# M3 Dynamique d'une particule

## 1 Rappels sur les forces

**Rappel 1** : On appelle force toute cause capable de:

- **modifier le mouvement** d'un corps;
- de **déformer** un corps.

**Rappel 2** : Une force est une grandeur vectorielle.
Une force est donc représentée par son **vecteur** dont les caractéristiques sont :

- **direction** : droite d'action de la force = droite sur laquelle la force agit;
- **sens** : sens dans lequel la force agit;
- **norme** : intensité de la force;
- **point d'application** : point du corps auquel la force s'exerce.

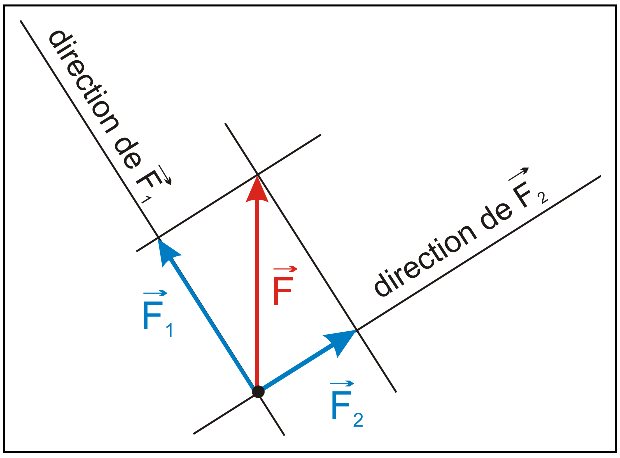
L'effet d'une force ne change pas si l'on fait glisser la force sur sa droite d'action.

**Rappel 3 :** Une force est toujours exercée **par un corps sur un autre corps**, ou bien par une partie d'un corps sur une autre partie d'un corps. On distingue des forces de contact et des forces à distance. On distingue également des forces localisées et des forces réparties.

**Rappel 4** : On appelle résultante $\vec{R}$ de plusieurs forces $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$,..., s'exerçant sur un corps, la force $\vec{R}$ qui, s'exerçant sur le même corps, a le même effet que les forces $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$, ... ensembles.

$$\boxed{\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \ldots = \sum_i \vec{F}_i}$$

**Rappel 5 :** Une force $\vec{F}$ peut être décomposée en deux composantes $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ dont les directions sont données. Les deux forces $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ ensembles ont alors le même effet que leur résultante $\vec{F}$ : $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$.




Directions rectangulaires, calcul trigonométrique

Directions quelconques, décomposition par parallèlogramme

**Rappel 6** : Un corps ponctuel est en équilibre de translation ( au repos ou MRU) si la résultante des forces s'exerçant **sur lui** est nulle $\sum_i \vec{F}_i = \vec{0}$.

## 2 Énoncé du principe d'inertie (1$^{re}$ loi de Newton)

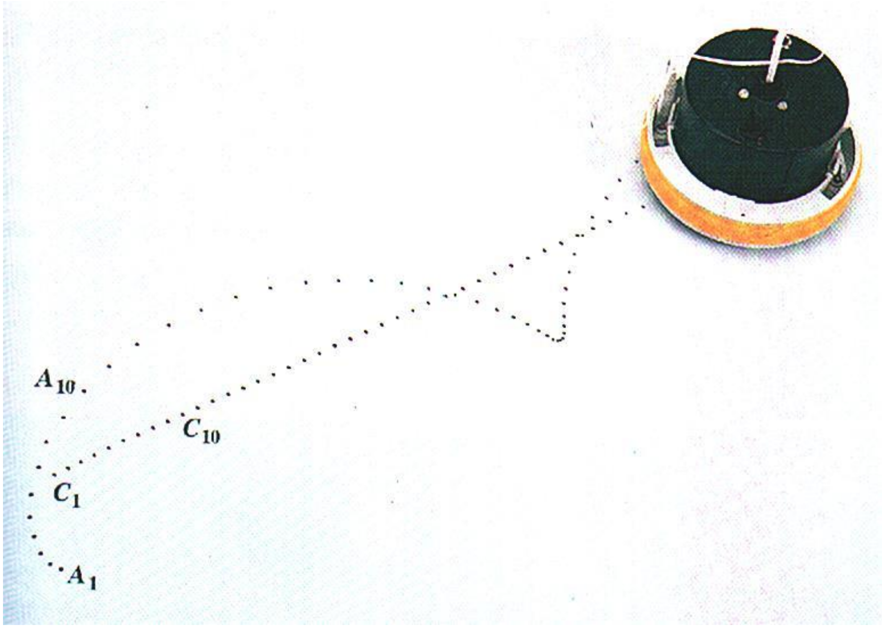
**Si un corps solide n'est soumis à aucune force (corps isolé) ou s'il est soumis à un ensemble de forces dont la résultante est nulle (corps pseudo-isolé), alors le centre d'inertie G du corps décrit un mouvement rectiligne et uniforme (MRU)**

**Formellement :** $\sum \vec{F} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{v}_G = \overrightarrow{const} \Leftrightarrow \vec{a} = \vec{0}.$

Film explicatif

Remarques :

- cas particulier : Repos = MRU avec vitesse nulle
- Inversement si le centre d'inertie évolue avec $\vec{v}_G = \overrightarrow{const}$ alors le corps est soumis à des forces qui se compensent mutuellement.




Le mobile autoporteur est **pseudo-isolé** car le mouvement de son centre d'inertie par rapport à la table est **rectiligne et uniforme**, ce qui n'est pas le cas du point en périphérie de l'objet

**Repère galiléen:**

L'étude d'un mouvement dépend du référentiel par rapport auquel on repère les coordonnées du mouvement. Le principe d'inertie n'est vérifié que si le repère utilisé n'est ni accéléré ni en rotation. Un tel repère s'appelle un repère galiléen. (all. Inertialsystem, angl. inertial frame).

Propriété: Tout repère en translation uniforme par rapport à un repère galiléen est lui même galiléen.

*Ex.:* *repère terrestre:* *O=surface terrestre, .* $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ *en rotation avec la Terre*

*repère géocentrique:* *O=centre de la Terre,* $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ *orientés vers les étoiles fixes*

*repère héliocentrique:* *O=centre du Soleil,* $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ *orientés vers les étoiles fixes*

Film sur l'inertie paradoxe d'un ballon He

# 3 Relation fondamentale de la dynamique RFD (2$^e$ loi de Newton)

La deuxième loi de Newton explique ce qui arrive à un corps soumis à une force $\vec{F}$. Puisque habituellement un corps est soumis à plusieurs forces (poids, traction, frottement...) on doit considérer la force résultante $\vec{F}_R$ qui est la somme vectorielle des forces appliquées.

*Expérience 1: Considérons un chariot de masse $m_c$ qui est tiré par un fil qui passe par une poulie et auquel on accroche une masse $m_p$. Dés qu'on lâche le chariot il effectue un mouvement accéléré. Parce que le chariot de masse $m_c$ et le poids accroché $m_p$ sont accélérés ensemble, on dira que :*

**la force $F=m_p \cdot g$ provoque une accélération $a$ de la masse totale $m=m_c+m_p$.**

**Montage sur un banc à coussin d'air (sans frottement).**

- *1ère méthode :*

http://www.walter-fendt.de/html5/phfr/newtonlaw2_fr.htm

On chronomètre le temps t pour parcourir un chemin s.

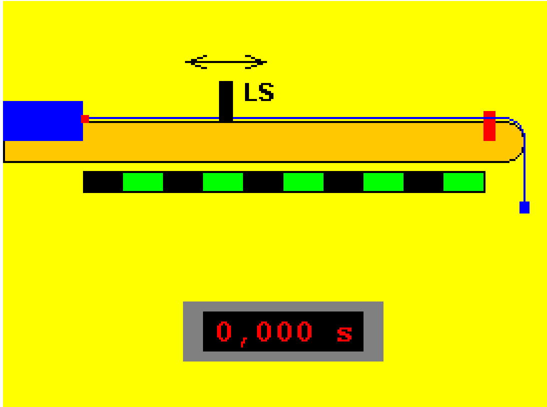
L'accélération se déduit à chaque fois par :

$a=2s/t^2$

- *2$^e$ méthode :*

On détermine l'accroissement de la vitesse (p.ex. PASCO) pour déduire

$a=\Delta v/\Delta t$




**Forme tableau de mesure :**

| $m_c$ (kg) | $m_p$(kg) | F (N) | m (kg) | a (m/s$^2$) | m·a |
|---|---|---|---|---|---|
| =mesure | =mesure | $=m_p \cdot g$ | $=m_c+m_p$ | =mesure | =calcul |
| | | | | | |

### *a) Influence de la force F à $m= m_c+m_p=$ const*

- Une force constante provoque une accélération constante
- L'accélération a double si la force F double. <u>F et a sont proportionnels</u> ⇔ a/F=const
- Le vecteur accélération $\vec{a}$ a même orientation que la force $\vec{F}$.

### *b) Influence de la masse $m= m_c+m_p$ à $F=m_p \cdot g=$ const*

- Si on double la masse, la même force appliquée produit une accélération a/2.
  <u>a et m sont inversément proportionnels</u> ⇔ m·a=const

Si on essaie de modifier la vitesse d'un corps, le corps s'oppose à ce changement. Cette propriété de toute matière est appelée inertie. L'inertie d'un corps est d'autant plus élevée que sa masse est élevée.

### *c) Conclusion*

On a donc ***:***

$$\left\{ \begin{array}{l} a \sim \dfrac{1}{m} \text{ pour } F = \text{constant} \\ a \sim F \text{ pour } m = \text{constant} \end{array} \right\} \quad \Rightarrow a \sim \frac{F}{m} \quad \Rightarrow F = k \cdot m \cdot a$$

Le coefficient de proportionnalité k vaut 1 si on adopte comme unité de force le Newton

(et si on n'a pas de perte par frottement ou par la rotation de roues).

### *d) Unité S.I. : le newton (N)*

Les unités kg, m et s (= unités qui interviennent dans celles de la masse et de l'accélération) sont parfaitement définies !

1 seconde = la durée de 9 192 631 770 périodes de la radiation correspondant à la transition entre les deux niveaux hyperfins de l'état fondamental de Cs133

1 kilogramme = la masse d'un objet dénommé kilogramme-étalon et conservé au Pavillon de Breteuil à Sèvres.

1 mètre = la distance parcourue par la lumière dans le vide pendant $\frac{1}{299\,792\,458}$ s.

Si on applique F=m·a (càd coefficient de proportionnalité 1) avec m=1kg et a=1m/s$^2$ on obtient l'unité S.I. pour la force ***:***

**1 Newton = la force qui appliquée à un corps de masse 1 kg, provoque chez ce corps une accélération de 1 m/s$^2$ (=la vitesse augmente de 1m/s par seconde)**

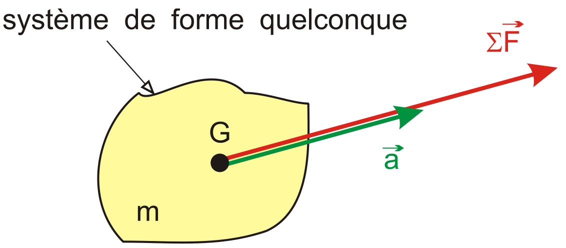
1N = $1\frac{kg\cdot m}{s^2}$

### *e) Enonce de la 2e loi de Newton*

**Relation fondamentale de la dynamique (R.F.D.)**

Si un corps de masse m est soumis à un ensemble de forces de résultante $\Sigma\vec{F}$, il subit une accélération $\vec{a}$ tel que:

$$\sum\vec{F} = m\cdot\vec{a} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} \sum F_x = m\cdot a_x \\ \sum F_y = m\cdot a_y \\ \sum F_z = m\cdot a_z \end{cases}$$




*F en N, m en kg et a en m/s$^2$*

Rem: Pour un corps étendu, la RFD donne l'accélération du centre d'inertie G.

### *f) Force et quantité de mouvement*

Or a: $\vec{F} = m\vec{a} = m\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{m\vec{v}_f - m\vec{v}_i}{\Delta t} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$

La force est égale à la variation de la quantité de mouvement par seconde.

### *g) chute libre*

Un corps en chute libre est soumis exclusivement à son poids $\vec{P}$ . La RFD devient:

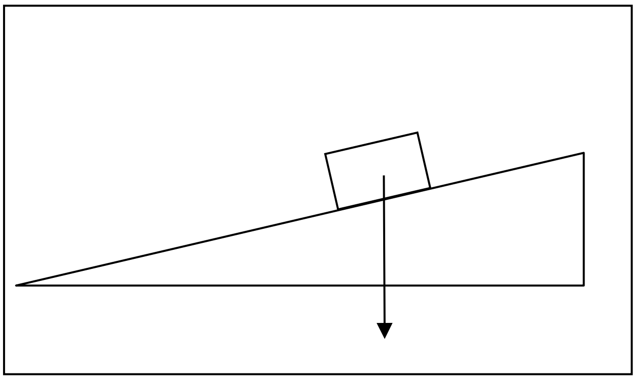
$$\sum\vec{F} = \vec{P} = m\cdot\vec{a} \quad \text{d'où } \vec{a} = \vec{g}$$

g= 9,81N/kg= 9,81m/s$^2$ désigne ainsi l'intensité de pesanteur et l'accélération terrestre.

***h) plan incliné***

Sur un plan incliné, le poids $\vec{P}$ peut se décomposer en une composante tangentielle $\vec{P}_T$ et normale $\vec{P}_N$. $\vec{P}_N$ est exactement compensé par la réaction normale $\vec{R}$ du sol qui empêche le corps de s'enfoncer dans le plan incliné. Sans frottement, la force résultante vaut:

$$\sum \vec{F} = \vec{R} + \vec{P} = \vec{P}_T$$



La trigonométrie donne sur la figure:

$$P_T = P \cdot \sin\theta = m \cdot g \cdot \sin\theta$$
$$P_N = P \cdot \cos\theta = m \cdot g \cdot \cos\theta$$

En appliquant la RFD on a:

$$\vec{P}_T = m \cdot \vec{a}$$

axe OT: $m \cdot g \cdot \sin\theta = m \cdot a$

**accélération:** $\boxed{\mathbf{a = g \cdot \sin\theta}}$

Film : Propriétés pour le chariot en mouvement libre sur le rail incliné.

***i) accélération d'une voiture***

Une voiture de masse 1 t est accélérée sous l'action d'une force motrice de 500 N. Déterminer la durée nécessaire pour que cette voiture passe en ligne droite de 36 km/h à 54 km/h !

Solution : $a = \dfrac{F}{m} = \dfrac{500\ \text{N}}{1000\ \text{kg}} = 0{,}5\ \text{m/s}^2$ Durée: $\Delta t = \dfrac{\Delta v}{a} = \dfrac{5\ \text{m/s}}{0{,}5\ \text{m/s}^2} = 10\ \text{s.}$

## 4 Principe de l'action réaction (3$^{e}$ loi de Newton)

Si 2 corps A et B interagissent (par contact où à distance) l'action $\vec{F}_{A/B}$ de A sur B et l'action $\vec{F}_{B/A}$ de B sur A ont:

1. même intensité
2. même ligne d'action
3. sens opposé

$$\boxed{\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A}}$$

**Exemples de forces réciproques** :

- L'attraction de la Terre sur la Lune et celle de la Lune sur la Terre
- Force de propulsion du fusil sur la balle et force de la balle sur le fusil (recul du fusil)
- La force de traction d'une voiture sur sa remorque et la force de freinage de la remorque sur la voiture
- La force exercée par les pieds d'une personne sur le sol et celle du sol exercée sur les pieds (réaction du sol)

- La force de frottement exercée par la route sur les pneus d'une voiture et la force de frottement des pneus sur la route (discuter l'effet de ces forces lors du freinage et lors du démarrage de la voiture)

**Principe action-réaction et quantité de mouvement :**

On peut montrer que le principe d'action réaction équivaut à la conservation de la quantité de mouvement lors d'un choc

$\vec{F}_{\text{de 2 sur 1}} = - \vec{F}_{\text{de 1 sur 2}}$

$m_1 \cdot \vec{a}_1 = - m_2 \cdot \vec{a}_2$

$m_1 \cdot \dfrac{\Delta\vec{v}_1}{\Delta t} = - m_2 \cdot \dfrac{\Delta\vec{v}_2}{\Delta t} \quad / \cdot \Delta t$

$m_1 \cdot \Delta\vec{v}_1 = - m_2 \cdot \Delta\vec{v}_2$

$m_1 \cdot (\vec{v}_{1\,fin} - \vec{v}_{1\,init}) = - m_2 \cdot (\vec{v}_{2\,fin} - \vec{v}_{2\,init})$

$m_1 \cdot \vec{v}_{1\,fin} + m_2 \cdot \vec{v}_{2\,fin} = m_1 \cdot \vec{v}_{1\,init} + m_2 \cdot \vec{v}_{2\,init}$

$$\boxed{\sum \vec{p}_{final} = \sum \vec{p}_{initial}}$$

## 5 Applications de la R.F.D.

### *a) Forces connues*

1. On déduit l'accélération $\vec{a} = \dfrac{\sum \vec{F}}{m}$
2. En tenant compte de la vitesse initiale et de la position initiale on peut prédire le mouvement de la particule en principe pour l'éternité (déterminisme). En réalité les petites incertitudes initiales peuvent s'amplifier ce qui limite la durée de prévision.

### *b) Accélération connue*

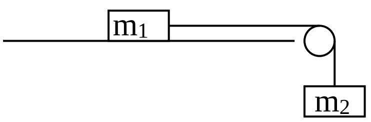
1. On observe la mouvement d'un corps et on déduit l'accélération $\vec{a}$
2. On détermine alors la résultante des forces qui agissent sur lui $\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$

**Application :**

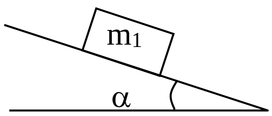
Pour les trois dispositifs illustrés ci-dessous on veut obtenir une accélération $a = 1 m/s^2$ pour la masse $m_1 = 1kg$.

a) Déterminer dans chaque cas la valeur du paramètre variable. Les frottements sont négligés, les poulies et les fils sont supposés sans masse.

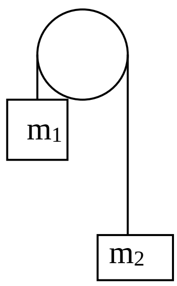
(1) rail horizontal
masse $m_2$=?




(2) rail incliné
inclinaison $\alpha$=?




(3) machine d'Atwood
masse $m_2$=?




b) Déduire la tension du fil dans le 1$^{er}$ et le 3$^e$ cas.

http://physics.bu.edu/~duffy/HTML5/Atwoods_machine.html