*Large Hadron Collider*) à Genève, deux faisceaux de protons ou d'ions de plomb sont accélérés à de hautes énergies et en sens inverses sur des trajectoires circulaires. Lorsque deux particules entrent en collision à l'intérieur de l'un des quatre détecteurs du LHC, l'énergie mise en jeu peut se transformer en des milliers de nouvelles particules avec des masses et des énergies cinétiques différentes.



Visulation de trajectoires de particules chargées émergeant de la collision de deux ions de plomb au LHC par Pcharito sous licence [CC BY-SA 3.0](https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/)

Vu l'équivalence masse-énergie, il peut être utile d'exprimer la masse d'une particule en unité d'énergie divisée par c^2 . En physique moderne l'énergie des particules est souvent exprimée en électronvolts⁵ (symbole : eV) conduisant à exprimer la masse des particules en l'unité $\frac{eV}{c^2}$.

Exemples :

Particule	m (en kg)	E_0 (en MeV)	m (en $\frac{MeV}{c^2}$)
Photon	0	0	0
Electron	$9,109 \cdot 10^{-31}$	0,511	0,511
Muon	$1,883 \cdot 10^{-28}$	106	106
Proton	$1,673 \cdot 10^{-27}$	938	938
Hélium 4 (particule α)	$6,645 \cdot 10^{-27}$	3727	3727

Remarque :

On obtient la relation iconique $E = m c^2$ en désignant par E l'énergie totale du corps et en utilisant le concept vétuste de la masse relativiste $m = m(v)$ ou en précisant que cette forme de la relation n'est valable que dans le référentiel au repos du corps où l'énergie totale E s'identifie à l'énergie au repos E_0 .

⁵ Un électronvolt est l'énergie qu'une particule, qui porte la charge élémentaire e , acquiert lorsqu'elle est accélérée sous une tension de 1V : $1 \text{ eV} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

8 Quantité de mouvement et énergie relativistes

En mécanique classique ($v \leq 0,1 c$), la quantité de mouvement \vec{p} , l'énergie totale E et l'énergie cinétique E_c d'une particule de masse m se déplaçant à la vitesse \vec{v} sont données par :

$$\vec{p} = m \vec{v} \quad (5)$$

$$E = E_c = \frac{1}{2} m v^2 \quad (6)$$

Pour l'énergie totale, on suppose ici qu'il y a absence d'énergie potentielle.

Afin que les lois physiques restent les mêmes lorsqu'on change d'un référentiel galiléen vers un autre (1^{er} postulat d'Einstein), les expressions de la quantité de mouvement et de l'énergie devront être adaptées pour des grandes vitesses ($v > 0,1 c$). Leurs expressions relativistes devront d'une part tenir compte de la dilatation du temps et de la contraction des longueurs qui se manifestent à ces vitesses et d'autre part se réduire aux expressions classiques à de faibles vitesses ($v \leq 0,1 c$).

8.1 Quantité de mouvement relativiste

La **quantité de mouvement relativiste** d'une particule de masse $m > 0$ et de vitesse \vec{v} s'écrit :

$$\vec{p} = \gamma m \vec{v} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} m \vec{v} \quad (7)$$

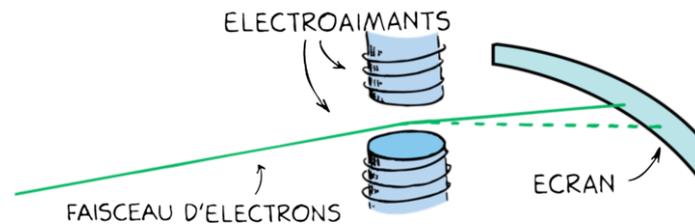
Remarques :

- Dans le cas d'une particule de masse nulle (p.ex. photon), l'expression (7) devient une forme indéterminée. On doit alors utiliser l'expression (13) donnée p. 17.
- Dans le domaine non relativiste ($v \leq 0,1 c$), on a que $\gamma \approx 1$ et l'expression (7) se réduit à l'expression classique de la quantité de mouvement.
- Dans le domaine relativiste ($v > 0,1 c$), la quantité de mouvement relativiste dévie de plus en plus de la quantité de mouvement classique que la vitesse devient grande (voir évolution du facteur γ avec la vitesse p. 7).
- Il est cependant remarquable qu'avec cette nouvelle expression de la quantité de mouvement, la résultante des forces extérieures qui s'exercent sur une particule peut toujours encore s'écrire $\vec{F}_{res} = \frac{d\vec{p}}{dt}$, de sorte que le principe fondamental de la dynamique reste valable sous cette forme dans le domaine relativiste⁶.

Des physiciens qui travaillent avec des particules élémentaires vérifient quotidiennement la validité de la définition relativiste de la quantité de mouvement. Dans le LHC, des particules élémentaires sont accélérées jusqu'à des vitesses très proches de c . Les quantités de mouvement de telles particules peuvent devenir des milliers de fois supérieures à la valeur prédite par l'expression classique. Ceci se manifeste par une « rigidité » accrue de la trajectoire des particules. En effet, plus une particule a de la quantité de mouvement, plus elle est difficile à dévier. Quand un faisceau d'électrons traverse un champ magnétique, la force de Lorentz dévie ces particules de leurs trajectoires rectilignes. La ligne en pointillée sur la figure de la page suivante montre la trajectoire courbée que les électrons d'une vitesse proche de c devraient suivre selon la définition classique

⁶ La formulation alternative $\vec{F}_{res} = m \vec{a}$ du principe fondamental de la dynamique, basée sur l'accélération \vec{a} de la particule, n'est plus valable sous cette forme dans le domaine relativiste.

de la quantité de mouvement. Or, la trajectoire réelle des électrons est en accord avec la définition de la quantité de mouvement relativiste.



Cette augmentation de la quantité de mouvement doit être compensée dans des accélérateurs circulaires comme le cyclotron, dans lesquels la quantité de mouvement dicte le rayon de la trajectoire.

8.2 Énergie relativiste

En supposant qu'il n'y a pas d'énergie potentielle, l'**énergie totale relativiste** d'une particule de masse $m > 0$ et de vitesse \vec{v} s'écrit :

$$E = \gamma m c^2 \quad (8)$$

où $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ désigne le facteur de Lorentz.

La différence entre l'énergie totale relativiste E d'une particule et son énergie au repos E_0 est définie comme **énergie cinétique relativiste** E_c :

$$E_c = E - E_0 \quad (9)$$

En insérant les expressions (4) et (8) dans (9), il vient :

$$E_c = \gamma m c^2 - m c^2 = (\gamma - 1) m c^2 \quad (10)$$

Remarques :

- Dans le cas d'une particule de masse nulle (p.ex. photon), les expressions (8) et (10) deviennent des formes indéterminées. Puisque $E_0 = 0$ pour une particule de masse nulle, l'énergie totale d'une telle particule est exclusivement de l'énergie cinétique.
- Si la particule est au repos, alors $\gamma = 1$ et donc $E = E_0$ et $E_c = 0$.
- Si la vitesse est faible ($v \leq 0,1 c$), on peut montrer que $\gamma \approx 1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2}$. En remplaçant dans (10), on retrouve l'expression classique de l'énergie cinétique $E_c \approx \frac{1}{2} m v^2$. Cependant, l'expression classique de E semble à première vue différer d'un terme E_0 de son expression relativiste $E = E_c + E_0$. Or, dans les processus non relativistes, la masse respectivement l'énergie au repos sont conservées. L'énergie au repos n'est alors qu'une constante additive des deux côtés d'une équation de bilan énergétique et peut tout simplement être ignorée.
- Si $v \rightarrow c$ et si $m \neq 0$, alors $E \rightarrow \infty$ et $E_c \rightarrow \infty$. Comme l'énergie cinétique d'une particule représente le travail qu'il lui faut fournir pour l'accélérer du repos à la vitesse v , il faudrait dès lors lui fournir un travail infini pour l'accélérer à la vitesse de la lumière. D'où :

Aucune particule de masse non nulle ne peut atteindre (ou dépasser) la vitesse de la lumière.

8.3 Relations utiles

Relation entre l'énergie totale E , la quantité de mouvement p et l'énergie au repos E_0 .

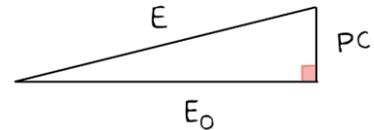
$$E = \gamma E_0 = \frac{E_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

D'où :

$$\begin{aligned} E_0^2 &= \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) E^2 \\ &= E^2 - \frac{v^2}{c^2} E^2 \\ &= E^2 - \frac{v^2}{c^2} (\gamma m c^2)^2 \\ &= E^2 - \gamma^2 m^2 v^2 c^2 \\ &= E^2 - p^2 c^2 \end{aligned}$$

Finalement :

$$E = \sqrt{p^2 c^2 + E_0^2} \quad (11)$$



Remarques :

- Pour une *particule au repos* $v = 0$ et donc $p = 0$. La relation (11) confirme que son énergie totale est égale à son énergie au repos :

$$E = E_0 \quad \text{si } v = 0$$

- Pour une *particule de masse nulle*, comme le photon, l'énergie au repos est nulle. D'après la relation (11), l'énergie totale s'écrit :

$$E = p c \quad \text{si } m = 0 \quad (12)$$

Pour la quantité de mouvement il s'ensuit :

$$p = \frac{E}{c} \quad \text{si } m = 0 \quad (13)$$

- Pour une **particule ultra-relativiste**, la vitesse est très proche de c , typiquement $v > 99\% c$. On a alors que $E \gg E_0$ et le terme E_0^2 devient ainsi négligeable devant le terme $p^2 c^2$. Ainsi :

$$E \simeq p c \quad \text{si } E \gg E_0$$

- L'énergie totale E et la quantité de mouvement \vec{p} d'une particule dépendent du référentiel dans lequel on les mesure. Par contre, la quantité $E^2 - p^2 c^2$ ne dépend pas du référentiel puisqu'elle est égale à E_0^2 . Tout comme la masse et l'énergie au repos, cette quantité est un **invariant relativiste**.

Relation entre vitesse \vec{v} , quantité de mouvement \vec{p} et énergie totale E

Bien que les relations (7) et (8) étant des formes indéterminées pour une particule de masse nulle, leur rapport fournit une relation valable pour toutes les particules :

$$\frac{\vec{v}}{c^2} = \frac{\vec{p}}{E}$$

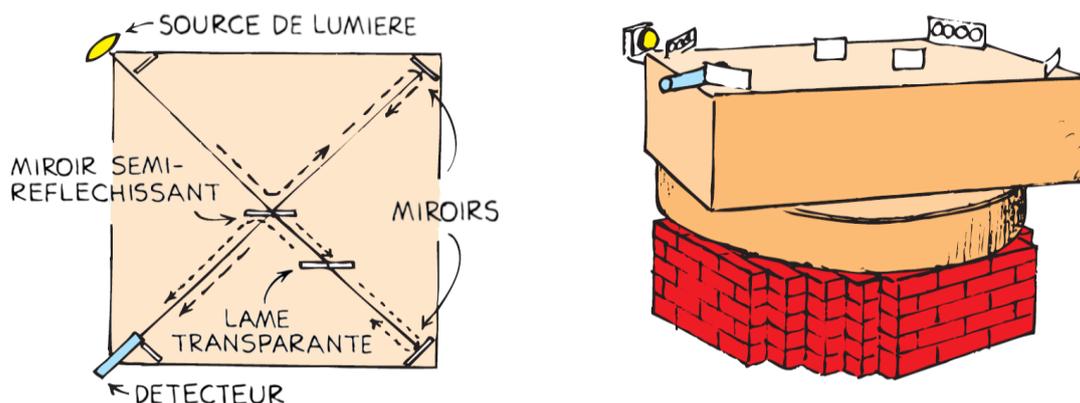
D'où :

$$\vec{v} = \frac{c^2}{E} \vec{p}$$

9 Pour en savoir plus

9.1 Expérience de Michelson-Morley

Une personne dans un train se balade à 1 km/h par rapport au train, mais elle se déplace à 60 km/h par rapport à la gare. Or, la gare n'est elle-même pas au repos, puisque la Terre tourne autour de son axe. Par rapport au référentiel géocentrique, la vitesse de la personne vaut près de 1600 km/h lorsque le train se trouve à une latitude proche de l'équateur. Cependant, nous savons que le centre de la Terre se déplace relativement au Soleil. Mesurée depuis le référentiel héliocentrique, la vitesse de la personne vaut près de 110000 km/h. De plus, le Soleil se trouve en orbite autour du centre de notre galaxie, qui se déplace elle-même par rapport à d'autres galaxies. Nous constatons ainsi que la vitesse est relative au référentiel dans lequel elle est mesurée. Existe-il un référentiel absolu au repos ? L'espace lui-même est-il au repos ? Si tel est le cas, ne pourrait-on pas mesurer des vitesses absolues par rapport à l'espace ? Puisque la lumière se déplace sous forme d'ondes, il semblait à l'époque évident que l'espace était rempli d'un milieu, nommé *éther*, pouvant vibrer et donc propager cette onde lumineuse : si l'existence de cet éther était prouvée, il constituerait un référentiel universel au repos. En 1887, les physiciens américains A. A. Michelson et E. W. Morley ont conçu une expérience optique permettant de mesurer le mouvement de la Terre par rapport à cet éther.



Pour ce faire, les deux physiciens ont utilisé un dispositif appelé **interféromètre**. Cet instrument était suffisamment sensible pour pouvoir mesurer la différence de temps nécessaire à la lumière pour parcourir un aller-retour, d'abord en suivant la trajectoire de la Terre le long de son orbite et ensuite perpendiculairement à sa trajectoire. Or, à la surprise générale, aucune différence de temps ne fut mesurée. De nombreuses répétitions et variations de l'expérience de Michelson – Morley ont depuis lors été réalisées, à l'aide d'instruments de mesure de plus en plus précis. Aucune de ces expériences n'a pu détecter une différence de la vitesse de la lumière. Il n'est pas établi à quel point l'expérience de Michelson-Morley a influencé Albert Einstein. Cependant, Einstein a postulé l'idée que la vitesse de la lumière dans le vide est identique dans tous les référentiels d'inertie, une idée complètement contraire aux idées classiques de l'espace et du temps. Puisque la vitesse est le rapport d'une distance dans l'espace par un intervalle de temps correspondant, Einstein a compris que pour que la vitesse de la lumière soit une constante, il fallait que l'espace et le temps soient liés. À partir de deux postulats, il a réussi à développer une relation profonde entre ces deux notions dans sa théorie de la relativité.

9.2 Introduction à la relativité générale

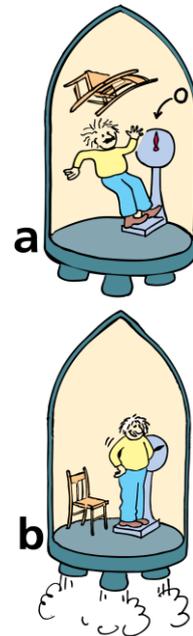
La théorie de la relativité générale fut développée par Einstein entre 1907 et 1915. Elle généralise la théorie de la relativité restreinte en traitant également de la gravitation.

« J'étais assis sur une chaise dans mon office des brevets à Berne. Soudain une pensée me vint : si un homme tombe librement, il ne sentira pas son poids. J'ai été abasourdi. Cette simple expérience de pensée a fait une profonde impression sur moi. Cela m'a conduit à la théorie de la gravité. »

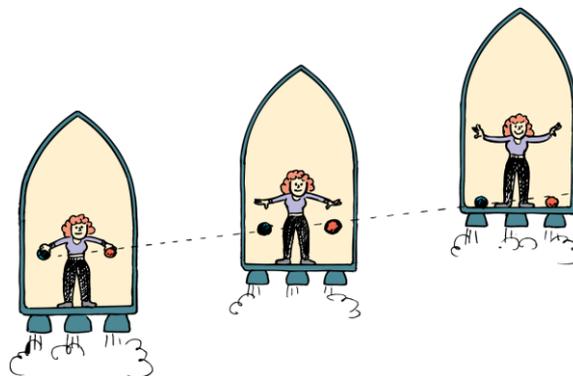
9.2.1 Principe d'équivalence d'Einstein

Imaginons un passager dans un vaisseau spatial, loin de toute influence gravitationnelle :

- Si le vaisseau est au repos ou en MRU par rapport aux étoiles lointaines, le passager se trouve en **impesanteur**. Si le passager lâche une balle, elle va rester à l'endroit où il l'a lâchée. S'il lance la balle, elle va effectuer un MRU. Sans regarder à l'extérieur du vaisseau, le passager n'a aucun moyen de détecter s'il se trouve dans un référentiel galiléen sans gravitation ou dans un référentiel en chute libre dans un champ de gravitation uniforme.
- Si les réacteurs sont allumés, le vaisseau est accéléré et le sol pousse contre les pieds du passager. L'accélération vers le haut procure une sensation de gravitation vers le bas. Sans regarder à l'extérieur du vaisseau, il n'existe aucune expérience qui lui permettrait de déterminer la présence éventuelle d'un champ de gravitation uniforme. Si l'accélération du vaisseau spatial est égale à g , le passager peut être convaincu que le vaisseau n'accélère pas, mais se trouve au repos à la surface de la Terre.



Considérons la chute de deux boules à l'intérieur du vaisseau accéléré, l'une en bois et l'autre en plomb. Lorsque les boules sont lâchées, un observateur extérieur voit les boules se déplacer vers le haut côte à côte à vitesse constante (celle que le vaisseau avait à l'instant du relâchement des boules). Or, puisque le vaisseau accélère, le sol du vaisseau rattrape les boules. Les deux boules, quelle que soit leur masse, touchent le sol simultanément. En souvenir de la démonstration de Galilée sur la tour penchée de Pise, le passager dans le vaisseau pourrait attribuer son observation à la force de gravitation. Il pourrait en effet conclure qu'il se trouve au repos dans le champ de gravitation à la surface terrestre.

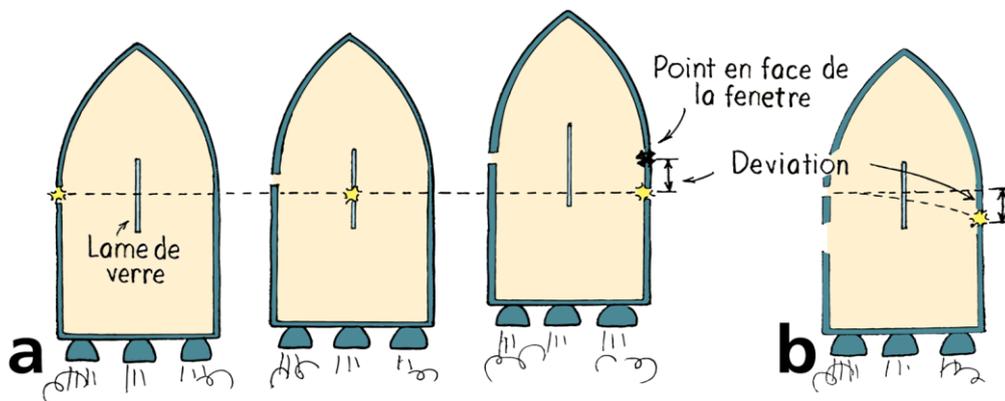


Un référentiel galiléen sans gravitation est équivalent à un référentiel en chute libre.
Une accélération est équivalente à un champ de gravitation.

9.2.2 Déviation de la lumière par la gravitation

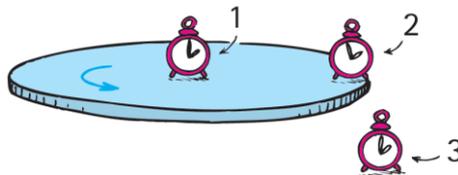
L'équivalence entre gravitation et accélération est le fondement de la théorie de la relativité générale d'Einstein. Il a postulé que le principe d'équivalence s'applique à tous les phénomènes naturels, y compris les phénomènes optiques ou électromagnétiques.

Imaginons que le vaisseau spatial accélère uniformément vers le haut et qu'il a une petite fenêtre par laquelle entre un rayon lumineux parallèlement par rapport au sol du vaisseau. Pour un observateur extérieur, le chemin emprunté par le rayon lumineux est une ligne droite (figure **a**). En revanche, pour un observateur à l'intérieur du vaisseau accéléré, le chemin de la lumière est courbe. Le rayon lumineux suit une trajectoire parabolique (figure **b**). Puisque le chemin de la lumière est courbe dans un référentiel accéléré, il devra aussi être courbe dans un champ de gravitation, vu l'équivalence entre accélération et gravitation.



9.2.3 Dilatation du temps par la gravitation

Imaginons un disque en rotation et trois horloges identiques : une placée au centre du disque, une seconde fixée sur le bord du disque, et la troisième au repos sur le sol à côté du disque :

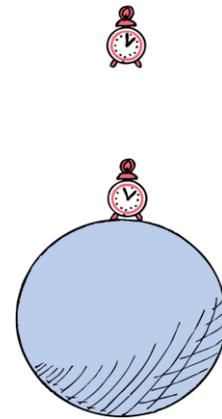


D'après les lois de la relativité restreinte, l'horloge 1 bat au même rythme que l'horloge 3, puisqu'elle ne se déplace pas par rapport au sol. En revanche, l'horloge 2 est en mouvement par rapport à l'horloge 3 et un observateur au sol constate que les aiguilles de l'horloge 2 tournent à un rythme plus lent que celles de l'horloge 3 - et donc à un rythme plus lent que celles de l'horloge 1. Bien que les horloges 1 et 2 soient dans le même référentiel, elles ne battent donc pas au même rythme. Un observateur au centre du disque et un observateur au repos au sol constatent tous les deux la même dilatation du temps indiquée par l'horloge 2.

Leurs interprétations ne sont cependant pas les mêmes. Pour l'observateur au sol, le rythme ralenti de l'horloge 2 est dû à son mouvement. Pour l'observateur au centre du disque en rotation, les horloges 1 et 2 ne sont pas en mouvement relatif. Or, une force centrifuge agit sur l'horloge 2, alors qu'une telle force n'agit pas sur l'horloge 1. L'observateur sur le disque conclut que la force centrifuge doit être la cause de la dilatation du temps. Il remarque que, lorsqu'il se déplace dans le sens de la force centrifuge vers l'extérieur du disque, le temps ralentit. En appliquant le principe

d'équivalence, on en déduit que lorsqu'on se déplace dans le sens de la force gravitationnelle, le temps sera également ralenti.

Cette dilatation du temps s'appliquera à toutes les « horloges », qu'elles soient physiques, chimiques ou biologiques. Un ouvrier travaillant au rez-de-chaussée d'un grand gratte-ciel vieillit plus lentement que sa sœur jumelle travaillant au dernier étage. La différence est très faible, de quelques microsecondes par décennie, car la différence de gravitation est très petite. Pour des différences de gravitation plus importantes, comme entre la surface du Soleil et la surface de la Terre, la dilatation du temps est plus importante (bien qu'encore minime). Une horloge à la surface du Soleil battrait sensiblement plus lentement qu'une horloge à la surface de la Terre.



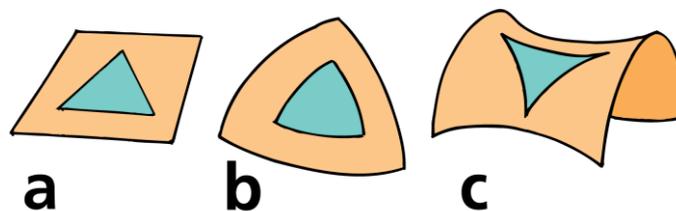
Une horloge au repos bat plus lentement pour un observateur en présence de gravitation qu'en l'absence de gravitation. Ou encore, une horloge au repos influencée par la gravitation retarde par rapport à une horloge au repos qui n'en est pas influencée.

Contrairement à la dilatation du temps par effet de vitesse, la dilatation du temps par la gravitation *n'est pas réciproque*. Cela signifie que deux observateurs, l'un situé au repos en un point d'un champ de gravitation avec une horloge et un deuxième situé en un autre point du champ avec une horloge identique, s'accordent sur le fait que l'horloge la plus proche de la source de champ ralentit et ils s'accordent sur la différence constatée.

9.2.4 Courbure de l'espace-temps et une nouvelle géométrie

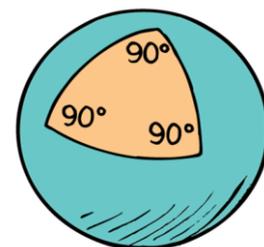
Einstein eut l'intuition géniale d'interpréter la gravitation non pas comme une force, mais *géométriquement*, comme une courbure de l'espace et du temps.

La géométrie à trois dimensions introduites par Euclide est valable dans un espace plat. Or, si on dessine des cercles ou des triangles sur une surface courbe comme une sphère ou un objet en forme de selle, la géométrie euclidienne n'est plus valable. Par exemple, la somme des mesures des angles intérieurs d'un triangle n'est pas toujours de 180° .



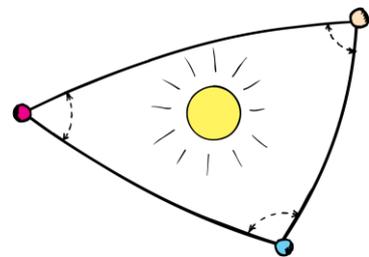
- a. Sur une surface plane, la somme est de 180° .
- b. Sur une surface sphérique, la somme est supérieure à 180° .
- c. Sur une surface en forme de selle, la somme est inférieure à 180° .

La somme des mesures des angles intérieurs d'un triangle équilatéral sur la surface terrestre est supérieure à 180° . Évidemment, les lignes formant ce triangle ne sont pas "droites" de la vue tridimensionnelle. Mais ce sont les distances les plus "droites" ou les plus courtes entre deux points si l'on se limite à la surface courbe. Ces lignes de plus courte distance sont appelées **géodésiques**.

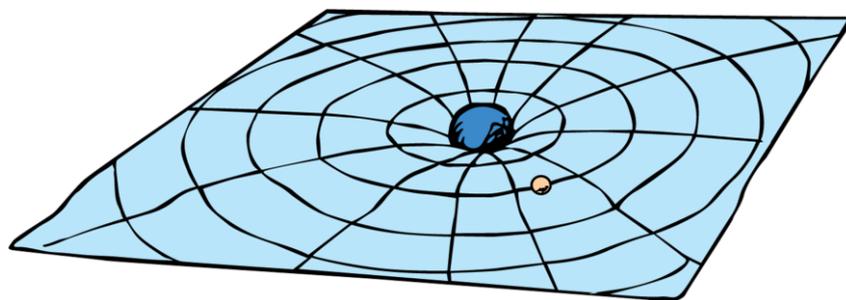


La trajectoire de vol d'un avion tracée sur une carte plane est courbe. La même ligne tracée sur un globe serait une géodésique, c'est-à-dire le chemin le plus court entre deux points sur la surface sphérique de la Terre. L'espace-temps a quatre dimensions : trois dimensions spatiales et une dimension temporelle (du passé au futur). Einstein a interprété un champ gravitationnel comme une courbure géométrique de cet espace-temps. Selon Einstein, les rayons lumineux suivent des géodésiques dans l'espace-temps à 4 dimensions.

Imaginons trois observateurs répartis sur Terre, Vénus et Mars. Ils s'envoient des faisceaux lumineux entre eux et mesurent les angles intérieurs du triangle formé par les faisceaux. Ils constatent que les faisceaux lumineux se courbent lorsqu'ils passent devant le Soleil, ce qui engendre que la somme des angles du triangle est supérieure à 180° . L'espace tridimensionnel autour du Soleil est courbé et la géométrie euclidienne n'y est plus valable.



Einstein abandonne complètement l'idée de la force gravitationnelle entre les masses et pense à des masses répondant dans leur mouvement à la courbure de l'espace-temps. On ne peut pas visualiser les courbures dans l'espace-temps parce que nous sommes des êtres à trois dimensions. Prenons une analogie simplifiée en deux dimensions : une boule lourde posée au milieu d'un lit à eau. Plus la balle est massive, plus elle déforme la surface bidimensionnelle. Une bille roulant sur une telle surface peut tracer une courbe circulaire ou elliptique et orbiter autour de la balle. Les planètes qui orbitent autour du Soleil voyagent de manière similaire le long de géodésiques à quatre dimensions dans l'espace-temps courbé autour du Soleil. Les satellites et les projectiles en chute libre se déplacent également le long de géodésiques dans cet espace-temps courbé à quatre dimensions.



La courbure de l'espace-temps est causée par les sources de gravitation. Or, en théorie de la relativité, masse, énergie totale et quantité de mouvement sont inextricablement reliées. Ce n'est pas seulement la masse d'un corps qui influence la courbure de l'espace-temps, mais également son état de mouvement (par exemple de sa rotation). Plus généralement⁷ :

Ce sont la matière et les rayonnements qui par leurs caractéristiques dictent la courbure de l'espace-temps. Et c'est la courbure de l'espace-temps qui dicte la trajectoire de la matière et des rayonnements.

⁷ John Archibald Wheeler (2000) : *Spacetime tells matter how to move; matter tells spacetime how to curve.*

Exercice résolu

En première approximation, l'intervalle de temps propre Δt_0 entre deux événements mesurés par une horloge au repos située à la distance r du centre d'une masse source M à symétrie sphérique s'écrit :

$$\Delta t_0(r) = \left(1 - \frac{KM}{r c^2}\right) \Delta t$$

où Δt est l'intervalle de temps correspondant mesuré par un observateur au repos situé à l'infini, en l'absence de gravitation, K la constante de gravitation et c la vitesse de la lumière dans le vide. Puisque le facteur entre parenthèses est inférieur à l'unité, on a que $\Delta t_0 \leq \Delta t$.

De combien le temps est-il dilaté en une journée à la surface de la Terre dû à la gravitation ? Et pour un satellite GPS naviguant à une altitude de 20200 km ?

Solution :

On a :

$$\Delta t_0(R) = \left(1 - \frac{K M}{R c^2}\right) \Delta t$$

A.N. :

$$\Delta t_0(R) = 86400 \cdot \left(1 - \frac{6,673 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24}}{6370 \cdot 10^3 \cdot (2,998 \cdot 10^8)^2}\right) = 86399,9999398 \text{ s}$$

Le temps est dilaté de 60,2 μs par jour dû à la gravitation.

Pour un satellite GPS naviguant à 20200 km d'altitude le calcul fournit :

$$\Delta t_0(r_{GPS}) = 86400 \cdot \left(1 - \frac{6,673 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24}}{26570 \cdot 10^3 \cdot (2,998 \cdot 10^8)^2}\right) = 86399,9999856 \text{ s}$$

La différence entre $\Delta t_0(r_{GPS})$ et $\Delta t_0(R)$ vaut 45,8 μs . Les horloges des satellites GPS *avancent* donc de 45,8 μs par jour dû à la gravitation plus faible qu'elles subissent. C'est un effet qu'on a bien vérifié expérimentalement. Bien qu'il soit très faible, il doit être continuellement compensé pour assurer un repérage GPS précis. Il en est de même pour l'effet de la dilation du temps dû à la vitesse des satellites qui fait que leurs horloges *retardent* de 7,2 μs par jour. L'effet combiné cause donc un avancement des horloges de 38,6 μs par jour.

9.3 Masse inerte et masse grave

Suite à ses expériences de chute libre, Galilée formula en 1604 la loi de la chute libre des corps :

Le mouvement des corps en chute libre est indépendant de leur masse.

Newton pouvait expliquer la loi de Galilée. D'après son principe fondamental de la dynamique, un corps de masse m subit une accélération \vec{a} tel que :

$$\vec{F}_{res} = m \vec{a} \quad (14)$$

où \vec{F}_{res} est la résultante des forces extérieures qui s'exercent sur le corps.

La masse qui figure dans l'équation (14) est appelée **masse inerte** puisqu'elle est une mesure de l'inertie du corps c.-à-d. de la résistance avec laquelle il s'oppose à une accélération.

D'autre part, le poids du corps s'écrit :

$$\vec{P} = m \vec{g} \quad (15)$$

où \vec{g} désigne le champ de pesanteur.

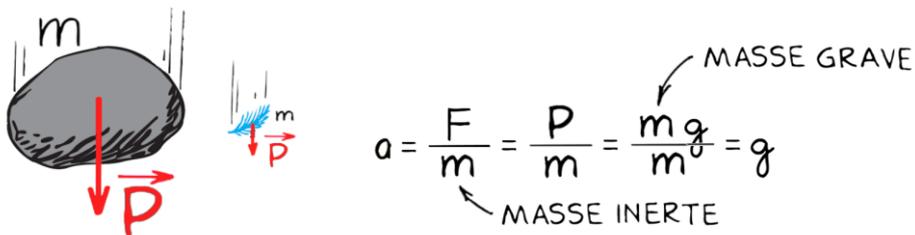
La masse qui figure dans l'équation (15) est appelée **masse grave** puisque la force de gravitation lui est proportionnelle.

Puisque $\vec{F}_{res} = \vec{P}$, on a que :

$$\vec{a} = \vec{g}$$

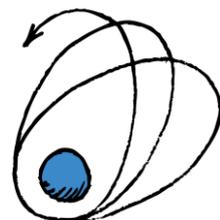
L'accélération est donc en effet indépendante de la masse.

Toutefois, Newton savait que sa conclusion pouvait seulement être correcte si la masse inerte et la masse grave étaient identiques. Toutes les expériences à ce jour confirment que *la masse inerte est identique à la masse grave*⁸. Il n'y a donc pas besoin de distinguer entre ces deux types de masses.



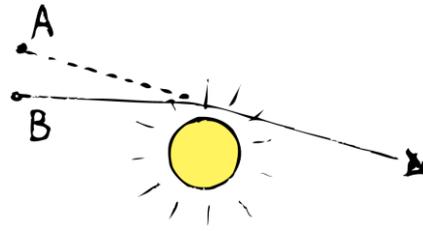
9.4 Vérifications expérimentales de la théorie de la relativité générale

- Au 19^{ème} siècle, les astronomes avaient mesuré que le **mouvement de précession du périhélie** pour l'orbite de Mercure était d'un angle de 574'' par siècle. Les perturbations par les autres planètes pouvaient expliquer la précession de Mercure - à l'exception de 43'' par siècle. Les équations de la relativité générale d'Einstein, appliquées à l'orbite de Mercure prédisent exactement les 43''supplémentaires par siècle.

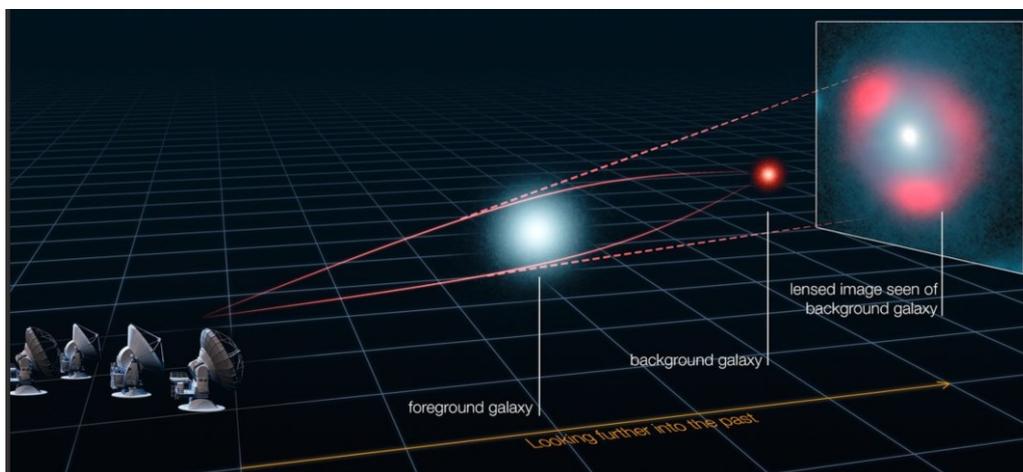


⁸ L'égalité entre masse inerte et masse grave est parfois appelée principe d'équivalence de Galilée.

- La déviation de la lumière dans le champ de gravitation terrestre est trop faible pour être observée. Cependant, Einstein avait prédit que la lumière provenant d'étoiles serait déviée par le champ de gravitation du Soleil d'un angle de $1,75'' = 0,0292^\circ$. Même si les étoiles ne sont pas visibles lorsque le Soleil brille, la déviation de la lumière d'étoiles peut être observée durant les **éclipses solaires**. C'est de cette manière que l'astronome Arthur Eddington a pu confirmer en 1919 les prédictions d'Einstein.



- Lorsque de la lumière d'étoiles ou de galaxies est déviée par une très grande masse (p.ex. amas de galaxies), la lumière recueillie par un télescope donne lieu à une image déformée ou multiple. On dit que la très grande masse constitue une **lentille gravitationnelle**. L'effet de lentille gravitationnelle a été observé sur de nombreuses images astronomiques.



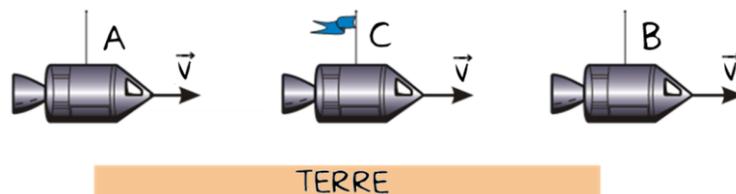
Credit: ALMA (ESO/NRAO/NAOJ), L. Calçada (ESO), Y. Hezaveh et al.

- Lorsqu'un corps de grande masse accélère, la courbure de l'espace-temps se réadapte et ces réajustements produisent des ondulations dans la géométrie globale de l'espace-temps. Ces **ondes gravitationnelles** se déplacent à la vitesse de la lumière à partir d'une source de gravitation. Or, les ondes gravitationnelles produites par les événements astronomiques ordinaires sont très faibles et leur détection est extrêmement difficile. Leur première confirmation a eu lieu en 2016 (un siècle après la prédiction de leur existence par Einstein) alors que de minuscules distorsions de l'espace (de l'ordre d'un millième du diamètre d'un proton !) ont été détectées par deux détecteurs au *Laser Interferometer Gravitational Wave Observatory* (LIGO). Les ondes découvertes proviennent de la fusion d'une paire de trous noirs il y a environ 1,3 milliard d'années.
- Einstein a suggéré un moyen de mesurer la dilatation du temps par la gravitation. On devrait observer que la lumière qui se déplace « contre la gravité » a une fréquence légèrement inférieure en raison d'un effet appelé le **décalage gravitationnel vers le rouge**. Bien que cet effet soit faible dans le champ gravitationnel du Soleil, il est plus fort dans les étoiles plus compactes avec une plus grande gravitation de surface. Une expérience confirmant la prédiction d'Einstein a été réalisée en 1960 avec des rayons gamma à haute fréquence envoyés entre les étages supérieur et inférieur d'un bâtiment de laboratoire à l'Université de Harvard. Des mesures incroyablement précises ont confirmé la dilatation du temps par la gravitation.

10 Exercices

1. Pourquoi les effets de la dilatation du temps ne sont-ils pas aisément observables dans la vie de tous les jours ?
2. Deux événements se produisent au même point mais à des instants différents dans un référentiel d'inertie. Ces deux événements peuvent-ils être simultanés dans un autre référentiel en mouvement rectiligne uniforme par rapport au premier ?
3. Considérer l'expérience de pensée suivante :

Trois astronautes se déplacent à travers l'espace, d'un mouvement rectiligne et uniforme par rapport à la Terre, au moyen des vaisseaux spatiaux A, C et B. Les vaisseaux se suivent à des distances rigoureusement égales. C porte le commandement pour l'ensemble de la flotte. Un ordre est transmis aux vaisseaux A et B via des ondes radio se propageant à la vitesse c .



Trouver un référentiel où :

- a. l'arrivée du signal en A et en B est simultanée ;
 - b. A reçoit le signal avant B ;
 - c. B reçoit le signal avant A.
4. Un observateur au repos percevra un objet se déplaçant à une très grande vitesse :
 - A. raccourci dans la direction du déplacement
 - B. raccourci dans toutes les directions
 - C. raccourci dans la direction perpendiculaire au déplacement
 - D. allongé dans toutes les directions
 5. Pourquoi n'est-il pas possible pour un électron ou un proton de voyager à la vitesse de la lumière ?
 6. Sous quelle condition, l'équation $p = E/c$ est-elle valable pour...
 - a. un électron ?
 - b. un proton ?
 - c. Un photon ?
 7. Un train de 100 m de longueur au repos mesure 80 m lorsqu'il est en mouvement.
 - a. Calculer sa vitesse.
 - b. Calculer le temps qu'il faut pour passer devant un arbre dans :
 - le référentiel lié au sol ;
 - le référentiel du train.

8. Dans un laboratoire on mesure qu'une particule α possède une énergie totale égale au double de son énergie au repos et qu'elle passe à travers un tunnel droit en un intervalle de temps de 200 ns.
- Calculer la tension sous laquelle elle a été accélérée à partir du repos.
 - Calculer sa vitesse et sa quantité de mouvement.
 - Après avoir précisé et justifié la nature de l'intervalle de temps qu'on mesurerait dans le référentiel au repos de la particule α , calculer cet intervalle de temps.
9. Calculez l'énergie nécessaire pour accélérer un électron de :
- 0,6 c à 0,8 c
 - 0,995 c à 0,998 c
10. Un électron se déplace à 99,9% de la vitesse la lumière dans le vide. Trouver son énergie totale et sa quantité de mouvement.
11. Un proton ayant une énergie totale de 5 GeV traverse un tube de longueur 200 m dans un accélérateur.
- Déterminer la longueur du tube dans le référentiel au repos du proton.
 - Combien de temps lui faut-il pour traverser le tube :
 - dans son référentiel au repos ?
 - dans le référentiel lié au tube ?
 Justifier.
12. La puissance rayonnée par le Soleil correspond à $3,83 \cdot 10^{26}$ W. Sa masse est de $1,99 \cdot 10^{30}$ kg. Calculer la masse le Soleil perd chaque seconde par rayonnement.
13. Proxima Centauri est l'étoile la plus proche de la Terre après le Soleil. Elle se trouve à une distance de 4,24 a.l. (a.l. signifie année-lumière et représente la distance parcourue par la lumière dans le vide en une année).
- Des jumeaux A et B se séparent. B part pour un voyage à partir de la Terre vers cette étoile à bord d'un vaisseau qui navigue à une vitesse constante de 0,95 c par rapport au Soleil. Dans la suite, on fera abstraction des phases d'accélération et de décélération, et on supposera que tout le voyage se poursuit en un mouvement rectiligne et uniforme.
- De combien d'années l'astronome B a-t-il vieilli, selon sa propre montre, entre son départ et son arrivée. Justifier par un calcul.
 - Calculer la différence d'âge due à ce voyage spatial entre les jumeaux.

Crédits Photos

© Wikimedia Commons / Ferdinand Schmutzer – **page titre** (Albert Einstein during a lecture in Vienna 1921 ; domaine public)

Crédits Illustrations

© Wikimedia Commons / Pcharito – **p.13** (One of the LHC's first lead-ion collisions, as recorded by the ALICE detector, sous licence - [CC BY-SA 3.0](#))

© Credit: ALMA (ESO/NRAO/NAOJ), L. Calçada (ESO), Y. Hezaveh et al. – **p.24** (gravitational lensing of distant star-forming galaxies)

Des remerciements particuliers sont adressés à Paul G. HEWITT. Les illustrations sont, sauf indication contraire, l'œuvre de Paul G. Hewitt et des auteurs du cours. Les illustrations de Paul G. HEWITT ont été retravaillées par Laurent HILD, avec l'autorisation écrite et personnelle de l'auteur. Les illustrations originales sont des livres :

© HEWITT, Paul G., *Conceptual physics*, 2015, Pearson

© HEWITT, Paul G., SUCHOCKI John, *Conceptual physical science – Practice Book*, 2012, Pearson

© EPSTEIN Lewis C., HEWITT, Paul G., *Thinking Physics* – 1981, Insight Press

7.

Physique nucléaire



©Bjoern Wylezich Shutterstock.com

Sommaire

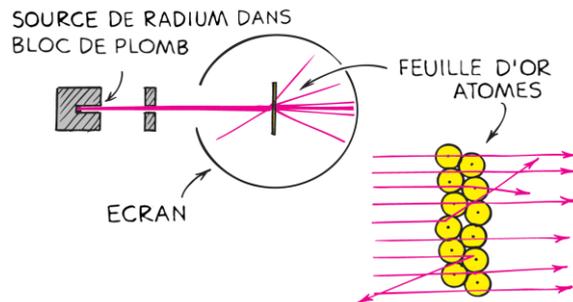
1	Noyaux atomiques.....	1
1.1	Composition et cohésion.....	1
1.2	Nombres caractéristiques.....	1
1.3	Nucléide et isotopes.....	1
1.4	Masse d'un noyau atomique.....	2
1.5	Stabilité et énergie de liaison.....	3
1.5.1	Défaut de masse d'un noyau.....	3
1.5.2	Énergie de liaison nucléaire.....	3
2	Lois de conservation des réactions nucléaires.....	5
3	Radioactivité.....	6
3.1	Découverte (pour en savoir plus).....	6
3.2	Définition.....	6
3.3	Effet ionisant du rayonnement radioactif.....	7
3.4	Types de désintégrations radioactives.....	8
3.4.1	Désintégration α	8
3.4.2	Désintégration β	8
3.4.3	Désintégration γ	9
3.4.4	Pénétrance.....	10
3.5	Table des nucléides.....	11
3.6	Décroissance radioactive.....	12
3.6.1	Courbe de décroissance et demi-vie.....	12
3.6.2	Loi de décroissance radioactive.....	13
3.6.3	Activité.....	14
3.7	Familles radioactives.....	15
3.8	Applications.....	16
3.8.1	Datation radioactive.....	16
3.8.2	Imagerie médicale.....	17
4	Bilan énergétique des réactions nucléaires.....	18
5	Fission nucléaire.....	19
5.1	Définition.....	19
5.2	Principe de la fission induite.....	19
5.3	Exemple de la fission induite de l'uranium 235.....	19
5.4	Énergie libérée par la fission.....	20

5.5	Réaction en chaîne.....	21
6	Fusion nucléaire.....	22
6.1	Définition	22
6.2	Principe de la fusion.....	22
6.3	Exemples de réactions de fusion	22
6.4	Énergie libérée par la fusion	23
7	Pour en savoir plus.....	24
7.1	Réacteur de fission.....	24
7.1.1	Le combustible nucléaire.....	24
7.1.2	Exemple du réacteur à eau pressurisée (type Cattenom)	24
7.2	Réacteur de fusion.....	25
7.3	Bombes nucléaires.....	26
8	Exercices	28

1 Noyaux atomiques

1.1 Composition et cohésion

C'est en 1911 que Sir Ernest Rutherford prouve l'existence d'un **noyau atomique** minuscule, très massif et de charge positive en constatant que des particules alpha (noyaux d'hélium 4) bombardées sur une feuille d'or mince rebondissent dans les très rares cas où elles n'arrivent pas à la traverser.

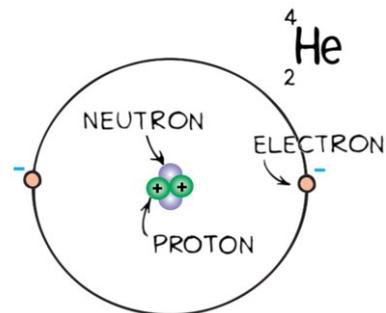


Le noyau atomique (diamètre 10^{-14} m), bien que de taille très petite par rapport à l'atome (diamètre 10^{-10} m), comporte presque la masse entière de celui-ci.

Le noyau atomique est composé de particules, appelées **nucléons**, dont il existe deux types :

- le **proton** qui porte une charge électrique positive égale à la charge élémentaire e ;
- le **neutron** qui est électriquement neutre et qui n'est que de 0,2 % plus lourd que le proton.

Les nucléons s'attirent mutuellement avec une très grande force, appelée **force nucléaire forte**, qui est beaucoup plus intense que la répulsion électrique entre les protons ou l'attraction gravitationnelle entre les nucléons. La portée de la force forte est cependant très petite, limitée environ au diamètre d'un nucléon (10^{-15} m).



1.2 Nombres caractéristiques

Le nombre Z de protons dans un noyau atomique est appelé **numéro atomique** ou **nombre de charge** et est égal au nombre d'électrons de l'atome neutre.

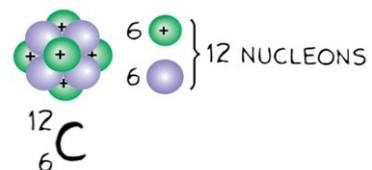
Le nombre N de neutrons dans un noyau atomique léger est environ égal à Z et devient de plus en plus grand que Z dans le cas de noyaux lourds.

Le nombre total $A = Z + N$ de nucléons dans un noyau atomique est appelé **nombre de masse**.

1.3 Nucléide et isotopes

Un **nucléide** est un ensemble de noyaux atomiques identiques ou d'atomes de noyau identique. Il est caractérisé par son nombre de protons Z et par son nombre de nucléons A .

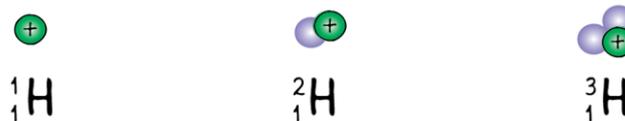
Écriture symbolique : A_ZX (X : élément chimique)



Les différents nucléides d'un même élément chimique X sont appelés **isotopes**. Ils se différencient par leur nombre de neutrons $N = A - Z$. Les isotopes d'un élément ont pratiquement les mêmes propriétés chimiques. Lorsqu'on veut souligner les propriétés chimiques plutôt que les propriétés nucléaires d'une seule espèce d'atomes, on emploie souvent le terme « isotope » au singulier au lieu de « nucléide » pour la désigner.

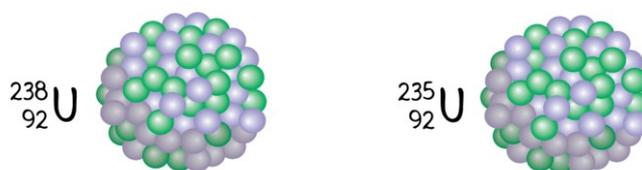
Exemples :

- Isotopes naturels de l'hydrogène ($Z = 1$ proton)



nom du nucléide :	protium (atome) proton (noyau)	deutérium (atome) deutéron (noyau)	tritium (atome) triton (noyau)
nombre de neutrons N :	0	1	2
abondance :	99,985 %	0,015 %	traces
stabilité :	stable	stable	instable

- Isotopes naturels principaux de l'uranium :



${}^{238}_{92}\text{U}$: $Z = 92$ protons, $A = 238$ nucléons et $N = 146$ neutrons (abondance : 99,275 %).

${}^{235}_{92}\text{U}$: $Z = 92$ protons, $A = 235$ nucléons et $N = 143$ neutrons (abondance : 0,725 %).

1.4 Masse d'un noyau atomique

La **masse d'un noyau atomique** d'un nucléide X est notée m_X . Elle diffère de la **masse d'un atome** de ce nucléide qui renferme également des électrons et qui est notée $m(X)$. En négligeant la faible contribution de l'énergie de liaison des électrons à la masse d'un atome supposé neutre, on a en bonne approximation :

$$m_X \simeq m(X) - Z m_e$$

où Z désigne le nombre de protons respectivement d'électrons et m_e la masse de l'électron.

Les masses des noyaux et des atomes sont souvent exprimées dans l'**unité de masse atomique**, qui est définie comme un douzième de la masse d'un atome neutre de carbone 12 :

$$1 \text{ u} = \frac{1}{12} m({}^{12}_6\text{C}) = 1,6605 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 931,49 \frac{\text{MeV}}{c^2}$$

L'unité de masse atomique est environ égale à la masse d'un nucléon :

$$1 \text{ u} \simeq m_p \simeq m_n$$

■ As-tu compris ?

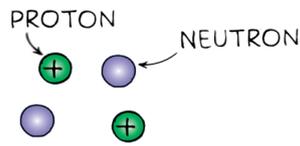
1. Lequel a une masse plus grande : un atome d'hélium ou un atome de néon ?
2. Lequel contient un nombre plus grand d'atomes : un gramme d'hélium ou un gramme de néon ?
3. Les nucléides ${}^{12}_6\text{X}$ et ${}^{14}_6\text{X}$ appartiennent-ils au même élément chimique ? Comment les nomme-t-on ?
4. Les nucléides ${}^{14}_6\text{X}$ et ${}^{14}_7\text{X}$ appartiennent-ils au même élément chimique ? Justifier.
5. On considère quatre nucléides ${}^{210}_{83}\text{X}$, ${}^{210}_{84}\text{X}$, ${}^{210}_{82}\text{X}$, ${}^{206}_{82}\text{X}$.
Nommer les éléments chimiques auxquels appartiennent ces nucléides.

1.5 Stabilité et énergie de liaison

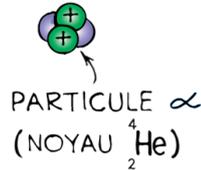
1.5.1 Défaut de masse d'un noyau

Expérimentalement, on a constaté que la masse d'un noyau atomique est toujours inférieure à la somme des masses des nucléons qui le constituent, pris séparément.

Exemple :



$$2 m_p + 2 m_n = 6,6904 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \\ = 3753 \text{ MeV}/c^2$$

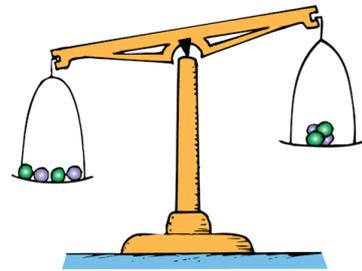


$$m_\alpha = 6,6447 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \\ = 3724 \text{ MeV}/c^2$$

La différence de masse vaut dans ce cas :

$$2 m_p + 2 m_n - m_\alpha = 0,0504 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 28,3 \text{ MeV}/c^2$$

Ceci correspond à une perte de masse d'environ 0,8%.



De façon générale :

Le **défaut de masse** Δm d'un noyau ${}^A_Z X$ est égal à la différence entre la masse totale de ses nucléons pris séparément et sa propre masse :

$$\Delta m = Z m_p + (A - Z) m_n - m_X$$

1.5.2 Énergie de liaison nucléaire

Lorsqu'un noyau est brisé en ses nucléons, on assiste à une augmentation de masse, égale au défaut de masse Δm . D'après Einstein, l'augmentation de masse est équivalente à l'énergie qu'on a fournie au noyau pour le briser.



L'**énergie de liaison** E_ℓ d'un noyau ${}^A_Z X$ est égale à l'énergie minimale nécessaire pour le séparer en ses nucléons :

$$E_\ell = \Delta m c^2 \quad (c: \text{célérité de la lumière dans le vide})$$

Inversement, lorsqu'un noyau se forme à partir de nucléons séparés, on assiste à une diminution de masse, égale au défaut de masse. Elle se traduit par une libération d'énergie qui est égale à l'énergie de liaison.

Exemple :

L'énergie de liaison de la particule α vaut :

$$E_\ell = \Delta m c^2 = 28,3 \frac{\text{MeV}}{c^2} \cdot c^2 = 28,3 \text{ MeV}$$

Ceci signifie qu'il faut 28,3 MeV d'énergie pour séparer les quatre nucléons de la particule α , ou, inversement, que 28,3 MeV d'énergie sont libérée lorsqu'une particule α se forme à partir de deux protons séparés et de deux neutrons séparés.

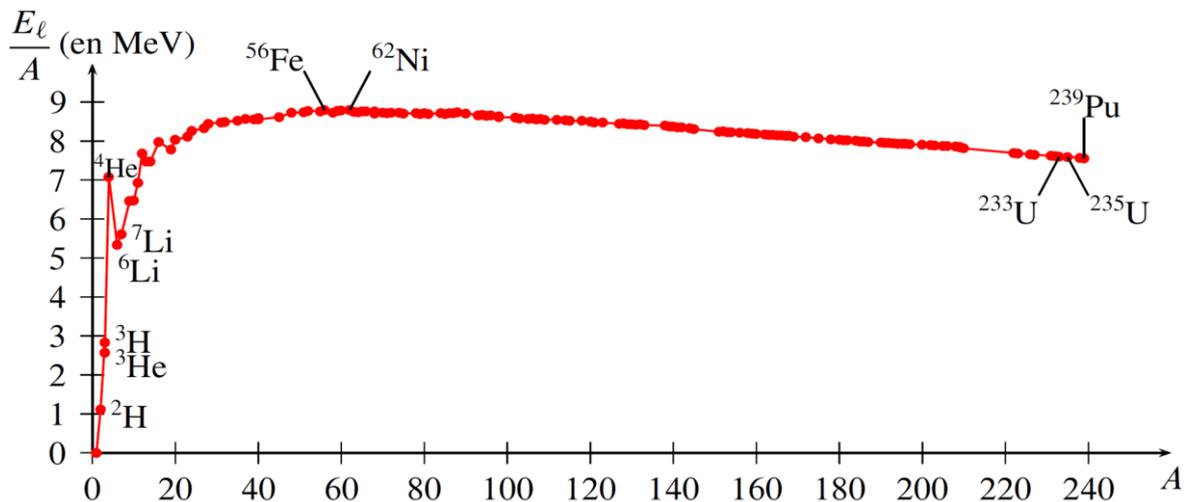
L'énergie de liaison moyenne par nucléon $\frac{E_\ell}{A}$ est égale au rapport entre l'énergie de liaison E_ℓ du noyau atomique considéré et son nombre de nucléons A .

Exemple :

L'énergie de liaison moyenne par nucléon pour la particule α vaut :

$$\frac{E_\ell}{A} = \frac{28,3 \text{ MeV}}{4} = 7,07 \text{ MeV}$$

Considérons la représentation de l'énergie de liaison moyenne par nucléon en fonction du nombre de masse A (« **courbe d'Aston** ») :



L'allure de la courbe permet de déduire que :

- À l'exception des noyaux très légers, l'énergie de liaison moyenne par nucléon a une valeur entre 7 MeV et presque 9 MeV. (Par comparaison, l'énergie de liaison de l'électron dans l'atome H ne vaut que 13,6 eV).
- Les noyaux avec $A \approx 60$, comme le fer 56 ou le nickel 62, sont les plus stables.
- La fission d'un noyau très lourd libère de l'énergie, alors que la fusion de noyaux légers en libère encore davantage.

■ **As-tu compris ?**

6. Calculer l'énergie de liaison moyenne par nucléon pour le noyau de ^7_3Li , sachant que sa masse vaut $m_{^7_3\text{Li}} = 7,01436 \text{ u}$.
7. Quel noyau atomique est le plus stable ?
8. Dans quel noyau atomique la masse moyenne par nucléon est-elle la plus petite ? Justifier.

2 Lois de conservation des réactions nucléaires

Une **réaction nucléaire** est un processus au cours duquel un ou plusieurs noyaux atomiques se transforment. Parmi les principaux types de réactions nucléaires, on compte les chocs nucléaires, les désintégrations radioactives, la fission nucléaire et la fusion nucléaire.

Contrairement à une réaction chimique, une réaction nucléaire peut modifier le noyau atomique et ainsi convertir un élément chimique en un autre (**transmutation nucléaire**). En revanche :

Toute réaction nucléaire conserve le nombre total de charge Z et le nombre total de masse A .

C'est la **loi de Soddy**, nommée en l'honneur de Frederick Soddy (1877-1956), radiochimiste britannique et lauréat du prix Nobel 1921.

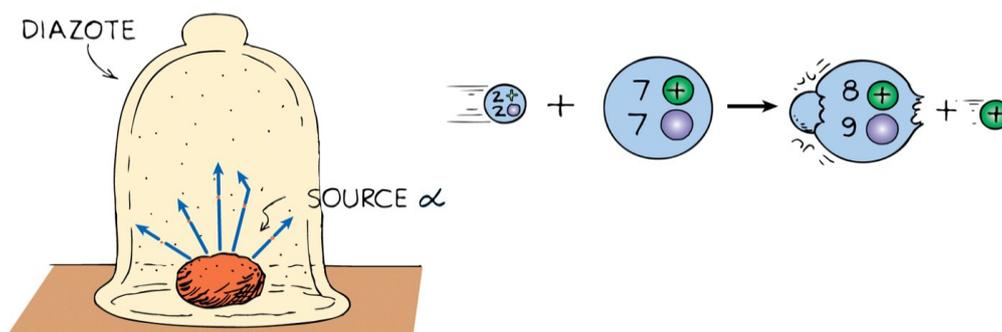
De plus, toute réaction nucléaire obéit bien évidemment au *principe de la conservation de l'énergie* et au *principe de la conservation de la quantité de mouvement*.

Exemples de réactions nucléaires :

- Les particules α utilisées en 1911 par Ernest Rutherford pour mettre en évidence l'existence du noyau atomique étaient produites par la désintégration radioactive du radium 226 selon l'équation :



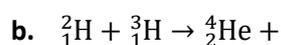
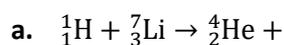
- La première transmutation nucléaire artificielle fut observée en 1919 par Ernest Rutherford, lorsqu'il réussit à transformer de l'azote par bombardement avec des particules α en oxygène selon l'équation :



Les éléments du tableau périodique qui se trouvent derrière l'uranium (éléments transuraniens) ont été produits par transmutation artificielle.

■ As-tu compris ?

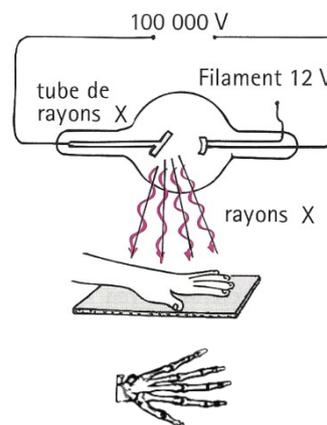
9. Compléter les réactions nucléaires suivantes :



3 Radioactivité

3.1 Découverte (pour en savoir plus)

En 1895, le physicien allemand **Wilhelm Roentgen** a découvert un rayonnement de nature inconnue, qui est produit lorsqu'un faisceau d'électrons frappe le verre d'un tube à gaz de décharge. Ces **rayons X** se sont révélés être des ondes électromagnétiques de haute fréquence, émises lors de la décélération d'électrons à l'impact sur une cible (rayonnement de freinage) ou lors de la désexcitation d'atomes de la cible vers les couches électroniques les plus internes (rayonnement caractéristique). Dû à leur haute énergie, les rayons X peuvent pénétrer à travers de nombreuses couches d'atomes avant d'être complètement absorbés. Ils traversent par exemple le tissu souple de la main mieux que les os et produisent ainsi une image sur une plaque photographique.



En 1896, soit quelques mois après la découverte des rayons X, le physicien français **Henri Becquerel** constata qu'une plaque photographique enveloppée de feuilles de papier noir très épais était impressionnée au voisinage de sels d'uranium. Il conclut que l'uranium émet des radiations invisibles qui traversent le papier opaque à la lumière. Cette radiation diffère des rayons X puisqu'elle peut être déviée par des champs électriques et magnétiques. Elle met en évidence un changement beaucoup plus dramatique dans l'atome que des transitions d'électrons entre différentes couches : elle provient en effet de changements dans le noyau même de l'atome. C'était la découverte de la **radioactivité**, nom inventé en 1898 par **Pierre** et **Marie Curie** qui étudiaient de près ce phénomène. Le couple Curie découvrit notamment en 1898 les éléments radioactifs polonium et radium en analysant la pechblende, un minéral d'uranium. En 1903, Marie et Pierre Curie partagent avec Henri Becquerel le prix Nobel de physique pour leurs recherches sur la radioactivité.



*Marie Curie (1867-1934),
lauréate du prix Nobel de
physique 1903 et du prix
Nobel de chimie 1911*

3.2 Définition

La **radioactivité** est la transformation spontanée d'un noyau atomique instable en un noyau atomique plus stable avec émission d'un rayonnement.

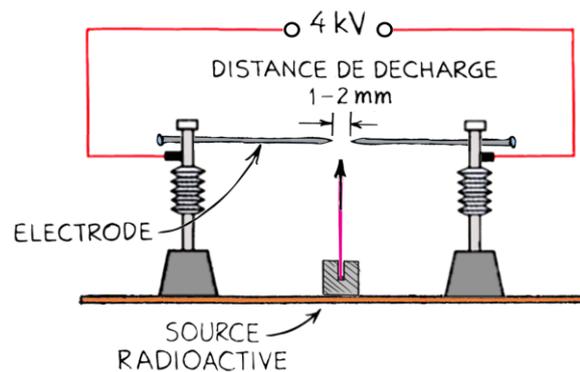
Plus de 99,9 % des atomes de notre environnement sont stables. Leurs noyaux ne vont probablement pas changer durant toute l'existence de l'Univers. La radioactivité est donc une réaction nucléaire spontanée qui n'affecte que certains nucléides : les **radionucléides (nucléides radioactifs, isotopes radioactifs ou radioisotopes)**.

On distingue entre **radioactivité naturelle** et **radioactivité artificielle** selon que le radionucléide est présent en Nature ou a été créé artificiellement dans des réactions nucléaires.

Le noyau atomique initial et instable est nommé **noyau père** ; le noyau atomique final et plus stable est nommé **noyau fils**.

3.3 Effet ionisant du rayonnement radioactif

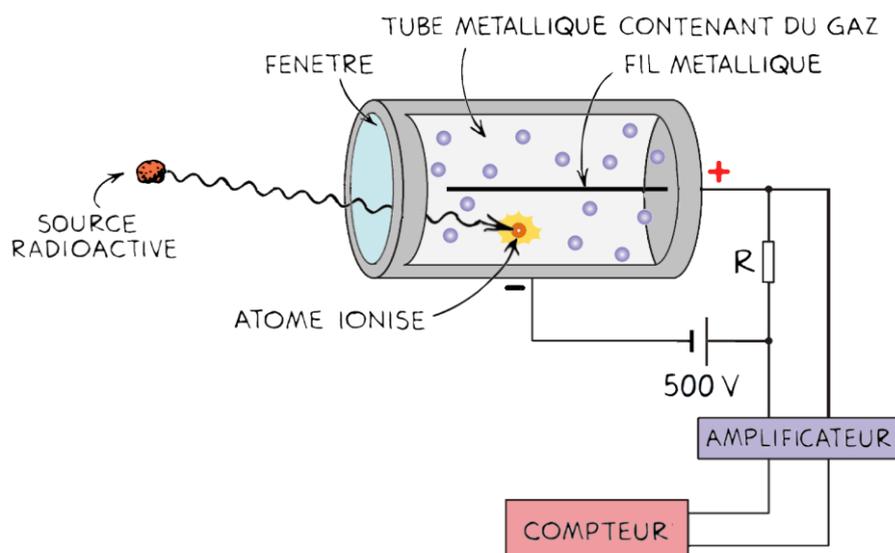
L'expérience de l'éclateur permet de montrer un pouvoir particulier du rayonnement qui est émis par les radionucléides. On diminue la distance entre les électrodes autant que possible sans qu'il y ait une décharge d'étincelle. Lorsqu'on approche ensuite une source radioactive, on observe qu'une décharge d'étincelle éclate entre les électrodes. On en conclut que le rayonnement « radioactif » a créé des charges électriques en traversant l'air.



Le rayonnement radioactif est un **rayonnement ionisant** : il peut créer des ions en arrachant des électrons aux atomes ou aux molécules.

Le fait d'être ionisant rend le rayonnement dangereux pour les êtres vivants. Il peut endommager l'ADN¹ et dissocier des molécules (radiolyse), ce qui peut causer le dysfonctionnement, la mutation ou la mort de cellules.

Mais l'effet ionisant permet aussi de détecter le rayonnement radioactif. Le **compteur Geiger** est un des détecteurs de radiation le plus connu qui utilise cet effet². Le compteur comprend une chambre de forme cylindrique qui est remplie de gaz et qui dispose de deux électrodes : un fil métallique au milieu de la chambre sert d'anode (+), le manteau métallique de la chambre sert de cathode (-). Entre les deux électrodes règne une tension de plusieurs centaines de volts. Lorsque le rayonnement passe à travers la paroi d'entrée, il ionise des atomes de gaz. Le gaz devient conducteur et un bref courant électrique circule ce qui se traduit par une variation de tension au niveau de la résistance. L'impulsion de tension est amplifiée et envoyée soit vers un haut-parleur (« bip-bip »), soit vers un compteur d'impulsions. Après la détection de l'impulsion de tension, on revient aux conditions de départ.



¹ L'acide désoxyribonucléique (ADN) est le support de l'information génétique.

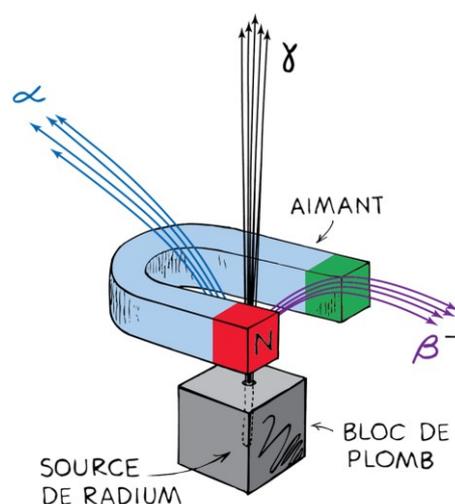
² Il a été développé par les physiciens allemands Hans Geiger et Walther Müller en 1928.

3.4 Types de désintégrations radioactives

Les radionucléides émettent trois types de radiations distinctes, nommées α , β et γ .

- Un rayonnement α est un faisceau de noyaux d'hélium (charge positive).
- Un rayonnement β est un faisceau d'électrons (charge négative ; β^-) ou de positrons (charge positive ; β^+).
- Le rayonnement γ est un rayonnement électromagnétique (respectivement un faisceau de photons) sans charge électrique de très grande fréquence.

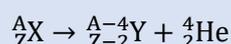
Ces rayonnements peuvent être séparés en les faisant passer par un champ magnétique³.



3.4.1 Désintégration α

La **désintégration α** est un type de désintégration radioactive où le noyau père émet spontanément un noyau d'hélium 4 (particule α).

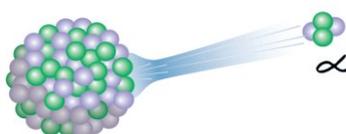
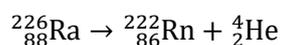
Équation de désintégration :



Le nombre de masse du noyau père diminue de 4 unités et son nombre de charge de 2 unités. X et Y correspondent à des éléments chimiques différents.

Cause : La radioactivité α est caractéristique des noyaux trop lourds (pour la plupart $A > 200$).

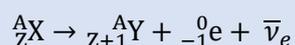
Exemple :



3.4.2 Désintégration β

La **désintégration β^-** est un type de désintégration radioactive où le noyau père émet spontanément un électron (particule β^-) et un antineutrino ($\bar{\nu}_e$)⁴.

Équation de désintégration :

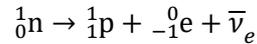


³ Il existe encore d'autres types de désintégration plus rares (capture électronique, émission de neutron, émission de proton, double désintégration β , fission spontanée, ...).

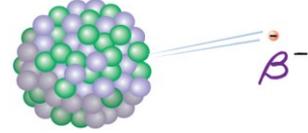
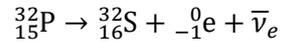
⁴ Le neutrino [électronique] (symbole : ν_e) et son antiparticule, l'antineutrino [électronique] (symbole : $\bar{\nu}_e$), sont des particules élémentaires neutres de masse presque nulle qui n'interagissent que très faiblement avec la matière. Le neutrino a été postulé par Wolfgang Pauli (1900-1958) en 1930 pour expliquer comment l'énergie et de la quantité de mouvement sont conservées lors de la désintégration β .

Le nombre de nucléons du noyau père ne change pas et son nombre de charge augmente d'une unité. X et Y correspondent à des éléments chimiques différents.

Cause : La radioactivité β^- est caractéristique des noyaux contenant trop de neutrons. Les particules émises sont créées lors de la transformation d'un neutron en un proton selon l'équation :

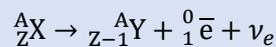


Exemple :



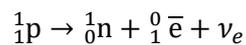
La **désintégration β^+** est un type de désintégration radioactive où le noyau père émet spontanément un positron (particule β^+) et un neutrino (ν_e).

Équation de désintégration :

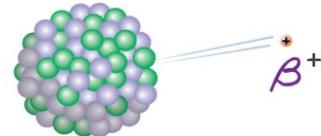
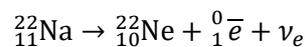


Le nombre de nucléons du noyau père ne change pas et son nombre de charge diminue d'une unité. X et Y correspondent à des éléments chimiques différents.

Cause : La radioactivité β^+ est caractéristique des noyaux contenant trop de protons. Les particules émises sont créées lors de la transformation d'un proton en un neutron selon l'équation :



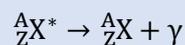
Exemple :



3.4.3 Désintégration γ

La **désintégration γ** est un type de désintégration radioactive où un noyau énergétiquement excité (indiqué par une étoile *) émet spontanément un ou plusieurs photons de haute énergie (particules γ).

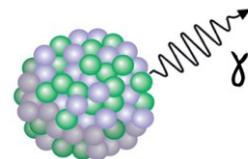
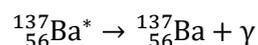
Équation de désintégration :



Ni le nombre de masse du noyau père ni son nombre de charge ne changent.

Cause : La radioactivité γ est un effet secondaire qui accompagne les désintégrations α ou β ou une réaction nucléaire provoquée. À l'issue d'un tel processus, un noyau se retrouve souvent dans un état excité et dissipe de l'énergie par rayonnement électromagnétique de haute fréquence.

Exemple :

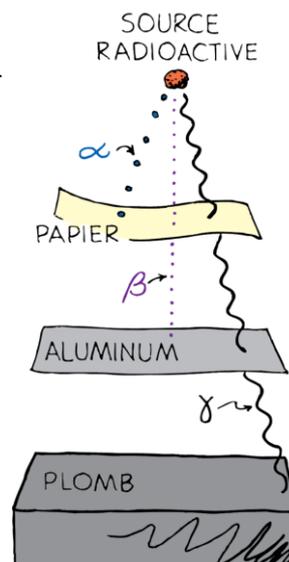


■ As-tu compris ?

10. Pourquoi les rayonnements α et β^- sont-ils déviés dans des sens opposés lorsqu'ils traversent un champ magnétique ? Pourquoi le rayonnement γ n'est-il pas dévié ?

3.4.4 Pénétrance

- Les particules α ont des vitesses faibles par rapport à la vitesse de la lumière. Elles sont peu pénétrantes et une feuille de papier suffit pour les arrêter.
- Le rayonnement β peut être bloqué par une feuille d'aluminium de quelques millimètres d'épaisseur.
- Le rayonnement γ est très pénétrant. Il peut traverser plusieurs décimètres de plomb, ou plusieurs mètres de béton.

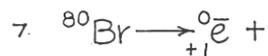
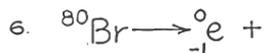
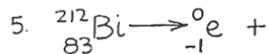
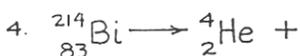
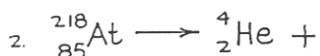


■ As-tu compris ?

11. Le gaz dans le ballon de la petite fille est constitué de particules α et β^- produites par des réactions de désintégration radioactive.
- Si le mélange est électriquement neutre, comparer le nombre de particules α et β^- dans le ballon.
 - Pourquoi ces particules α et β^- ne sont pas dangereuses pour l'enfant ?
 - Le mélange de ces particules α et β^- constitue quel élément ?



12. Compléter les réactions de désintégration suivantes :

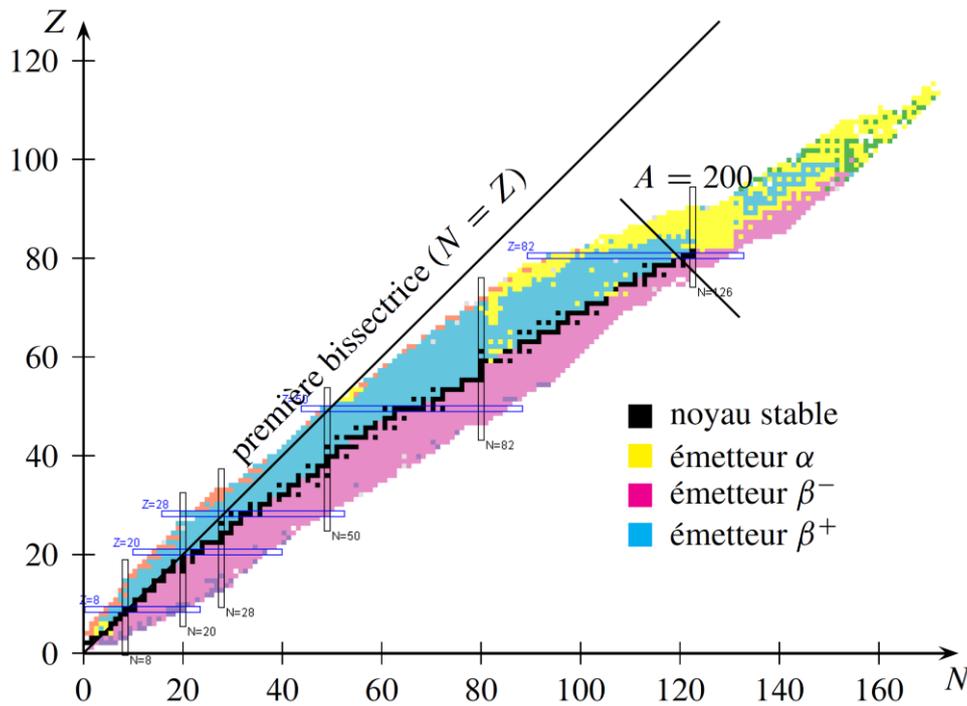


NUCLEAR PHYSICS... IT'S THE SAME TO ME WITH THE FIRST TWO LETTERS INTERCHANGED!



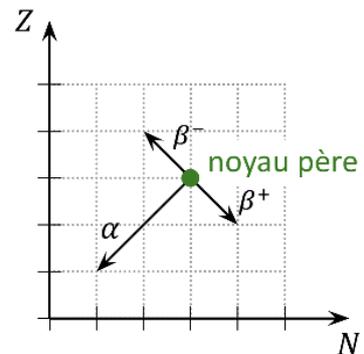
3.5 Table des nucléides

La table des nucléides est la représentation graphique de tous les nucléides stables et instables sous forme d'un diagramme $Z = f(N)$.



Discussion :

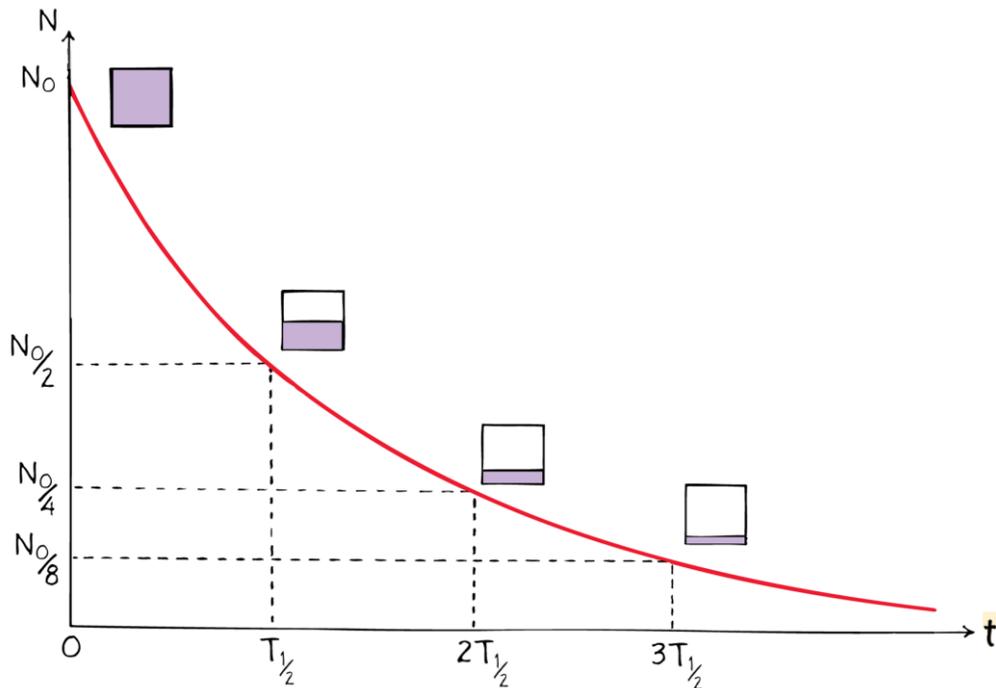
- Les noyaux stables sont répartis étroitement autour d'une courbe, que l'on appelle **courbe de stabilité**.
- Pour les noyaux stables avec $Z \leq 20$, le nombre de neutrons est environ égal au nombre de protons : $N \simeq Z$.
- Pour les noyaux avec $Z > 20$, le nombre de neutrons est plus grand que le nombre de protons. L'excès de neutrons assure que l'interaction forte attractive entre les nucléons domine l'interaction électrostatique répulsive entre protons. (Les neutrons, particules électriquement neutres, ne participent pas à l'interaction électrostatique.) Par conséquent, l'excès de neutrons doit augmenter avec le nombre de protons ce qui se traduit dans la représentation graphique par l'écart croissant entre les noyaux et la première bissectrice.
- Les noyaux émetteurs α sont en général des noyaux lourds ($A > 200$).
- Les noyaux émetteurs β^- se trouvent au-dessous de la courbe de stabilité.
- Les noyaux émetteurs β^+ se trouvent au-dessus de la courbe de stabilité.
- Les radionucléides se désintègrent tel que leur noyau fils est plus rapproché de la courbe de stabilité.



3.6 Décroissance radioactive

3.6.1 Courbe de décroissance et demi-vie

L'expérience montre que le nombre d'impulsions par unité de temps enregistrés par un détecteur (**taux de comptage**) dirigé sur une source radioactive diminue exponentiellement avec le temps. Il en est de même pour le nombre N de noyaux radioactifs présents dans la source, tel qu'illustré par la **courbe de décroissance** (N_0 : nombre initial de noyaux) :



La décroissance radioactive est caractérisée par un temps particulier :

La **demi-vie** (ou **période radioactive**) d'un radionucléide (symbole : $T_{1/2}$) est le temps au bout duquel la moitié des noyaux d'une population initiale s'est désintégrée.

Unité SI : $[T_{1/2}] = 1 \text{ s}$

La demi-vie est caractéristique du radionucléide. Les demi-vies des radionucléides couvrent une gamme très large de valeurs, allant d'environ 10^{-22} s (environ le temps que la lumière mettrait pour traverser une distance égale au diamètre d'un noyau atomique) à 10^{30} s (environ 1'000 milliards fois l'âge de l'Univers).

■ As-tu compris ?

13. Si un isotope radioactif a une demi-vie d'un an, quel pourcentage d'un échantillon initial de cet isotope restera-t-il après deux ans ?
14. L'actinium 225 a une demi-vie de 10 jours. Quel pourcentage du nombre initial de noyaux présents dans un échantillon de ce radionucléide en reste après 30 jours ?
A. 33,3% B. 30 % C. 50 % D. 25 % E. 12,5% F. 10%

3.6.2 Loi de décroissance radioactive

Considérons un échantillon comprenant N noyaux d'un radionucléide donné à l'instant t . Pendant un certain intervalle de temps dt , le nombre N de noyaux va diminuer de $-dN$ ($dN < 0$ car N diminue).

L'instant de la désintégration radioactive d'un noyau individuel est aléatoire. Cependant, elle est équiprobable à chaque instant. En notant λ la probabilité de désintégration par unité de temps, la probabilité qu'un noyau se désintègre dans l'intervalle de temps dt s'écrit⁵ :

$$\frac{-dN}{N} = \lambda dt$$

La constante λ est caractéristique du radionucléide. On l'appelle **constante radioactive** ou **constante de désintégration** du radionucléide.

Par intégration on obtient :

$$\int \frac{dN}{N} = -\lambda \int dt$$
$$\ln N = -\lambda t + C$$

La constante d'intégration C se détermine à partir des conditions initiales. Si, à l'instant $t = 0$, il y a N_0 noyaux radioactifs, alors :

$$\ln N_0 = C$$

Il vient :

$$\ln N - \ln N_0 = -\lambda t$$
$$\ln \frac{N}{N_0} = -\lambda t$$
$$\frac{N}{N_0} = e^{-\lambda t}$$

Finalement, la **loi de décroissance radioactive** s'écrit :

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t} \quad (3)$$

Le nombre de noyaux radioactifs diminue donc *exponentiellement* avec le temps.

Relation entre $T_{1/2}$ et λ

Après le temps $t = T_{1/2}$, le nombre initial N_0 de noyaux s'est réduit de moitié. D'après la loi de décroissance :

$$\frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda T_{1/2}} \quad | : N_0$$

En réarrangeant les termes et en prenant le logarithme naturel de chaque membre, il vient :

$$-\lambda T_{1/2} = \ln \frac{1}{2}$$

Finalement :

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} \quad (4)$$

⁵ $\frac{-dN}{N} = \frac{\text{nombre de cas favorables}}{\text{nombre de cas possibles}} = p$: application de la formule de Laplace pour la probabilité p d'un événement, valable dans le cas de l'équiprobabilité

■ As-tu compris ?

15. La demi-vie du radon 220 vaut 52 s. Avec quelle probabilité un noyau de ce radionucléide va-t-il se désintégrer dans la prochaine seconde⁶ ?
16. Montrer en partant de la relation (3), que la masse m d'un échantillon radioactif subit également une décroissance exponentielle au cours du temps selon l'équation :

$$m(t) = m_0 e^{-\lambda t}$$

où m_0 désigne la masse initiale de l'échantillon.

3.6.3 Activité

L'**activité** A d'une source radioactive est égale au nombre de noyaux qui se désintègrent par unité de temps :

$$A = -\frac{dN}{dt}$$

L'unité SI d'activité est le **becquerel** : 1 désintégration/s = 1 becquerel = 1 Bq

Par l'équation (3), on trouve :

$$A = \lambda N_0 e^{-\lambda t}$$

de sorte que l'activité s'écrit :

$$A = \lambda N = A_0 e^{-\lambda t}$$

où $A_0 = \lambda N_0$ désigne l'activité à l'instant $t = 0$.

De même que le nombre de noyaux radioactifs, l'activité suit une loi de décroissance exponentielle.

Le **taux de comptage** déterminé expérimentalement à l'aide d'un détecteur de radiation est approximativement proportionnel à l'activité⁷ et suit donc aussi une décroissance exponentielle.

■ As-tu compris

17. Montrer que l'activité d'un échantillon radioactif de masse m et de demi-vie $T_{1/2}$ peut s'écrire :

$$A = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \frac{m}{M(X)} N_A$$

où $M(X)$ désigne la masse molaire du radioisotope et N_A la constante d'Avogadro.

18. Comparer les activités d'un gramme de polonium 210 ($T_{1/2} = 138,4$ j) et d'un gramme d'uranium 238 ($T_{1/2} = 4,46 \cdot 10^9$ a). Conclure.

⁶ La valeur numérique de la constante de désintégration peut être supérieure à 1, selon l'unité de temps choisie. Une probabilité ne peut cependant pas être supérieure à 1. L'interprétation probabiliste de la valeur numérique de λ n'est correcte que si l'unité de temps choisie est beaucoup plus petite que la demi-vie.

⁷ Seulement une partie du rayonnement radioactif émis par la source est détectée par le détecteur pour des raisons géométriques (taille de la fenêtre d'entrée, distance du détecteur à la source) et de rendement (temps mort du détecteur). De plus, le bruit électronique et le bruit de fond naturel influencent la mesure.

3.7 Familles radioactives

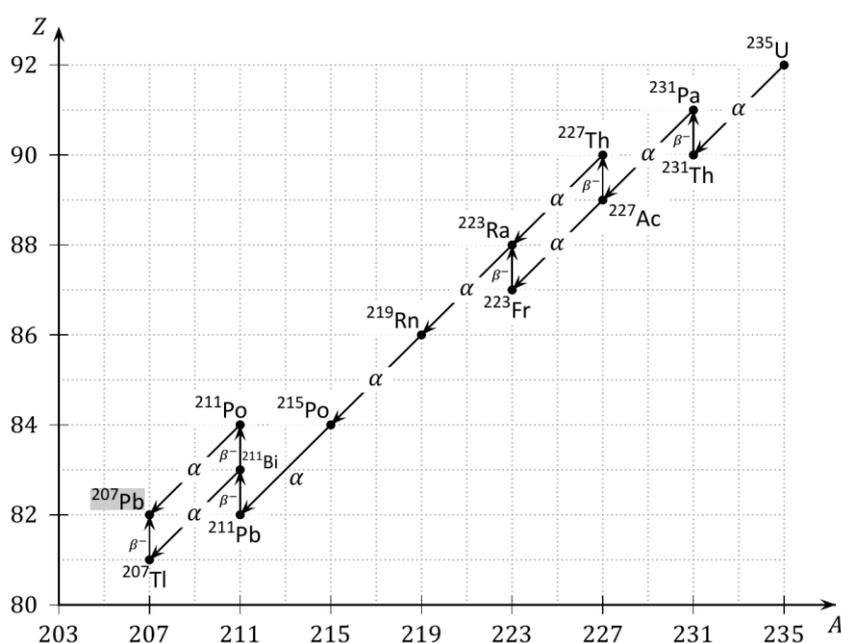
Souvent le noyau fils résultant d'une désintégration radioactive est lui-même radioactif. Des désintégrations radioactives se succèdent alors jusqu'à ce qu'un isotope stable soit atteint. La succession de ces désintégrations forme une **chaîne de désintégration**.

Puisque la désintégration α réduit le nombre de nucléons du noyau père de quatre unités, tandis que les autres modes de désintégrations principaux ne modifient pas ce nombre, tous les noyaux fils d'une chaîne de désintégration ont le même nombre de nucléons à un multiple entier n de 4 près.

Pour la radioactivité naturelle, on distingue ainsi quatre chaînes de désintégration principales ou **familles radioactives** selon que le nombre de masse des radionucléides de la famille respective est de la forme $4n$, $4n + 1$, $4n + 2$ ou $4n + 3$. Les familles radioactives sont nommées d'après leur premier terme. Parmi les membres d'une famille radioactive, le premier terme possède la plus grande demi-vie.

Nombre de masse A	Famille radioactive	Premier terme	Demi-vie	Dernier terme
$4n$	thorium	${}^{232}_{90}\text{Th}$	$1,39 \cdot 10^{10}$ a	${}^{208}_{82}\text{Pb}$
$4n + 1$	neptunium	${}^{237}_{93}\text{Np}$	$2,14 \cdot 10^6$ a	${}^{209}_{83}\text{Bi}$
$4n + 2$	uranium-radium	${}^{238}_{92}\text{U}$	$4,51 \cdot 10^9$ a	${}^{206}_{82}\text{Pb}$
$4n + 3$	uranium-actinium	${}^{235}_{92}\text{U}$	$0,71 \cdot 10^9$ a	${}^{207}_{82}\text{Pb}$

La chaîne du neptunium 237, qui aboutit au bismuth 209, a pratiquement disparu dans la Nature puisque sa demi-vie est environ 2'000 fois inférieure à l'âge de la Terre (4,57 milliards d'années). Les trois autres chaînes de désintégration ont entièrement survécu. Les premiers termes de ces familles, le thorium 232, l'uranium 238 et l'uranium 235, sont, en raison de leur longue demi-vie, toujours présents en Nature à l'état de traces. Les trois chaînes de désintégration du thorium et de l'uranium passent toutes par un radioisotope gazeux, le radon, et aboutissent toutes à un isotope stable du plomb.



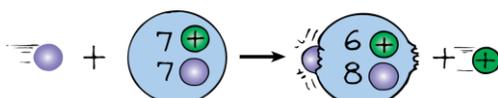
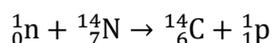
Chaîne de désintégration de l'uranium 235

3.8 Applications

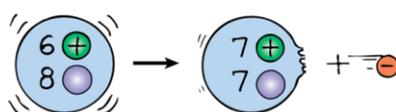
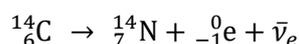
3.8.1 Datation radioactive

La **datation radioactive** est une technique qui permet de déterminer l'âge d'un échantillon radioactif à partir de l'évolution temporelle de son activité.

Une des variantes les plus connues est la **datation par le radiocarbone** (carbone 14) qui est basée sur les propriétés du radiocarbone, un isotope naturel radioactif du carbone. Le carbone 14 est continuellement formé dans la haute atmosphère dans des réactions nucléaires entre des atomes d'azote 14 et des neutrons générés par le rayonnement cosmique selon l'équation :



Le carbone 14 ainsi formé est radioactif (émetteur β^-) avec une demi-vie de 5730 a. Il se désintègre selon la réaction suivante :



Le carbone 14 a les mêmes propriétés chimiques que le carbone 12 non radioactif, puisqu'il s'agit d'isotopes d'un même élément. Le carbone 14 peut ainsi se lier au dioxygène de l'atmosphère pour former du dioxyde de carbone. Les organismes vivants échangent constamment du CO_2 avec leur environnement, de sorte qu'ils contiennent des atomes de carbone 14 et de carbone 12 dans le même rapport que l'atmosphère (approximativement 1 atome de carbone 14 pour 1000 milliards d'atomes de carbone 12). Une fois qu'un organisme meurt, il cesse d'échanger du CO_2 avec son environnement. Le pourcentage en carbone 14 commence alors à décroître. En déterminant les quantités de carbone 14 et de carbone 12 présents dans un échantillon provenant de l'organisme, on peut obtenir le temps depuis sa mort à l'aide de la loi de la décroissance radioactive.



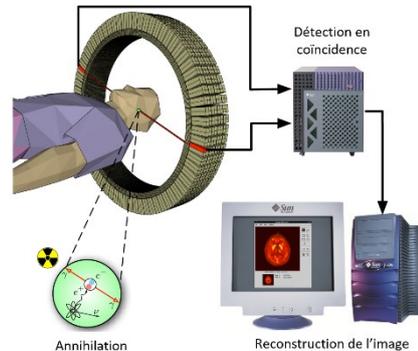
La datation par le radiocarbone permet de déterminer l'âge de matière organique jusqu'à environ 50'000 ans.

■ As-tu compris ?

19. Un archéologue extrait un gramme de carbone d'un ancien manche de hache et mesure que son activité radioactive vaut un quart de l'activité d'un gramme de carbone extrait d'une branche d'arbre fraîchement coupée. Quel est l'âge approximatif du manche de la hache ?

3.8.2 Imagerie médicale

La **tomographie par émission de positrons** (TEP) est une méthode d'imagerie médicale où on détecte les rayonnements émis par un produit radioactif, injecté au préalable. Le produit radioactif, appelé **traceur**, est constitué de substances normalement utilisées par le corps (p.ex. glucose) qui sont marquées avec un émetteur β^+ de courte demi-vie (p.ex. fluor 18). Le traceur s'accumulera en plus ou moins une heure aux endroits à haute activité métabolique, souvent caractéristique d'une maladie (p.ex. cellules cancéreuses). Lorsqu'un atome du **marqueur** se désintègre, le positron émis s'annihile avec un électron de l'entourage immédiat produisant une paire de photons qui partent dans des sens diamétralement opposés. Les capteurs de la caméra TEP détectent les photons en coïncidence ce qui permet de déterminer la ligne sur laquelle se trouve le centre d'émission. Les données des capteurs sont traitées par un ordinateur qui visualise l'activité métabolique ou biochimique de l'organe.



La **scintigraphie** est une méthode d'imagerie médicale similaire à la TEP, où le patient reçoit un traceur marqué avec un émetteur γ (p.ex. technétium 99m). Le rayonnement émis est détecté par une caméra gamma qui produit des images visualisant le fonctionnement de l'organe ou de la cible à examiner.

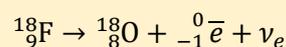
Exercice résolu

Le fluor 18 est un émetteur β^+ de demi-vie 109,8 min utilisé comme marqueur pour la tomographie par émission de positrons (TEP). Pour réaliser un scan TEP, on injecte à un patient un traceur marquée au fluor 18 d'activité initiale 300 MBq.

- Écrire l'équation de désintégration du fluor 18.
- Calculer le nombre de noyaux radioactifs initialement présents dans le traceur.
- Calculer le temps au bout duquel l'activité a diminué de 90%.

Solution

- Équation de désintégration :



- Nombre de noyaux initiaux :

$$N_0 = \frac{A_0}{\lambda} = \frac{A_0}{\ln 2} T_{1/2}$$

$$\text{A.N. : } N_0 = \frac{300 \cdot 10^6}{\ln 2} \cdot 109,8 \cdot 60 = 2,85 \cdot 10^{12}$$

- Temps nécessaire :

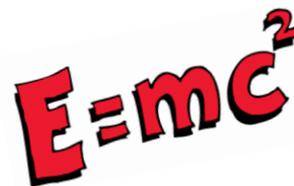
$$\begin{aligned} A &= A_0 e^{-\lambda t} \\ -\lambda t &= \ln \frac{A}{A_0} \\ t &= -\frac{\ln \frac{A}{A_0}}{\ln 2} T_{1/2} \end{aligned}$$

$$\text{A.N. : } t = -\frac{\ln 0,10}{\ln 2} \cdot 109,8 \text{ min} = 364,7 \text{ min} \simeq 6 \text{ h}$$

4 Bilan énergétique des réactions nucléaires

Puisque des liaisons nucléaires sont modifiées au cours d'une réaction nucléaire, l'énergie au repos E_0 des noyaux y est modifiée. D'après le principe de la conservation de l'énergie, l'énergie échangée au cours d'une réaction nucléaire avec le milieu extérieur s'écrit :

$$\begin{aligned} Q &= E_0(\text{réactifs}) - E_0(\text{produits}) \\ &= (m_{\text{réactifs}} - m_{\text{produits}}) c^2 \end{aligned}$$

A stylized graphic of the equation E=mc^2 in red, slanted, with a white shadow effect.

Exemples :

- Désintégration α du radium 226 (équation (1))⁸ :

$$\begin{aligned} Q &= (m_{\text{réactifs}} - m_{\text{produits}}) c^2 \\ &= (m_{\text{Ra}} - m_{\text{Rn}} - m_{\alpha}) c^2 \\ &= (225,97713 \text{ u} - 221,97040 \text{ u} - 4,00150 \text{ u}) c^2 \\ &= 0,00523 \text{ u } c^2 \\ &= 0,00523 \cdot 931,49 \text{ MeV} \\ &= 4,87 \text{ MeV} > 0 \end{aligned}$$

La réaction est **exoénergétique**, c'est-à-dire qu'elle libère de l'énergie. On assiste à une *diminution de la masse au repos totale*. L'énergie est libérée sous forme d'énergie cinétique des produits ou sous forme d'énergie d'excitation des produits.

- Transmutation de l'azote 14 selon l'équation (2) :

$$\begin{aligned} Q &= (m_{\text{réactifs}} - m_{\text{produits}}) c^2 \\ &= (m_{\text{He}} + m_{\text{N}} - m_{\text{O}} - m_{\text{H}}) c^2 \\ &= (4,00150 \text{ u} + 14,00307 \text{ u} - 16,99913 \text{ u} - 1,0078 \text{ u}) c^2 \\ &= -0,00236 \text{ u } c^2 \\ &= -0,0023 \cdot 931,49 \text{ MeV} \\ &= -2,20 \text{ MeV} < 0 \end{aligned}$$

La réaction nucléaire est dite **endoénergétique**, c'est-à-dire qu'une l'énergie minimale doit être investie pour l'initier (ici 2,20 MeV). On assiste à une *augmentation de la masse au repos totale*.

Remarque :

Dans le cas d'une réaction nucléaire où chaque nucléon garde son identité, les nombres totaux de protons et de neutrons sont conservés séparément. Les énergies au repos totaux des réactifs et des produits ne se distinguent alors que par l'énergie de liaison nucléaire. On obtient :

$$Q = E_{\ell}(\text{produits}) - E_{\ell}(\text{réactifs})$$

La réaction nucléaire libère donc de l'énergie, si les produits sont en moyenne plus stables que les réactifs.

⁸ Le calcul a été fait en utilisant la masse des noyaux. L'énergie de liaison des électrons peut être négligée puisqu'elle n'apparaîtrait qu'en tant que différence très petite dans le calcul. En règle générale, si le nombre d'électrons liés à l'état final est égal à celui à l'état initial, ce qui est le cas pour de nombreuses réactions nucléaires, le calcul de l'énergie libérée fournit le même résultat, si on calcule avec la masse de noyaux ou avec la masse des atomes.

5 Fission nucléaire

La fission nucléaire fut découverte en 1938 par Otto Hahn et Fritz Straßmann lorsqu'ils essayaient de produire de nouveaux éléments en bombardant de l'uranium avec des neutrons. À leur grande surprise, ils découvraient du baryum parmi les produits. Cela ne pouvait que signifier que des noyaux d'uranium s'étaient brisés.

5.1 Définition

La **fission nucléaire** est la cassure d'un noyau lourd en deux (rarement trois) noyaux plus légers.

On distingue :

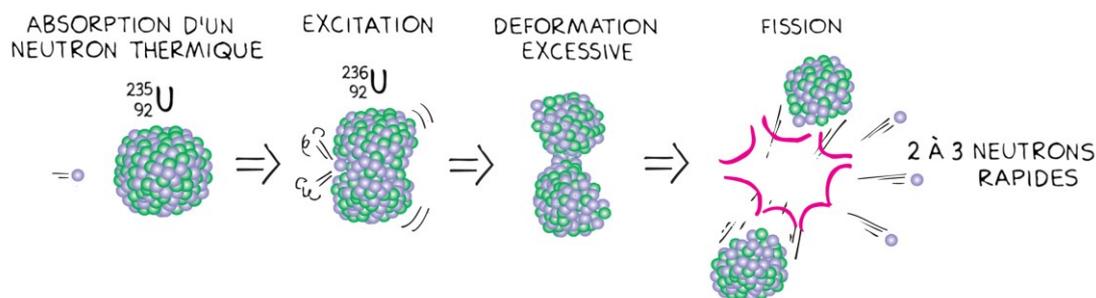
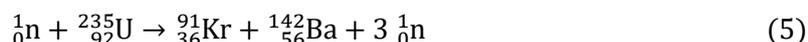
- la **fission spontanée** où la fission se fait naturellement ; c'est un type de radioactivité rare.
- la **fission induite** où la fission est provoquée par le bombardement de noyaux lourds par des particules ; elle est utilisée pour produire de l'énergie nucléaire et dans les bombes atomiques.

5.2 Principe de la fission induite

Afin de provoquer une fission, on utilise surtout des neutrons car ces particules électriquement neutres peuvent pénétrer le noyau déjà à faible énergie. L'absorption du neutron conduit à la formation d'un noyau composé qui commence à osciller. Le noyau atteint aussitôt la forme d'un haltère, permettant à l'interaction électrique répulsive entre les deux parties de l'haltère de l'emporter sur l'interaction forte attractive de courte portée. Le noyau se désintègre alors en deux fragments en émettant quelques neutrons.

5.3 Exemple de la fission induite de l'uranium 235

La fission de l'uranium 235 peut être provoquée très efficacement à l'aide de neutrons lents (« **neutrons thermiques**⁹ »). Une réaction typique de fission est :



■ As-tu compris ?

20. Compléter les réactions de fission suivantes en précisant les lois de conservation utilisées :

- ${}_0^1\text{n} + {}_{92}^{235}\text{U} \rightarrow {}_{35}^{85}\text{Br} + {}_{57}^{148}\text{La} + \dots {}_0^1\text{n}$
- ${}_0^1\text{n} + {}_{92}^{235}\text{U} \rightarrow \dots + {}_{54}^{140}\text{Xe} + 2 {}_0^1\text{n}$
- ${}_0^1\text{n} + {}_{94}^{239}\text{Pu} \rightarrow {}_{40}^{97}\text{Zr} + \dots + 4 {}_0^1\text{n}$

⁹ Les neutrons lents sont appelés neutrons thermiques car leur énergie cinétique est comparable à l'énergie cinétique qu'ils auraient dû à l'agitation thermique à température ordinaire.

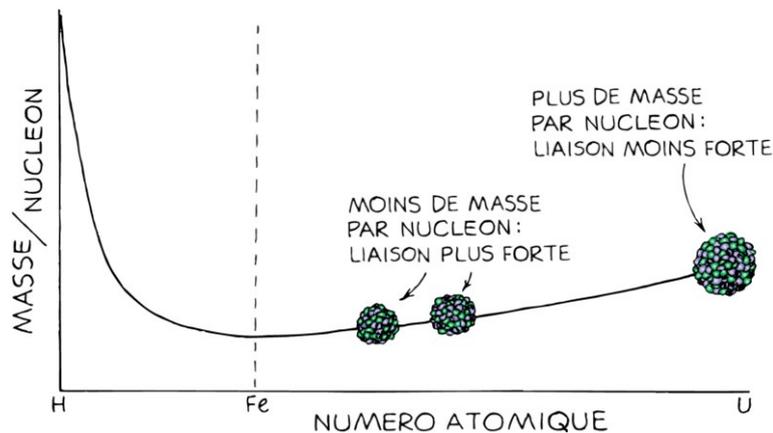
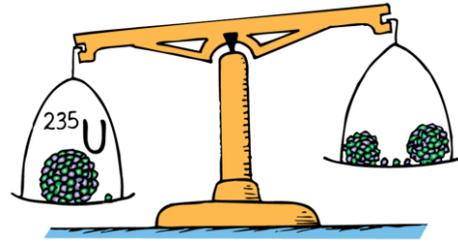
5.4 Énergie libérée par la fission

Données :

$$m_{235}^{92}\text{U} = 234,99345 \text{ u} ; m_{91}^{36}\text{Kr} = 90,90369 \text{ u}$$

$$m_{142}^{56}\text{Ba} = 141,88573 \text{ u} ; m_n = 1,00866 \text{ u}$$

La masse au repos totale des réactifs de la réaction de fission (5) est sensiblement plus grande que celle des produits. Cette réaction de fission est fortement **exoénergétique** ($Q > 0$).



L'énergie libérée lors de la réaction (5) vaut :

$$\begin{aligned} Q &= (m_{\text{réactifs}} - m_{\text{produits}}) c^2 \\ &= (m_n + m_{\text{U}} - m_{\text{Kr}} - m_{\text{Ba}} - 3 m_n) c^2 \\ &= (1,00866 + 234,99345 - 90,90369 - 141,88573 - 3 \cdot 1,00866) \text{ u } c^2 \\ &= 0,1867 \cdot 931,49 \text{ MeV} \\ &= 173,9 \text{ MeV} \end{aligned}$$

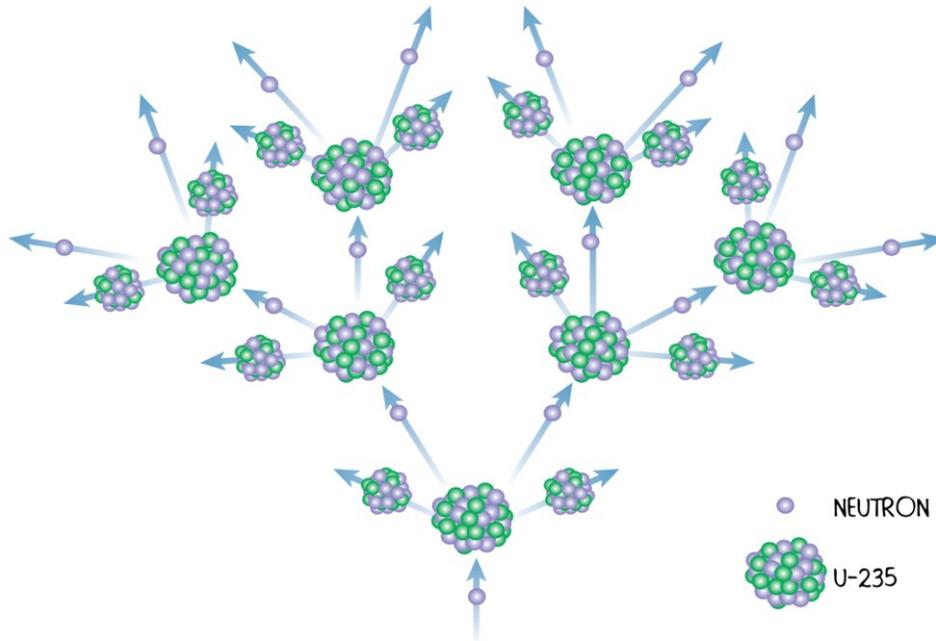
L'énergie libérée lors de cette réaction de fission nucléaire est de millions de fois plus grande que celle qui est libérée lors d'une réaction chimique. À titre de comparaison : lors d'une explosion de TNT, l'énergie libérée par molécule vaut 25 eV. La fission d'1 g d'uranium libère la même quantité d'énergie que la combustion de 1,8 tonnes de pétrole !

■ As-tu compris ?

21. Un noyau de deutérium est divisé en un proton et un neutron. Cette réaction est-elle exo- ou endoénergétique ? Justifier.
22. Si un noyau de fer se divisait en deux, ses fragments de fission auraient...
 - A. moins de masse par nucléon.
 - B. plus de masse par nucléon.
 - C. la même masse par nucléon.
23. Calculer l'énergie libérée par la réaction de fission a de l'exercice 20 p.19.
Indications : $m_{85}^{35}\text{Br} = 84,89641 \text{ u}$, $m_{148}^{57}\text{La} = 147,90092 \text{ u}$

5.5 Réaction en chaîne

La fission provoquée d'un atome d'uranium 235 consomme un neutron thermique et produit 2 à 3 neutrons rapides. Les neutrons libérés peuvent à leur tour provoquer les fissions d'autres atomes d'uranium, et ce plus efficacement s'ils sont freinés à de faibles vitesses. De cette manière une fission en engendre d'autres. C'est le **principe de la réaction en chaîne**.



Soit k le **facteur de multiplication de neutrons**, c.-à-d. le nombre moyen de neutrons issus d'une fission qui engendrent une nouvelle fission. Trois cas peuvent se présenter :

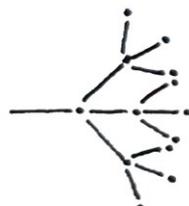
- Si $k > 1$, la réaction en chaîne n'est pas contrôlée. Le nombre total de fissions augmente exponentiellement au cours du temps. (cas de la bombe atomique)
- Si $k = 1$, la réaction en chaîne est contrôlée. Le nombre total de fissions reste constant au cours du temps. (cas de la centrale nucléaire)
- Si $k < 1$, la réaction en chaîne s'éteint.

■ As-tu compris

24. Compléter les tableaux en indiquant le nombre de fissions pour chaque génération.



GENERATION	1	2	3	4	5	6	7
NO. DE FISSIONS	1						



GENERATION	1	2	3	4	5	6	7
NO. DE FISSIONS	1						

6 Fusion nucléaire

En 1920, l'astrophysicien Arthur Eddington fut le premier à suggérer que les étoiles tiraient leur énergie énorme de la fusion de l'hydrogène en hélium.

Quand Ernest Rutherford, Marcus Oliphant et Paul Harteck ont mené des expériences en 1934, ils ont été "surpris de constater qu'en bombardant de l'hydrogène lourd [isotope ${}^2_1\text{H}$, encore appelé deutérium] avec des diplons [noyaux ${}^2_1\text{H}$, appelés aujourd'hui deutérons], un effet énorme était produit". Ils venaient de réaliser la première réaction de fusion artificiel de l'hydrogène en hélium et de découvrir de surcroît le tritium [isotope ${}^3_1\text{H}$] et l'hélium 3.

6.1 Définition

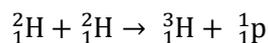
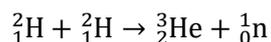
La **fusion nucléaire** est la réunion de deux noyaux légers pour former un noyau plus lourd.

6.2 Principe de la fusion

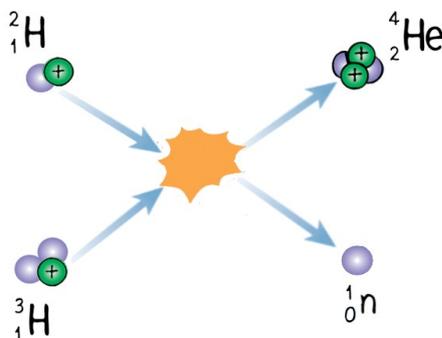
Pour que deux noyaux atomiques puissent fusionner, il faut qu'ils se rapprochent de si près que l'interaction forte attractive de courte portée l'emporte sur l'interaction électrique répulsive entre les noyaux de charge positive. En pratique, ce rapprochement peut se faire lorsque des noyaux qui possèdent une grande énergie cinétique (plusieurs MeV) entrent en collision. En petit nombre, des collisions de haute énergie peuvent être réalisées dans des accélérateurs de particules. Par contre, elles se produisent en grand nombre lorsque la matière se trouve à de très hautes températures, comme dans le cœur d'une étoile (environ 10 millions de degrés Celsius). À de telles températures, les noyaux atomiques sont séparés de leurs électrons ; ils forment un état de matière appelé **plasma**. Dans le plasma chaud, les noyaux atomiques atteignent, dû à leur agitation thermique importante, les énergies cinétiques nécessaires pour surmonter leur répulsion électrique (« fusion thermonucléaire »).

6.3 Exemples de réactions de fusion

Les réactions de fusion découvertes par Rutherford et autres en 1934 s'écrivent :



Autre exemple typique :

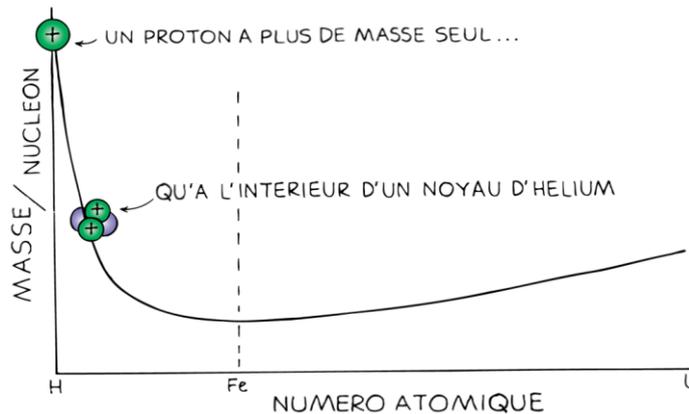


6.4 Énergie libérée par la fusion

Données :

$$m_{2\text{H}} = 2,01355 \text{ u}, m_{3\text{H}} = 3,01550 \text{ u}, \\ m_{\alpha} = 4,00150 \text{ u}, m_{\text{n}} = 1,00866 \text{ u}$$

La masse au repos totale des réactifs de la réaction de fusion nucléaire (6) est sensiblement plus grande que celle des produits. La diminution de la masse au repos se traduit par une importante libération d'énergie. Cette réaction de fusion est fortement **exoénergétique** ($Q > 0$).



L'énergie libérée lors de la réaction (6) vaut :

$$Q = (m_{\text{réactifs}} - m_{\text{produits}}) c^2 \\ = (m_{3\text{H}} + m_{2\text{H}} - m_{\alpha} - m_{\text{n}}) c^2 \\ = (3,01550 + 2,01355 - 4,00150 - 1,00866) \text{ u } c^2 \\ = 0,0189 \cdot 931,49 \text{ MeV} \\ = 17,6 \text{ MeV}$$

C'est la **fusion de l'hydrogène en hélium** qui est à l'origine de l'énergie solaire. Le noyau du **Soleil** (diamètre 200 000 km) est un énorme réacteur thermonucléaire dont la température interne dépasse 10^7 K. La suite des réactions nucléaires qui s'y déroulent est complexe. Globalement, 4 protons fusionnent en un noyau d'He avec éjection de 2 positrons et de 2 neutrinos ; des rayonnements γ sont également produits. Le Soleil, né il y a 4,57 milliards d'année, aura épuisé tout son combustible (l'hydrogène) dans environ 8 milliards d'années. Sous l'effet de la gravitation, son cœur s'effondrera et le Soleil deviendra alors une **naine blanche**, ceinturée d'une immense **nébuleuse planétaire**. Ce sera la fin de notre système solaire. Des simulations indiquent que notre planète disparaîtra déjà beaucoup plus tôt, avec les planètes intérieures Mercure et Vénus, toutes les trois vaporisées par le Soleil. L'énergie que rayonnent les innombrables autres étoiles trouve son origine, comme pour le Soleil, dans des réactions thermonucléaires.

■ As-tu compris ?

25. Quelle réaction libérerait de l'énergie à partir d'un noyau d'or : la fission ou la fusion ?
26. Même question pour un noyau de carbone.

7 Pour en savoir plus

7.1 Réacteur de fission

7.1.1 Le combustible nucléaire

Afin de pouvoir entretenir une réaction en chaîne contrôlée, le **combustible nucléaire** doit contenir des **nucléides fissiles**, c.-à-d. des nucléides susceptibles de subir une fission induite par neutrons thermiques. Parmi les nucléides fissiles les plus importants, on compte l'uranium 235, qui est le seul nucléide fissile naturel, et le plutonium 239.

Les réacteurs industriels utilisent le plus souvent comme combustible du dioxyde d'uranium, enrichi en quelques pourcents d'uranium 235, ou du dioxyde de plutonium. La matière fissile est empilée sous forme de pastilles dans des tubes métalliques de quelques mètres de longueur (voir photo ci-contre). Quelques centaines de ces tubes combustibles forment un **assemblage combustible**. Quelques centaines d'assemblages combustibles sont chargés dans le cœur du réacteur.



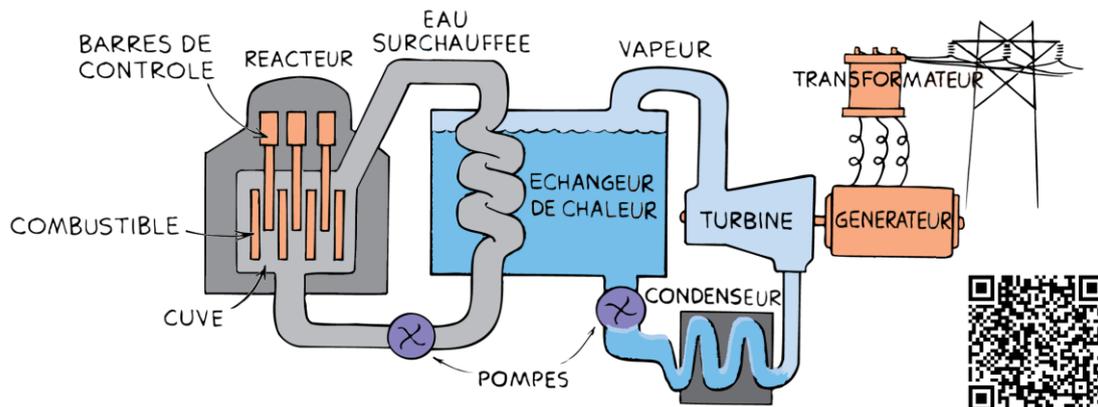
Assemblage combustible pour un réacteur de fission à eau pressurisée

7.1.2 Exemple du réacteur à eau pressurisée (type Cattenom)

Le réacteur à eau pressurisée est le type de réacteur le plus répandue dans le monde. Il comprend trois circuits indépendants :

- Le **circuit primaire** fermé : Les assemblages combustibles sont immergés dans de l'eau dans une **cuve** en acier qui contient le **cœur du réacteur**. La fonction de l'eau est double. D'une part, elle permet d'évacuer la chaleur dégagée par les réactions nucléaires qui se poursuivent au sein des assemblages combustibles : elle joue le rôle de **fluide caloporteur**. En refroidissant les assemblages combustibles, l'eau s'échauffe jusqu'à 320 °C. L'eau reste liquide à ces températures, car elle se trouve sous haute pression (ca. 150 bar). Ainsi l'eau ne peut s'évaporer. D'autre part, l'eau joue le rôle de **modérateur**. Elle freine les neutrons rapides issus des fissions à des faibles vitesses pour qu'ils puissent provoquer de nouvelles réactions de fission. L'eau chaude du circuit primaire est pompée dans un échangeur de chaleur (générateur de vapeur), puis elle revient vers le réacteur. Le nombre de neutrons disponibles est ajusté à l'aide de **barres de contrôle**. Il s'agit de barres constituées de matériaux « capteurs » de neutrons (cadmium, bore ou baryum) que l'on enfonce plus ou moins loin dans le cœur du réacteur.

- Le **circuit secondaire** fermé : Dans l'**échangeur de chaleur**, l'eau du circuit secondaire s'évapore. La vapeur d'eau fait tourner la turbine, dont l'axe est solidaire du rotor de l'alternateur. Il y a production d'électricité. La vapeur d'eau est ensuite refroidie dans le **condenseur** et pompée dans l'échangeur de chaleur.
- Le **circuit de refroidissement** semi-ouvert : Le circuit de refroidissement utilise en général l'eau de mer ou de rivière et peut comprendre une **tour de refroidissement** à l'intérieur de laquelle l'eau chaude provenant du condenseur est pulvérisée dans un flux d'air.



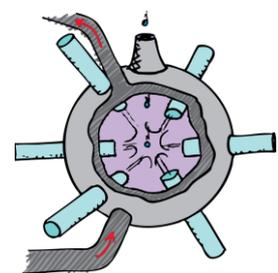
7.2 Réacteur de fusion

Le Soleil, à l'instar de toutes les étoiles, est un réacteur de fusion naturel servant d'exemple type pour la réalisation de réacteurs de fusion artificiels.

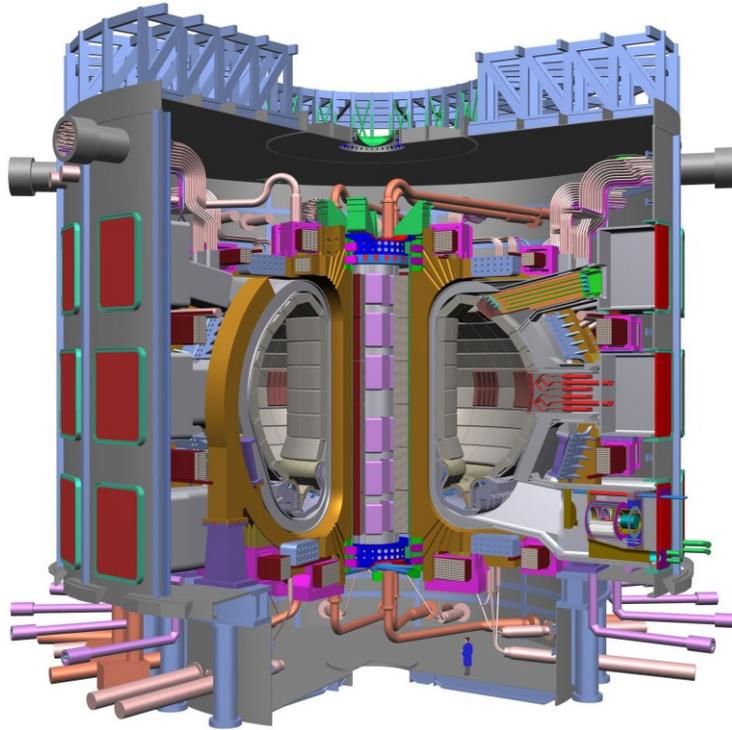
Pour initier la fusion dans un réacteur, il faut chauffer la matière à des températures de l'ordre de plusieurs 100 millions de degrés Celsius ; la matière est alors à l'état de plasma. Mais comment confiner un plasma tellement chaud ?

Il existe deux approches différentes :

- Dans la technique du **confinement magnétique**, un plasma de deutérium et de tritium est contrôlé à l'aide de champs magnétiques dans un réacteur immense, appelé **tokamak**. Cette technique est par exemple employée par le projet ITER (*International Thermonuclear Experimental Reactor*), le réacteur de fusion le plus grand du monde qui est actuellement en construction à proximité de Cadarache (Sud de France).
- Dans la technique du **confinement inertiel**, le plasma est contrôlé en envoyant des impulsions de laser puissantes sur des petites pastilles (diamètre inférieure à 1 mm) contenant le combustible (mélange deutérium-tritium). C'est la technique qui est par exemple utilisé par le *National Ignition Facility* (NIF) situé à Livermore en Californie.



Plusieurs réacteurs de fusion expérimentaux ont déjà été réalisés. L'énergie fournie à ces réacteurs pour déclencher les réactions de fusion a malheureusement, à ce stade, toujours dépassé l'énergie produite. Ce n'est cependant qu'une question de temps avant qu'on ne succède à domestiquer l'énergie des étoiles.



Vue en coupe du tokamak ITER (International Thermonuclear Experimental Reactor)

7.3 Bombes nucléaires

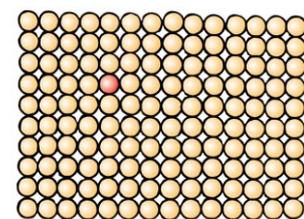
Au début de la Seconde guerre mondiale, Albert Einstein écrit une lettre d'avertissement urgente au président des États-Unis Theodore Roosevelt :

[...] Il pourrait devenir possible de mettre en place une réaction nucléaire en chaîne dans une grande masse d'uranium, par laquelle de vastes quantités d'énergie et de grandes quantités de nouveaux éléments semblables au radium seraient générées. Maintenant, il semble presque certain que cela pourrait être réalisé dans un avenir immédiat. Ce nouveau phénomène conduirait également à la construction de bombes, et il est concevable - quoique beaucoup moins certain - que des bombes extrêmement puissantes d'un nouveau type soient ainsi construites. [...]

Il existe deux types principaux de **bombes nucléaires** :

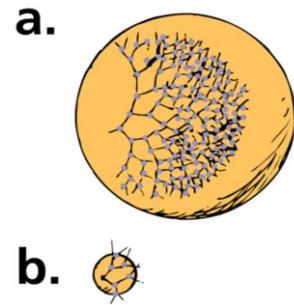
- la **bombe atomique** ou bombe à fission dont le principe de fonctionnement est basé sur une réaction en chaîne incontrôlée de fission d'isotopes fissiles, les plus souvent utilisés étant l'uranium 235 et plutonium 239.
- la **bombe thermonucléaire** ou bombe H où une bombe à fission fournit l'énergie thermique nécessaire pour déclencher la fusion d'un mélange de deutérium et de tritium.

Une réaction en chaîne n'a pas lieu dans un échantillon d'uranium naturel dans de la roche. C'est surtout l'isotope rare U-235 qui est susceptible de subir une fission nucléaire. Or, seulement 0,7% (1 sur 140 noyaux) d'uranium est du U-235. L'isotope plus fréquent, l'U-238 n'est pas fissile. Toute réaction en chaîne est arrêtée par l'absorption des neutrons par l'U-238.



● U 235 ● U 238

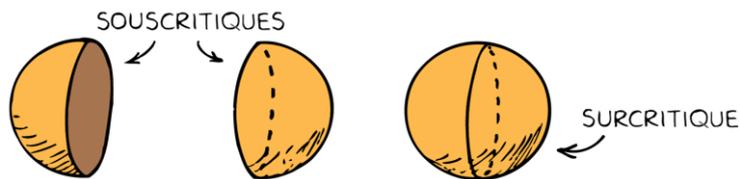
- a. Une réaction en chaîne qui se déclenche dans un morceau d'U-235 pur de la taille d'un ballon de handball, engendre une explosion dévastatrice.
- b. Cependant, dans un morceau d'U-235 plus petit, aucune explosion n'a lieu. En effet, un neutron émis lors d'une fission nucléaire parcourt une certaine distance moyenne avant de rencontrer un autre noyau d'uranium. Si la taille du morceau d'uranium est trop petite, un neutron va probablement s'évader à travers la surface du morceau avant de rencontrer un autre noyau. En moyenne, moins d'un neutron par fission va être en mesure de déclencher une autre fission et la réaction en chaîne s'arrête.



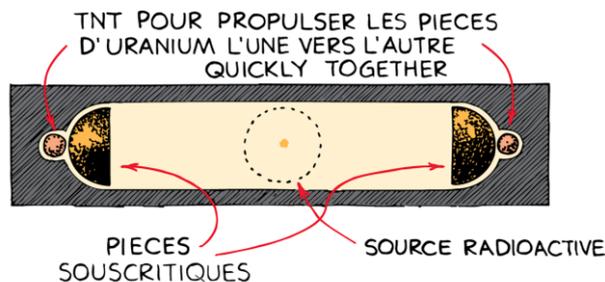
La **masse critique** est la quantité de masse pour laquelle chaque fission produit, en moyenne, une fission supplémentaire.

- Pour une **masse souscritique**, la réaction en chaîne va s'arrêter.
- Pour une **masse surcritique**, la réaction en chaîne va augmenter de manière exponentielle.

Deux morceaux d'U-235 pur sont stables si chacune d'entre elles est souscritique. Si les morceaux sont assemblés, leur masse combinée peut être surcritique.



Voici un schéma simplifié d'une bombe atomique :



Une difficulté majeure consiste à séparer assez d'U-235 du plus abondant U-238. Il a fallu plus de deux ans pour extraire assez d'U-235 pour fabriquer la bombe atomique qui a détoné au-dessus de Hiroshima en 1945. La séparation des isotopes d'uranium reste un procédé compliqué et cher de nos jours.

Pour entretenir une réaction en chaîne dans l'uranium, l'échantillon doit contenir un pourcentage plus grand d'U-235 que le pourcentage naturel de 0,7%. Puisque les atomes U-235 et U-238 sont identiques d'un point de vue chimique, ils ne peuvent pas être séparés par voie chimique. On doit donc recourir à des méthodes de séparation physiques (diffusion gazeuse ou centrifuge de gaz) qui utilisent la différence de masse des deux isotopes dans les molécules du gaz hexafluorure d'uranium UF_6 . L'**enrichissement de l'uranium** en U-235 doit atteindre une valeur critique pour que l'uranium puisse être utilisé dans une centrale nucléaire (3%) ou dans une bombe atomique (>90%).

8 Exercices

1. Donner le nombre de neutrons et de protons pour chacun des noyaux atomiques suivants :



2. Écrire les équations de désintégration des radionucléides suivants :



c. phosphore 30 en silicium 30

d. désintégration β^- du potassium 40

3. Vrai ou faux ? Justifier.

Lors de toute désintégration radioactive, le noyau père et le noyau fils correspondent à des éléments chimiques différents.

4. Si la masse d'un certain échantillon radioactif diminue de la moitié en quatre semaines, alors après les quatre semaines suivantes la masse restante est...

A. nulle

B. $\frac{1}{4}$ de la masse initiale

C. $\frac{1}{8}$ de la masse initiale

5. Le nucléide ${}^{20}_{10}\text{Ne}$ possède une énergie de liaison moyenne par nucléon d'environ 8 MeV. Quelle est l'énergie minimale nécessaire pour séparer un noyau de ce nucléide en ses nucléons ?

A. 8 MeV

B. 80 MeV

C. 160 MeV

D. 240 MeV

6. Montrer, en combinant les relations (3) et (4), que la loi de décroissance radioactive peut aussi s'écrire :

$$N = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T_{1/2}}}$$

En déduire le rapport entre N et N_0 après une durée de n demi-vies.

7. Dans la famille radioactive de l'uranium, on rencontre le nucléide ${}^{218}_{84}\text{Po}$ qui par deux désintégrations successives, la première de type α , la seconde du type β^- , devient un isotope de bismuth.

a. Écrire les équations traduisant les deux désintégrations.

b. On observe que la deuxième désintégration s'accompagne d'une autre émission dangereuse pour l'organisme humain. Préciser de quelle émission il s'agit et indiquer brièvement sa cause.

8. Le radium 226 est un isotope commun sur Terre et a une demi-vie d'environ 1600 ans. Étant donné que la Terre a environ 5 milliards d'années, pourquoi reste-t-il du radium ?

9. Le carbone 14, émetteur β^- , de demi-vie 5730 ans, apparaît dans la haute atmosphère à la suite du choc de neutrons sur les atomes d'azote 14.
- Écrire le bilan de la réaction de la formation de carbone 14.
 - Pour connaître l'époque à laquelle vécurent les humains préhistoriques dans la caverne de Lascaux, on mesure la radioactivité d'un échantillon de charbon de bois enfoui dans le sol de la grotte. Le nombre de désintégration n'est plus que 1,6 par minute alors qu'il serait 11,5 par minute pour un échantillon de charbon de bois « actuel » de même masse. Combien de temps s'est-il écoulé, depuis le dernier feu, dans la grotte de Lascaux ?
10. Le polonium 210, noyau instable, subit une désintégration α en donnant un noyau stable.
- Écrire l'équation bilan de la désintégration en précisant les nombres de masse et de charge.
 - Calculer l'énergie libérée lors de la désintégration d'un noyau de polonium sachant que les masses des noyaux père et fils sont respectivement égales à 209,9146 u et 205,9077 u.
 - Que signifie l'affirmation « la demi-vie du nucléide polonium 210 est de 138 jours » ?
 - Calculer la masse de polonium 210 restant au bout de 414 jours dans un échantillon qui en contenait initialement 20 g.
11. Le 24 janvier 2016, un laboratoire de physique nucléaire a reçu une source radioactive de cobalt 60, émetteur β^- ayant une activité à cette date de 50,19 MBq. La demi-vie de cet isotope du cobalt est de 5,271 années. Le noyau fils est émis dans un état excité.
- Écrire les équations des transformations nucléaires.
 - Calculer la masse du cobalt contenue dans la source à la date de l'achat. La masse d'un atome de cobalt est 59,93 u.
 - Calculer l'activité de la source le 24 janvier 2023.
 - Donner la date à laquelle l'activité n'est plus que 12,5% de l'activité initiale.
12. La sonde spatiale New Horizons a été lancée par la NASA en 2006 pour étudier la planète naine Pluton. La sonde utilise un générateur à radioisotope comme source d'énergie. Le générateur renferme un échantillon de plutonium 238 qui avait une activité de $4,939 \cdot 10^{15}$ Bq à la date du lancement. Le plutonium 238 se désintègre en uranium 234 et possède une demi-vie de 87,74 ans. Dans la suite on négligera le fait que l'uranium 234 se désintègre aussi.
- Écrire l'équation de désintégration du plutonium 238
 - Calculer l'énergie libérée lors d'une désintégration d'un noyau de plutonium 238, puis la puissance fournie par le générateur à la date de fabrication. On indique que les masses des noyaux de plutonium 238 et d'uranium 234 sont respectivement égales à 237,9980 u et 233,9905 u.
 - Sachant qu'à la fin du trajet Terre-Pluton l'activité de l'échantillon avait diminué de 7,2%, calculer la durée du trajet.
13. Un noyau de radium 226 se désintègre en un noyau de radon.
- Écrire l'équation de désintégration correspondante.
 - Sachant que les masses des noyaux père et fils sont respectivement égales à 225,9532 u et 221,9469 u, calculer l'énergie libérée lors de la désintégration d'un noyau de radium.
 - Cette énergie est entièrement acquise par la particule α sous forme d'énergie cinétique.

- i. Expliquer, en se basant sur le concept de quantité de mouvement, pourquoi l'énergie cinétique du noyau fils est négligeable.
 - ii. Déterminer, en appliquant les lois de la mécanique classique, la vitesse d'émission de la particule α . La valeur trouvée justifie-t-elle l'application de la mécanique classique si on admet qu'il faut recourir à la mécanique relativiste si la vitesse d'une particule est supérieure à 10% de la vitesse de la lumière ?
- 14.** Parmi les diverses réactions de fission possibles pour le noyau de l'atome de l'uranium lorsqu'il absorbe un neutron, l'une donne naissance au noyau ^{139}Xe , au noyau ^{95}Sr ainsi qu'à deux neutrons. Les énergies de liaison par nucléon des trois noyaux sont respectivement : 7,7 MeV pour l'uranium ; 8,4 MeV pour le xénon et 8,7 MeV pour le strontium.
- a. Montrer que cette réaction est exoénergétique et calculer l'énergie libérée par la fission d'un noyau d'uranium 235.
 - b. Calculer l'énergie libérée par la fission totale d'un kilogramme d'uranium 235.
 - c. Après plusieurs désintégrations de type β^- , les produits primaires de fission aboutissent respectivement à deux nucléides stables : le lanthane (La) et le molybdène (Mo). Écrire le bilan global de ces désintégrations, ainsi que l'équation bilan de la fission du noyau ^{235}U conduisant aux nucléides stables.
- 15.** Une des réactions de fusion possible afin de produire de l'énergie est :
- $$\text{deutérium} + \text{deutérium} \rightarrow \text{hélium 3} + \text{neutron}$$
- avec la réaction ultérieure de deutérium sur l'hélium 3 pour former de l'hélium 4.
- a. Écrire les équations bilan des deux réactions ainsi que le bilan de l'ensemble de la fusion.
 - b. Montrer que les deux réactions sont exoénergétiques et calculer la libération d'énergie pour la fusion de 1 kg de deutérium. On donne les masses des noyaux suivants :
- hydrogène : 1,007 276 u deutérium : 2,013 451 u hélium 3 : 3,014 933 u

Crédits Photos

- © Bjoern Wylezich / Shutterstock.com (1985818733) – **page titre** (source radioactive)
- © Wikimedia Commons – **p.6** (Marie Curie ; domaine public)
- © Wikimedia Commons / United States Departement of Energy – p.24 (Nuclear fuel pellets; domaine public)
- © Wikimedia Commons / PD-USGov – p.24 (Nuclear fuel element; domaine public)

Crédits Illustrations

- © Figure retravaillée sur base de la table des nucléides fournie par National Nuclear Data Center, <https://www.nndc.bnl.gov/nudat/> – **p.11** (table des nucléides)
- © Wikimedia Commons / Jens Maus (<http://jens-maus.de>) – **p.17** (schéma TPE; domaine public)
- © ITER – **p.17** (vue en coupe du Tokamak ITER)

Des remerciements particuliers sont adressés à Paul G. HEWITT. Les illustrations sont, sauf indication contraire, l'œuvre de Paul G. Hewitt et des auteurs du cours. Les illustrations de Paul G. HEWITT ont été retravaillées par Laurent HILD, avec l'autorisation écrite et personnelle de l'auteur. Les illustrations originales sont des livres :

- © HEWITT, Paul G., *Conceptual physics*, 2015, Pearson
- © HEWITT, Paul G., SUCHOCKI John, *Conceptual physical science – Practice Book*, 2012, Pearson
- © EPSTEIN Lewis C., HEWITT, Paul G., *Thinking Physics* – 1981, Insight Press

8.

Dualité onde-corpuscule



© Petra Klawikowski / DS7 6133 PK (domaine public)

Sommaire

1	Aspect ondulatoire de la lumière	1
2	Aspect corpusculaire de la lumière.....	1
2.1	Expérience de Hertz/Hallwachs (1887).....	1
2.2	Extraction d'un électron	2
2.3	Insuffisance du modèle ondulatoire	3
2.4	Modèle corpusculaire de la lumière	3
2.5	Propriétés du photon.....	4
2.6	Propriétés d'un rayonnement électromagnétique.....	5
2.7	Interprétation de l'effet photoélectrique	5
2.8	Expérience de Lenard (1902)	7
3	Aspect ondulatoire des particules	10
3.1	Théorie de De Broglie	10
3.2	Vérification expérimentale	10
4	Pour en savoir plus.....	12
5	Exercices	13

1 Aspect ondulatoire de la lumière

La découverte des interférences lumineuses par l'expérience de Young a cependant laissé sans réponse la question de la nature des ondes lumineuses. La théorie de l'électromagnétisme développée par J.C. Maxwell a permis de prédire l'existence d'**ondes électromagnétiques** se propageant à la vitesse de la lumière. Ces ondes résultent des oscillations de champs électrique et magnétique et se propagent même dans le vide. La conclusion qui s'était imposée était que la lumière elle-même est une onde électromagnétique. Cette théorie fut vérifiée par H. Hertz en 1887.

Comme toute onde, une onde électromagnétique transporte de l'énergie de façon continue. L'énergie transportée par unité de temps à travers une surface est :

- proportionnelle à l'intensité de la lumière (égale au carré de l'amplitude du champ électrique) ;
- indépendante de la fréquence de l'onde.

La découverte de la **nature électromagnétique de la lumière** a fait surgir la question de l'interaction des ondes lumineuses avec des particules chargées.

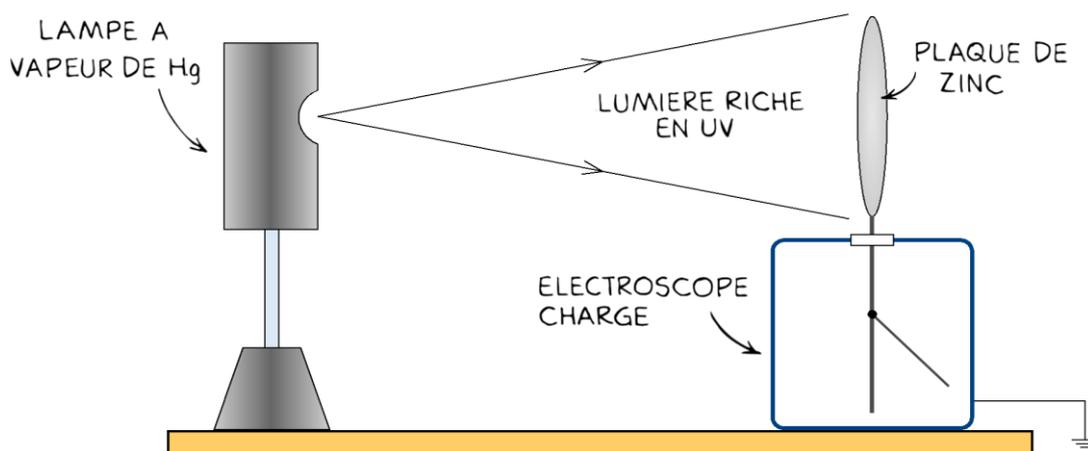
2 Aspect corpusculaire de la lumière

Fait historique curieux, l'expérience de Hertz démontrant la nature électromagnétique de la lumière a également permis de mettre en évidence sa nature corpusculaire.

2.1 Expérience de Hertz/Hallwachs (1887)

Description :

Un métal est constitué par un réseau cristallin d'ions positifs entre lesquels circulent des électrons liés au réseau mais libres de se déplacer à l'intérieur de ce réseau. Une onde lumineuse devrait apporter, par interaction électromagnétique, suffisamment d'énergie aux électrons pour qu'ils puissent quitter le métal.



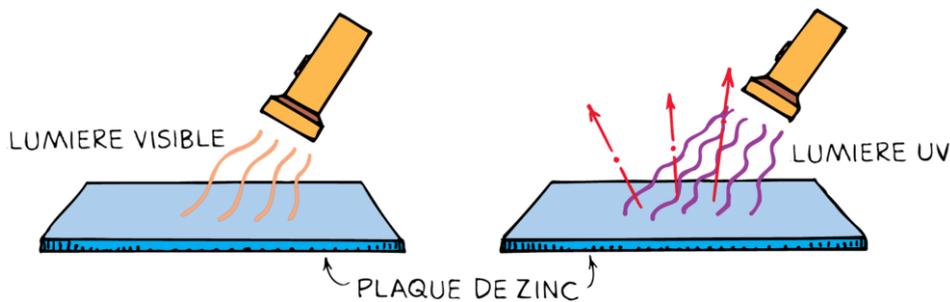
Hertz/Hallwachs utilisa une plaque de zinc (Zn) montée sur un électroscope puis éclairée par la lumière émise par une lampe à vapeur de mercure (Hg), riche en lumière ultraviolette. La plaque fut chargée négativement pour qu'un électron ayant quitté la plaque ne soit pas rattrapé par la charge positive ainsi créée.

Observations :

- La plaque de zinc se décharge immédiatement après l'éclairage par la lampe à vapeur de mercure.
- Lorsqu'une plaque de verre est interposée entre la lampe et la plaque, la décharge ne se fait pas.

Interprétation :

- La lumière éclairant la plaque de zinc permet d'extraire des électrons du métal. Une fois extraits, les électrons sont repoussés par la charge négative de la plaque : la décharge s'effectue.
- La lumière ayant traversé le verre n'a pas l'énergie « adéquate » pour sortir des électrons du zinc, bien qu'en approchant la lampe l'énergie captée ait augmentée. La lumière émise par la lampe à mercure est riche en rayonnement ultraviolet. Or le verre arrête le rayonnement ultraviolet. Il laisse cependant passer le rayonnement visible et infrarouge lequel ne permet donc pas d'extraire des électrons même s'il est très intense !



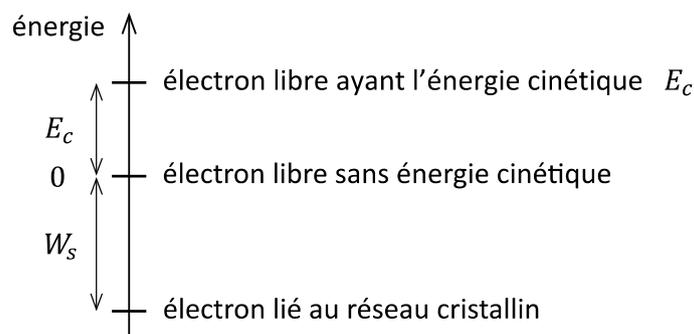
L'extraction d'électrons de la matière par un rayonnement électromagnétique est appelée **effet photoélectrique**.

Remarque :

Contrairement au zinc, la lumière visible provoque l'effet photoélectrique pour certains métaux alcalins comme le sodium, le potassium et le césium.

2.2 Extraction d'un électron

Pour extraire un électron de la surface d'un métal, il faut lui fournir au moins une énergie W_s , appelée **travail de sortie** ou **travail d'extraction**. Elle représente l'énergie de liaison de l'électron au réseau métallique.



Le diagramme énergétique illustre que :

- à l'intérieur du métal, l'électron a le moins d'énergie car il est lié au réseau ;
- lorsque l'électron a capté l'énergie $E = W_s$, il est sorti du métal et est au repos ($E_c = 0$) ;
- lorsque l'électron a capté une énergie $E > W_s$, il est sorti du métal et a une énergie cinétique $E_c = E - W_s$.

Le travail de sortie dépend de la nature du métal et de sa structure cristalline. Le tableau suivant donne quelques exemples.

Métal	W_s en eV
Cs	2,14
K	2,30
Na	2,75
Al	4,28
Zn	4,33
Cu	4,65
Fe	4,50

2.3 Insuffisance du modèle ondulatoire

Le modèle ondulatoire de la lumière n'arrive pas à expliquer certains résultats de l'expérience de Hertz :

- La décharge de la plaque de zinc se fait sans aucun retard. Selon le modèle ondulatoire, une onde électromagnétique transporte de l'énergie de façon continue. Un électron devrait par conséquent accumuler pendant un certain temps l'énergie W_s nécessaire pour quitter le métal.
- Un rayonnement UV peut extraire des électrons du zinc alors qu'un rayonnement du domaine visible de plus faible fréquence n'y arrive pas, même en augmentant son intensité et la durée de l'éclairage. Selon le modèle ondulatoire, l'énergie apportée par la lumière ne dépend pas de la fréquence de l'onde électromagnétique, mais elle dépend de l'intensité de la lumière et de la durée de l'éclairage.

2.4 Modèle corpusculaire de la lumière

Pour expliquer l'effet photoélectrique, Einstein renonça au modèle ondulatoire et recourut au modèle corpusculaire de la lumière :

- La lumière fournit l'énergie aux électrons de façon discontinue, un électron reçoit le « paquet d'énergie » nécessaire pour sortir du métal de façon quasi instantanée.
- La valeur d'un « paquet d'énergie » est d'autant plus grande que la fréquence de la lumière est grande.

Hypothèse d'Einstein (1905) :

Un rayonnement électromagnétique de fréquence f peut être considéré comme un faisceau de particules indivisibles : les **photons**. Chaque photon transporte un quantum d'énergie :

$$E = h f$$

où h représente la constante de Planck.

Le photon (ou grain de lumière) est une particule élémentaire relativiste d'énergie E associée à une onde électromagnétique de fréquence f . Cette coexistence de propriétés corpusculaires et ondulatoires est appelée **dualité onde-corpuscule**. La lumière a une nature ondulatoire et une nature corpusculaire, mais, suivant le type de l'expérience, soit l'une soit l'autre se manifeste.

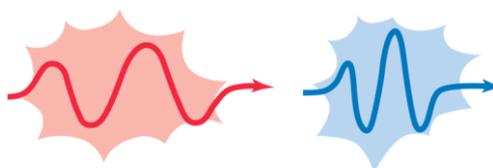


■ As-tu compris ?

- Dans l'expression $E = h f$, le symbole f représente
 - La fréquence du son
 - La force de frottement
 - La fréquence de l'onde électromagnétique
 - La fréquence de vibration d'une corde
- Parmi les couleurs de lumière ci-dessous, déterminer celle pour laquelle l'énergie par photon est la plus grande. Justifier le choix.

A. Rouge B. Bleue C. Jaune D. Violette

- Calculer l'énergie d'un photon...
 - de lumière rouge de longueur d'onde 650 nm.
 - de lumière bleue de longueur d'onde 450 nm.



2.5 Propriétés du photon

Les principales propriétés du photon sont :

- La masse au repos du photon est nulle.
- Le photon a une charge électrique nulle.
- Le photon se déplace dans le vide à la vitesse $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.
- L'énergie du photon s'écrit $E = h f$, avec $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ J s. Comme $f = \frac{c}{\lambda}$ la relation précédente peut également s'écrire :

$$E = \frac{h c}{\lambda}$$

L'étude de la relativité restreinte a montré que l'énergie du photon peut aussi être exprimée en fonction de sa quantité de mouvement p :

$$E = p c$$

En identifiant les deux relations pour l'énergie du photon :

$$p c = \frac{h c}{\lambda}$$

ce qui donne la *quantité de mouvement* du photon :

$$p = \frac{h}{\lambda}$$

2.6 Propriétés d'un rayonnement électromagnétique

Un rayonnement électromagnétique est caractérisé par sa fréquence f et sa puissance P . La puissance d'un rayonnement électromagnétique éclairant une surface s'écrit :

$$P = \frac{E_{\text{ray}}}{\Delta t}$$

où E_{ray} est l'énergie du rayonnement arrivant sur la surface pendant l'intervalle de temps Δt . Soit N le nombre de photons frappant la surface pendant cet intervalle de temps, alors l'énergie du rayonnement est $E_{\text{ray}} = N h f$ et l'expression pour la puissance devient :

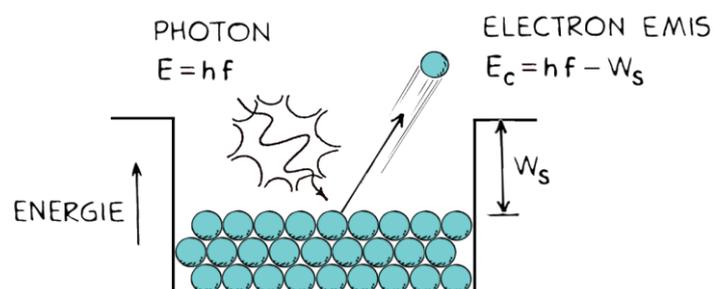
$$P = \frac{N}{\Delta t} h f$$

Remarque :

L'augmentation de la puissance d'une source de lumière monochromatique de fréquence donnée fait augmenter le nombre de photons émis par seconde.

2.7 Interprétation de l'effet photoélectrique

Considérons un photon d'énergie $E = h f$ pénétrant dans un métal. Sur son parcours, il peut éventuellement rencontrer un électron et lui céder, par interaction électromagnétique, quasi instantanément toute son énergie. Le photon est complètement absorbé, il disparaît. Le « paquet d'énergie » transporté par le photon représente la plus petite quantité d'énergie échangée et est aussi appelé **quantum d'énergie**.



L'**effet photoélectrique** est une interaction entre un photon et un électron, où le photon cède toute son énergie et disparaît.

Lorsqu'un électron absorbe un photon, trois cas sont envisageables :

- $h f = W_s$

L'énergie du photon est égale au travail de sortie de l'électron et suffit tout juste à expulser l'électron hors du métal. Dans ce cas la fréquence correspond à la **fréquence seuil** du métal :

$$f_s = \frac{W_s}{h}$$

- $h f < W_s \Leftrightarrow f < f_s$

L'énergie du photon est inférieure au travail de sortie et donc insuffisante pour extraire un électron du métal ; l'effet photoélectrique ne se produit pas et l'électron reste prisonnier du réseau métallique.

- $h f > W_s \Leftrightarrow f > f_s$

L'énergie du photon est supérieure au travail de sortie. L'électron capte l'énergie $h f$. La partie W_s de cette énergie sert à libérer l'électron du réseau métallique ; l'électron conserve l'excédent sous forme d'énergie cinétique E_c :

$$E_c = h f - W_s = h f - h f_s = h (f - f_s)$$

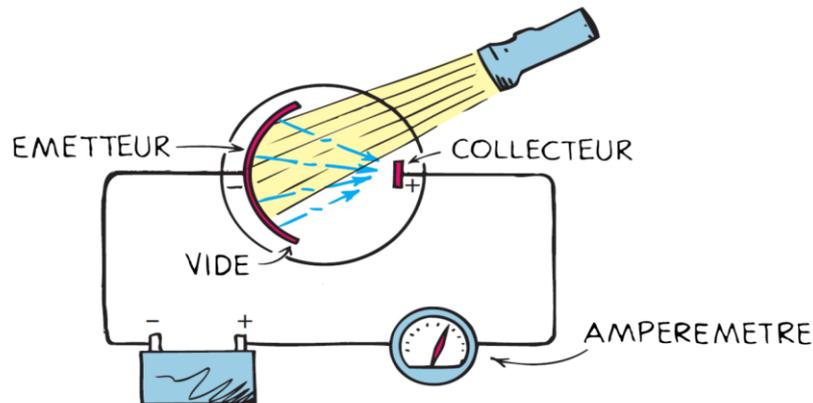
C'est la **relation d'Einstein** pour l'effet photoélectrique (prix Nobel 1921).

■ As-tu compris ?

4. Un métal a un travail de sortie de 3,0 eV.
 - a. Calculer la fréquence seuil f_s et la longueur d'onde seuil λ_s de ce métal.
 - b. Une lumière de fréquence f et de longueur d'onde λ est incidente sur une plaque de ce métal. Pour quelles valeurs de f et de λ peut-on observer un effet photoélectrique ?
5. La puissance d'une lumière incidente sur une plaque métallique est doublée en gardant la longueur d'onde inchangée. Discuter l'effet de ce changement sur...
 - a. l'énergie cinétique d'un électron émis.
 - b. le nombre d'électrons émis par seconde.

2.8 Expérience de Lenard (1902)

Le dispositif suivant fut utilisé par P. Lenard pour étudier l'effet de la fréquence et de l'intensité de la lumière sur l'énergie cinétique des électrons émis par l'effet photoélectrique.



Deux plaques métalliques de même matériau, émetteur et collecteur, sont disposées face à face dans un tube à vide et branchées à un générateur de tension variable U . Une des plaques est éclairée par une lumière monochromatique de fréquence f et de puissance P . Les électrons sortis de l'émetteur par effet photoélectrique avec l'énergie cinétique E_c sont captés par le collecteur ce qui fait apparaître dans le circuit un courant électrique d'intensité I qui est mesurée à l'aide d'un ampèremètre.

Lorsque la tension U est nulle, les électrons vont atteindre le collecteur avec l'énergie cinétique de sortie E_c . Une tension positive va accélérer les électrons, une tension négative va les freiner. Pour une certaine valeur de la tension négative $U = -U_0$, où U_0 est appelée **tension d'arrêt**, les électrons ne vont plus atteindre le collecteur et le courant électrique s'annule. D'après le théorème de l'énergie cinétique, la variation de l'énergie cinétique d'un électron est égale au travail effectué par la force électrique :

$$\Delta E_c = W(\vec{F}_{\text{é1}})$$

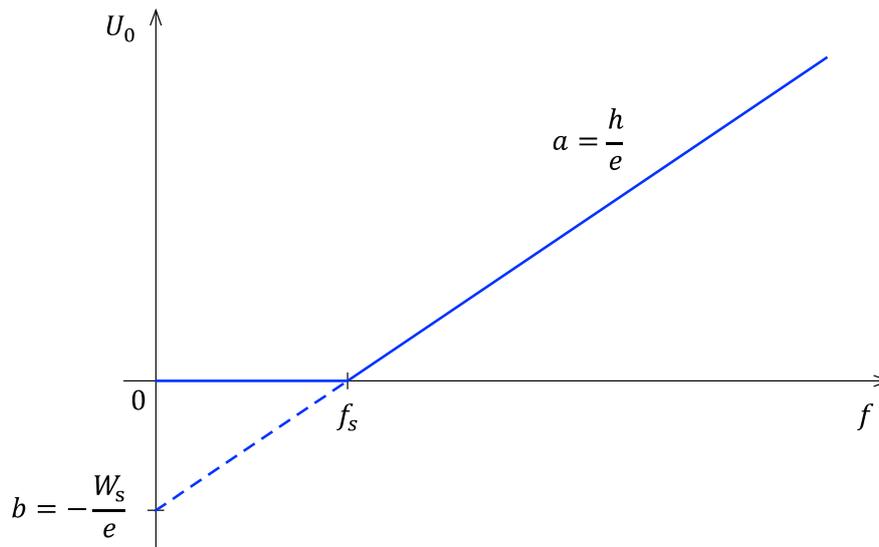
$$E_c(\text{collecteur}) - E_c(\text{émetteur}) = e U$$

$$0 - E_c = -e U_0$$

$$E_c = e U_0$$

La mesure de la tension d'arrêt permet de déterminer l'énergie cinétique des électrons émis.

La représentation de la tension d'arrêt U_0 en fonction de la fréquence f de la lumière donne une droite d'équation $U_0 = a f + b$, où a et b sont respectivement la pente et l'ordonnée à l'origine de la droite.



Pour des fréquences inférieures à la fréquence seuil, il n'y a pas d'effet photoélectrique, la tension d'arrêt est nulle. Pour des fréquences supérieures à la fréquence seuil, la relation d'Einstein permet d'écrire :

$$U_0 = \frac{E_c}{e} = \frac{hf}{e} - \frac{W_s}{e} = \frac{h}{e} f + \left(-\frac{W_s}{e}\right)$$

ce qui donne, par identification :

$$a = \frac{h}{e}$$

et :

$$b = -\frac{W_s}{e}$$

Le modèle corpusculaire permet d'interpréter les résultats de l'expérience de Lenard et de déterminer expérimentalement les valeurs de la constante de Planck et du travail de sortie du métal utilisé.

■ As-tu compris ?

- Des photons d'énergie $8,0 \cdot 10^{-20}$ J sont incidents sur une plaque métallique. Le travail de sortie du métal est $4,8 \cdot 10^{-20}$ J. Quelle est la tension d'arrêt ?
A. 0,2 V B. 0,3 V C. 0,5 V D. 0,8 V
- Dans une expérience selon Lenard, on mesure que la tension d'arrêt pour des photons de fréquence 821 THz vaut 1,62 V. Quelle serait la fréquence de photons qui sont arrêtés par une tension de 1,27 V ?
A. 821 THz B. 736 THz C. 688 THz D. 644 THz

Exercice résolu

Une source lumineuse monochromatique émet un faisceau de lumière de longueur d'onde 560 nm et de puissance 80 mW.

- Calculer l'énergie d'un photon du faisceau.
- Combien de photons sont émis par seconde ? Quelle est la quantité de mouvement d'un photon ?
- Cette lumière éclaire une couche métallique et provoque un effet photoélectrique. La vitesse maximale des électrons émis est mesurée à 290 km/s. Calculer le travail d'extraction de ce métal en eV, ainsi que la longueur d'onde seuil pour l'effet photoélectrique de ce métal.

Solution :

- a. L'énergie d'un photon est donnée par :

$$E = hf = \frac{hc}{\lambda}$$

d'où :

$$E = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{560 \cdot 10^{-9}} \text{ J} = 3,55 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 2,22 \text{ eV}$$

- b. La puissance P du faisceau de lumière s'écrit :

$$P = \frac{N}{\Delta t} E$$

où N est le nombre de photons émis pendant la durée Δt . Pour $\Delta t = 1 \text{ s}$:

$$N = \frac{P \Delta t}{E} = \frac{0,080 \cdot 1}{3,55 \cdot 10^{-19}} = 2,25 \cdot 10^{17}$$

La quantité de mouvement d'un photon vaut :

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{6,626 \cdot 10^{-34}}{560 \cdot 10^{-9}} \text{ kg m/s} = 1,18 \cdot 10^{-27} \text{ kg m/s}$$

- c. Relation d'Einstein pour l'effet photoélectrique :

$$E_c = E - W_s = \frac{1}{2} m v_{max}^2$$

et donc :

$$W_s = E - \frac{1}{2} m v_{max}^2 = 3,55 \cdot 10^{-19} \text{ J} - \frac{1}{2} \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot (2,9 \cdot 10^5)^2 \text{ J}$$

d'où :

$$W_s = 3,17 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 1,98 \text{ eV}$$

La longueur d'onde seuil vérifie la relation :

$$W_s = \frac{hc}{\lambda_s}$$

d'où :

$$\lambda_s = \frac{hc}{W_s} = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{3,17 \cdot 10^{-19}} \text{ m} = 628 \text{ nm}.$$

3 Aspect ondulatoire des particules

3.1 Théorie de De Broglie

Un photon possède à la fois les propriétés ondulatoires, fréquence f et longueur d'onde λ , et les propriétés corpusculaires, énergie E et quantité de mouvement p , propriétés qui sont reliées par :

$$E = hf$$

et :

$$p = \frac{h}{\lambda}$$

Par analogie au photon, Louis De Broglie présenta la théorie suivante (1924) :

À toute particule d'énergie E et de quantité de mouvement p est associée une onde de fréquence f et de longueur d'onde λ avec :

$$f = \frac{E}{h}$$

et :

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

La longueur d'onde associée à une particule est appelée **longueur d'onde de De Broglie**.

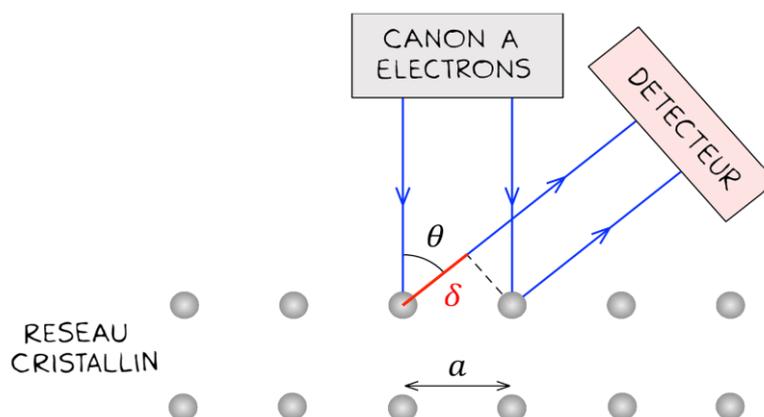
Remarque :

La relation $c = f\lambda$ ne s'applique que pour des ondes associées à des particules de masse nulle, comme c'est le cas pour le photon.

3.2 Vérification expérimentale

Davisson et Germer ont réalisé une expérience (1927) mettant en évidence le comportement ondulatoire des électrons.

Un canon à électrons accélère des électrons à partir du repos sous une tension U et les envoie sur un cristal de nickel, perpendiculairement à la surface du cristal. Les atomes de nickel forment un réseau cristallin dont les atomes voisins dans la direction parallèle à la surface du cristal sont séparés d'une distance $a = 2,18 \cdot 10^{-10}$ m.



L'onde associée à un électron est diffractée par les atomes du réseau. Les rayons diffractés par des atomes voisins dans une direction formant un angle θ par rapport à la direction incidente présentent une différence de marche de :

$$\delta = a \sin \theta .$$

Un détecteur capte les électrons diffractés par le cristal dans la direction θ . Des interférences constructives sont observées dans les directions déterminées par la condition :

$$\delta = n \lambda, \quad n \in \mathbb{Z}$$

où λ désigne la longueur d'onde associée aux électrons.

Pour des électrons accélérés sous une tension $U = 54 \text{ V}$, Davisson et Germer ont observé un nombre maximal d'électrons pour un angle $\theta = 50^\circ$. Ils ont ainsi pu vérifier expérimentalement la théorie de De Broglie pour les électrons (cf. exercice 10)

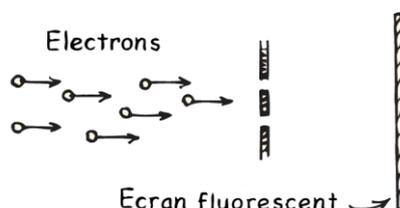
D'autres expériences de diffraction¹ ou d'interférences par une double fente ont confirmé les hypothèses de De Broglie : la dualité onde-corpuscule s'applique à toutes les particules.



Interférences d'électrons par une double fente

■ **As-tu compris ?**

8. Un faisceau d'électrons passe par une double fente et frappe un écran fluorescent (voir figure).
 - a. Si les électrons se comportaient uniquement comme des particules, quel serait le motif observé sur l'écran fluorescent après le passage des électrons à travers la double fente ?
 - b. Quel motif est observé lorsque l'expérience est réalisée ?
 - c. Quel modèle permet d'expliquer cette observation ?



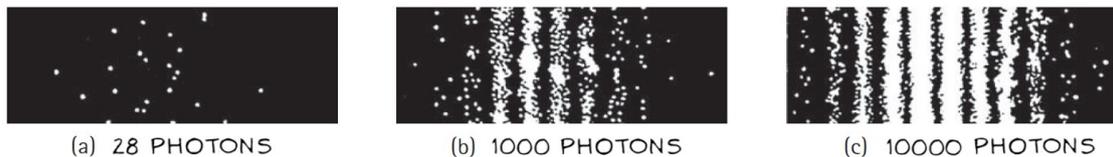
9. Un électron et un proton voyagent à la même vitesse.
 - a. Qui a la plus grande quantité de mouvement ? Justifier.
 - b. Qui a la plus grande longueur d'onde de De Broglie ? Justifier.

¹ L'image sur la page titre montre des anneaux de diffraction observés sur un écran luminescent lors de la diffraction d'électrons par une fine couche de graphite.

4 Pour en savoir plus

Comment interpréter les figures d'interférences obtenues avec le dispositif de Young dans l'hypothèse du modèle corpusculaire de la lumière ?

Prenons comme source de lumière un canon à photons qui émet les photons l'un après l'autre. Le nombre de photons émis par seconde est petit. Au cours de l'expérience nous allons observer la distribution des impacts ponctuels des photons sur l'écran :



Chaque photon qui arrive sur l'écran fait apparaître un impact ponctuel et montre leur nature corpusculaire. Au cours de l'expérience, la distribution des photons sur l'écran montre leur nature ondulatoire (franges d'interférence). Max Born proposa l'interprétation probabiliste de l'onde associée à une particule : la probabilité qu'une particule apparaisse comme corpuscule lors d'une mesure est proportionnelle au carré de l'amplitude de l'onde associée à cette particule. Cette interprétation reste valable pour tout type de particules, photons, électrons, protons, etc.

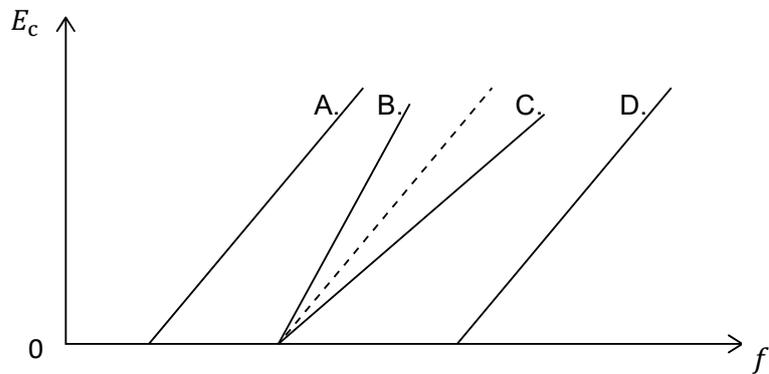
5 Exercices

1. Une longueur d'onde typique du rayonnement infrarouge émis par notre corps mesure 25 mm. Calculer l'énergie d'un photon de ce rayonnement.
2. Quel modèle interprète correctement l'interaction entre la lumière et un électron ?
 - A. Le modèle ondulatoire
 - B. Le modèle corpusculaire
 - C. Ces deux modèles
 - D. Aucun de ces deux modèles
3. Le travail d'extraction d'un électron du zinc est égal à 3,3 eV.
 - a. Calculer la fréquence seuil f_s et la longueur d'onde seuil λ_s du zinc.
 - b. On éclaire le zinc par une radiation UV de longueur d'onde 0,25 μm . Déterminer l'énergie cinétique maximale de sortie E_c des électrons et leur vitesse v .
 - c. On éclaire le zinc par la lumière d'un arc électrique en interposant une plaque de verre qui absorbe les ondes de longueur d'onde inférieure à 0,42 μm . Un effet photoélectrique est-il observé ? Justifier.
4. Un laser à rubis (cristal de Al_2O_3 avec des traces d'ions Cr^{3+}) émet des impulsions lumineuses de longueur d'onde 694,3 nm (lumière rouge). Une impulsion lumineuse a une puissance moyenne de 10 MW et une durée de 1,5 ns.
 - a. Combien de photons sont émis pendant une impulsion ?
 - b. Déterminer la quantité de mouvement de l'ensemble de tous les photons.
5. Un ballon de football de masse $m = 500$ g se déplace avec une vitesse de $v = 54$ km/h. Déterminer la longueur d'onde λ associée à ce ballon et en conclure qu'il est impossible de diffracter des corps macroscopiques.
6. Un électron se déplace deux fois plus vite qu'un autre. Qui a la plus grande longueur d'onde ? Justifier.
7. Sous quelle tension un électron doit-il être accéléré à partir du repos pour avoir une longueur d'onde de De Broglie de 10^{-10} m, ordre de grandeur du diamètre d'un atome ?
8. De la lumière de longueur d'onde 208 nm est incidente sur une plaque métallique. La tension d'arrêt est 1,40 V. Calculer la longueur d'onde seuil pour ce métal.
9. L'expérience de Lenard est réalisée avec une lampe à vapeur de mercure. Le tableau reprend les valeurs de la tension d'arrêt U_0 pour différentes longueurs d'onde λ dans le domaine visible du spectre de mercure.

λ en nm	405	436	546
U_0 en V	0,954	0,734	0,158

- a. Représenter graphiquement la tension d'arrêt U_0 en fonction de $1/\lambda$.
- b. Dédire du graphique une valeur pour la constante de Planck.
- c. Dédire du graphique une valeur pour le travail de sortie du métal utilisé.

10. La ligne en pointillé représente l'énergie cinétique maximale d'un électron émis en fonction de la fréquence de la lumière incidente sur une plaque d'un métal donné. La plaque est remplacée par une plaque d'un autre métal qui nécessite moins d'énergie pour en extraire un électron.
- Laquelle des représentations suivantes sera observée ? Justifier.



11. Dans expérience de Davisson et Germer pour étudier la nature ondulatoire de particules matérielles, des électrons ont été accélérés sous une tension de 54 V. Déterminer la longueur d'onde λ associée à ces électrons et montrer qu'il y a interférence constructive dans la direction qui fait un angle de 50° avec la direction incidente.

Crédits Photos

- © Petra Klawikowski / DS7 6133 PK (10 Nov. 2015) (domaine public) – **page titre**
- © Wikimedia Commons / Prof Dr. Claus Jönsson – **p.11** (interférences d'électrons)
- © Paul Hewitt – **p.12** (stages of two-slit interference pattern)

Crédits Illustrations

Des remerciements particuliers sont adressés à Paul G. HEWITT. Les illustrations sont, sauf indication contraire, l'œuvre de Paul G. Hewitt et des auteurs du cours. Les illustrations de Paul G. HEWITT ont été retravaillées par Laurent HILD, avec l'autorisation écrite et personnelle de l'auteur. Les illustrations originales sont des livres :

- © HEWITT, Paul G., *Conceptual physics*, 2015, Pearson
- © HEWITT, Paul G., SUCHOCKI John, *Conceptual physical science – Practice Book*, 2012, Pearson
- © EPSTEIN Lewis C., HEWITT, Paul G., *Thinking Physics* – 1981, Insight Press

