Corrigé : Relativité restreinte d'Einstein

Petites questions de compréhension

1) Postulats :

   1. Toutes les lois de la physique sont les mêmes dans tous les référentiels d'inertie (=référentiel qui n'est ni accéléré ni en rotation)

   2. La vitesse de la lumière dans le vide c est la même indépendamment de la vitesse de la source de lumière ou de l'observateur **inertiel**.

2) NON : La durée **propre** du parcours est mesurée dans un référentiel qui se déplace avec le muon tandis que la longueur **au repos** de l'atmosphère est mesurée dans un référentiel terrestre.

3) Les effets de la dilatation du temps deviennent sensible si $v>0{,}10c=3\cdot10^7$ m/s !! Ce qui est impossible pour des objets dans la vie de tous les jours.

4) NON : La durée entre 2 événements au même point donne le temps propre dans un référentiel sera plus longue dans un autre référentiel est certainement jamais nul (évènements simultanés)

5) (a) relatives : longueur, temps, vitesse, masse quantité de mouvement

   (b) invariantes : vitesse de la lumière, masse au repos, charge électrique des particules

6) Une particule de masse au repos >0 demande infiniment d'énergie pour être accéléré a la vitesse c car m en mouvement deviendrait infini.

7) $p = E/c$ si v est proche de c. resp. si $E>10*E_0$ (car $E^2=E_0^2 - (pc)^2$)

<u>IMPORTANT: Relation entre le coefficient de Lorentz γ et la vitesse v</u>

Coefficient de Lorentz : $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ à élever au carré

donne : $1 - \frac{v^2}{c^2} = \frac{1}{\gamma^2} \Leftrightarrow \frac{v^2}{c^2} = 1-\frac{1}{\gamma^2} \Leftrightarrow \frac{v^2}{c^2} = 1-\frac{1}{\gamma^2} \Leftrightarrow v^2 = c^2 \cdot (1-\frac{1}{\gamma^2})$

à retenir : $v = c \cdot \sqrt{1-\frac{1}{\gamma^2}}$

Lien Film : https://www.youtube.com/watch?v=A9PZbB4T470

Problème 1 : Durée de passage d'un train

L_0=100 m ; L=80 m et contraction des longueurs : $L = \frac{L_0}{\gamma}$

Coefficient de Lorentz $\gamma = \frac{L_0}{L} = 1{,}25$

Vitesse v= $c \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}} = 0{,}6c$

Durée de passage devant un arbre

a) référentiel lié au sol (un chrono sur l'arbre) temps propre

$\Delta t_{propre} = \frac{L}{v} = \frac{80}{0{,}6 \cdot 3 \cdot 10^8} = 444 \cdot 10^{-9}$s

b) dans le référentiel train (chrono à l'avant et l'arrière) temps impropre

$\Delta t_{impropre} = \frac{L_0}{v} = \frac{100}{0{,}6 \cdot 3 \cdot 10^8} = 556 \cdot 10^{-9}$s

Problème 2 : Retardement d'une horloge en mouvement

Cadence 50% plus lente veut dire période (impropre) 2 fois plus longue.

$$T_{impropre} = 2T_{propre} = \gamma \cdot T_{propre} \Rightarrow \gamma = 2$$

$$\Rightarrow v = c \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = 0{,}866c$$

Problème 3 : Electron en mouvement rapide

Un électron se déplace à 0,998c.

$v = 0{,}998c$ $m_0 = 9{,}1094 \cdot 10^{-31}$kg $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-0{,}998^2}} = 15{,}82$

$$a) E_c = E - E_0 = (\gamma\text{-}1) \cdot E_0 = 14{,}82 \cdot m_0c^2 = 1{,}21 \cdot 10^{-12}\text{J} = 7{,}57MeV$$

$$b) p = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{9{,}1094 \cdot 10^{-31} kg \cdot 0{,}998 \cdot 2{,}998 \cdot 10^8 \frac{m}{s}}{\sqrt{1 - 0{,}998^2}} = 4{,}31 \cdot 10^{-21}\ kg$$

Problème 4 : Energie acquise par un électron

Calculez l'énergie nécessaire pour accélérer un électron de

a) v_1 =0,6c à v_2=0,8c; $\gamma_1 = \frac{1}{\sqrt{1-0{,}6^2}} = 1{,}25$; $\gamma_2 = \frac{1}{\sqrt{1-0{,}8^2}} = 1{,}667$

Energie à fournir : $\Delta E = E_2 - E_1 = \gamma_2 E_0 - \gamma_1 E_0 = (1{,}667-1{,}25) \cdot m_0 \cdot c^2 = 3{,}412 \cdot 10^{-14}$ J = 0,213 MeV

b) 0,995c à 0,998c même méthode $\Delta E = E_2 - E_1$ = 2,97 MeV

Il est surprenant que l'énergie requise dans b) est nettement supérieure à celle requise en a) alors que la variation de la vitesse est nettement plus faible. Ceci explique notamment qu'il est très difficile de s'approcher de c et impossible d'atteindre c.

Problème 5 : Diminution de la masse du Soleil

La puissance rayonnée par le Soleil correspond à $3{,}9 \cdot 10^{26}$ W. Sa masse est de $2 \cdot 10^{30}$ kg.

$$\mathcal{P} = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{\Delta m c^2}{\Delta t} \Rightarrow \Delta m = \frac{\mathcal{P}\Delta t}{c^2} = \frac{3{,}9 \cdot 10^{26} W \cdot 1s}{\left(2{,}998 \cdot 10^8 \frac{m}{s}\right)^2} = 4{,}33 \cdot 10^9\ kg$$

Problème 6 : Vitesse acquise dans un champ électrique

a) TEC :$\Delta E_{cin} = W(\vec{F}_{él}) = |q|U = eU$ Cette égalité reste valable en relativité.

Cependant il est faux d'appliquer $\frac{1}{2}mv^2$!!! si $v > 0{,}9c$. Le calcul classique faux donne :

$$\frac{1}{2}mv^2 - 0 = eU \Rightarrow U = \frac{mv^2}{2e} = \frac{9{,}1094 \cdot 10^{-31}kg \cdot \left(0{,}9 \cdot 2{,}998 \cdot 10^8 \frac{m}{s}\right)^2}{2 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19}C} \simeq 2{,}07 \cdot 10^5 V$$

Rem : La tension correcte (pas demandée) s'obtient par $m_0c^2(\gamma - 1) = eU$

b) Energie gagnée par l'électron : $\Delta E = eU = e \cdot 2{,}07 \cdot 10^5 V = 2{,}07 \cdot 10^5 eV = 0{,}207 MeV$

Energie (totale) finale de l'électron : $E = E_0 + eU = 0{,}511MeV + 0{,}207MeV = 0{,}718MeV$

$$\gamma = \frac{E}{E_0} = \frac{0{,}718}{0{,}511} = 1{,}405$$

$$\Rightarrow v = c \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{1}{\gamma}\right)^2} = 0{,}702\, c$$

Problème 7 : Dilatation du temps et contraction des longueurs

Un électron ayant une énergie totale de 10 GeV parcourt 3,2 km le long du tube dans un accélérateur.
Dans le référentiel lié au tube, la longueur du tube est une longueur au repos $L_0 = 3200m$. La durée de la traversée est une durée impropre $\Delta t_{impropre}$, car il faut 2 horloges : une à l'entrée et une à la sortie du tube.
Dans le référentiel de l'électron, la longueur du tube est une longueur en mouvement $L_{en\ mvt}$. La durée de la traversée est une durée propre Δt_{propre}, car il suffit d'une horloge (qui se déplace avec l'électron)

$E = 10 \cdot 10^9 eV = 1 \cdot 10^{10} eV = 1 \cdot 10^4 MeV$

$\gamma = \frac{E}{E_0} = \frac{1 \cdot 10^4 MeV}{0{,}511\ MeV} = 19537 \quad v = c \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{1}{19537}\right)^2} = 0{,}999..c = 3 \cdot 10^8$

a) longueur du tube dans le référentiel de l'électron

$L_{en\ mvt} = \frac{L_0}{\gamma} = \frac{3200m}{19537} = 0{,}1638m$

b) Temps de parcours

1. dans son référentiel : $\Delta t_{propre} = \frac{L_{en\ mvt}}{v} = \frac{0{,}1638}{3 \cdot 10^8} = 5{,}46 \cdot 10^{-10}s$
2. dans un référentiel liée au tube : $\Delta t_{impropre} = \frac{L_0}{v} = = \frac{3200}{3 \cdot 10^8} = 1{,}07 \cdot 10^{-5}$ s

Problème 8 (difficile)

a) demi-vie $T_0 = 5{,}8 \cdot 10^{-17}$s = durée après laquelle la moitié des pions s'est désintégrée **<u>dans le référentiel du pion</u>** !

b) Calcul classique pour traverser $L \approx L_0 = 0{,}5 \cdot 10^{-10}$m en T_0 on a $v = \frac{L}{T_0}$=862069 m/s < 10%c

c) Calcul relativiste en considérant que $v \cdot T_0 = L = \frac{L_0}{\gamma} = L_0\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$

avec L longueur en mouvement raccourcie pour le muon et T_0 demi-vie propre

Donc : $L_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = vT_0$

$$\Rightarrow v^2 = \left(\frac{L_0}{T_0}\right)^2\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right) = \left(\frac{L_0}{T_0}\right)^2 - \left(\frac{L_0}{T_0}\right)^2\frac{v^2}{c^2}$$

$$\Rightarrow v^2 + v^2\left(\frac{L_0}{cT_0}\right)^2 = \left(\frac{L_0}{T_0}\right)^2$$

$$\Rightarrow v^2\left[1+\left(\frac{L_0}{cT_0}\right)^2\right] = \left(\frac{L_0}{T_0}\right)^2$$

Finalement :

$$v = \frac{\frac{L_0}{T_0}}{\sqrt{1+\left(\frac{L_0}{cT_0}\right)^2}}$$

$T_{0propre}$	5,80E-17
c	2,998E+08

L_{0repos} en m	**v en m/s**	**v/c en %**	**conclusion**
5,00E-11	8,621E+05	0,288	classique
1,00E-09	1,721E+07	5,741	classique
1,00E-08	1,495E+08	49,853	relativiste
1,00E-06	2,998E+08	99,985	relativiste
1,00E-05	2,998E+08	99,9998488221155	relativiste
1	2,998E+08	100,0000000000000	relativiste
		problème précision numérique Excel	

Remarque : Ne pas confondre

oscillations : T_0 période d'oscillation propre dans le sens de libre

relativité : T_0 durée d'un phénomène qui a lieu au même endroit dans le référentiel face à un seul chrono.