A. Cinématique et dynamique

1 Grandeurs cinématiques et MCU

1) Les équations paramétriques (en unités SI) du mouvement d'un mobile se déplaçant dans un plan muni d'un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ sont :

$$\begin{Bmatrix} x = 5 \cdot t \\ y = 3 \cdot t^2 - 4 \cdot t \end{Bmatrix}$$

a. Rechercher l'équation cartésienne de la trajectoire.
b. Calculer l'abscisse du mobile lorsque celui-ci repasse par l'ordonnée y = 0
c. Calculer les coordonnées des vecteurs vitesse et accélération par dérivation.

2) Un manège de TP tourne avec une periode T=…. s. La masse du chariot vaut m= …. kg et son centre de masse se trouve sur un rayon R=….. m

a. Quelle est sa vitesse angulaire ?
b. Quelle est la vitesse du centre G du chariot ?
c. Quelles sont l'accélération et la force centripète qui s'exerce sur le chariot ?

3) La Terre (R = 6380 km) effectue une rotation complète par rapport aux étoiles fixes en T=23h56min.

a. Calculer la vitesse angulaire de la Terre en rad/s.
b. Comparer les vitesses linéaires et angulaires par rapport au centre de la Terre d'une personne au Luxembourg (latitude=49°) à celles d'une personne se situant à l'équateur et au pôle nord.
c. Calculer l'accélération centripète à l'équateur et la force centripète qui en résulte si m=100 kg.

4) Dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ la position (en mètres) du mobile A de masse m=2kg est donné par l'équation paramétrique:

$$\begin{cases} x = 3 \cdot \cos(2t) \\ y = 3 \cdot \sin(2t) \end{cases}$$ x,y en mètres; 2t en rad

a) De quel type de mouvement s'agit-t-il ? Déduire le rayon et la période du mouvement.
b) Dériver l'expression du vecteur vitesse et du vecteur accélération pour t quelconque.
c) Calculer la norme du vecteur accélération et déduire la force centripète.

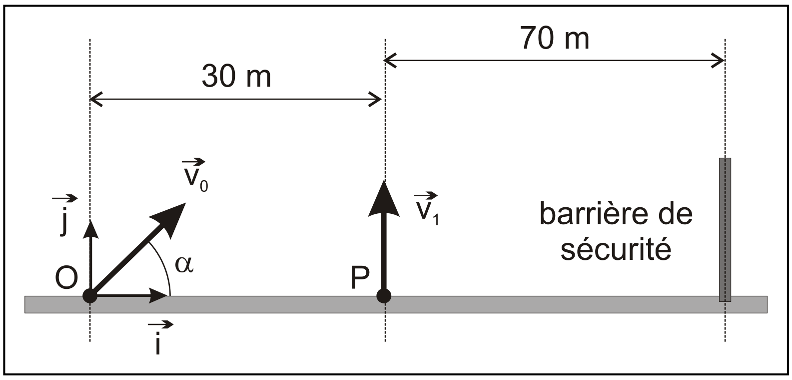
2&3 Mouvement d'une particule dans un champ de force constant

5) Un jouet permet de catapulter des pierres. Les pierres sont éjectées d'un point O avec une vitesse initiale $\vec{v}_0$ faisant un angle α avec le plan horizontal. Elles retombent 2 m plus loin au bout de 1 s sur le même plan horizontal passant par O. Quelle est la valeur de l'angle α ? (67,8°)

6) Jean étudie la chute de deux pierres : il laisse tomber la première du haut d'un immeuble de hauteur h égale à 20 m sans vitesse initiale et mesure la durée de la chute. Il lance ensuite la deuxième pierre avec une vitesse initiale horizontale $\vec{v}_0$.

1. Envisager deux référentiels : origine au pied de l'immeuble et origine au point de lancement des pierres. Établir les équations horaires de chacune des deux pierres dans chacun des deux référentiels!
2. Calculer la durée de chute de chacune des pierres. Dépend-elle du référentiel ? (2,02 s)
3. Aurait-on obtenu la même durée de chute si la vitesse initiale $\vec{v}_0$, n'avait pas été horizontale ?

7) Feu d'artifice : Deux fusées A et B sont tirées simultanément à partir du sol. La fusée A part du point O, origine du repère (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$) à l'instant $t = 0$, avec la vitesse initiale $\vec{v}_0$ située dans un plan vertical Oxy et faisant un angle α avec l'axe horizontal. La fusée B est tirée du point P avec une vitesse verticale $\vec{v}_1$.



On donne : $v_0 = 40$ m/s; $v_1 = 42$ m/s.

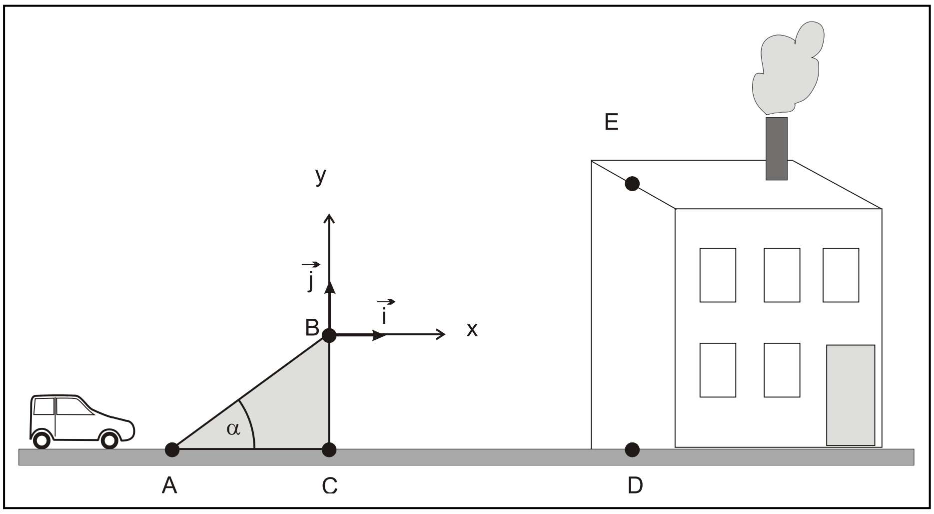
1. Etablir les équations horaires de chacune des deux fusées dans le repère (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$).
2. Les deux fusées explosent au bout de 5 s. Déterminer α, pour que l'explosion de la fusée A ait lieu à la verticale du point P. (81,4 °)
3. Quelle distance sépare les deux fusées au moment de l'explosion ? (12,3 m)
4. Si la fusée A n'explose pas, à quelle distance du point 0 retombe-t-elle ? La barrière de sécurité étant disposée comme sur la figure, les spectateurs sont-ils en sécurité ? (48,4 m)

8) Le lanceur de poids. Un athlète a lancé le poids à une distance d = 21,09 m. A l'instant t = 0, correspondant à l'instant du lancer, le poids se trouve à une hauteur h de 2 m au-dessus du sol et part avec une vitesse initiale $\vec{v}_0$ faisant un angle α de 45° avec l'axe horizontal. Le poids est assimilé à un objet ponctuel.

1. Etablir les équations horaires et l'équation cartésienne de la trajectoire en fonction de h, α, g et v_0.
2. Déterminer la valeur de la vitesse initiale en fonction de h, α, g et d. La calculer numériquement. (13,7 m/s)
3. Combien de temps le poids reste-t-il dans les airs ? (2,17 s)
4. Calculer la hauteur maximale atteinte par le poids au cours de sa trajectoire. (6,82 m)
5. Le point d'impact sur le sol est-il le plus loin possible compte tenu de la vitesse initiale ? Indication : calculer la nouvelle distance d' pour un angle de 43°.

(21,16 m pour 43°)

9) Un cascadeur doit sauter avec sa voiture (assimilée à une masse ponctuelle) sur le toit en terrasse d'un immeuble.

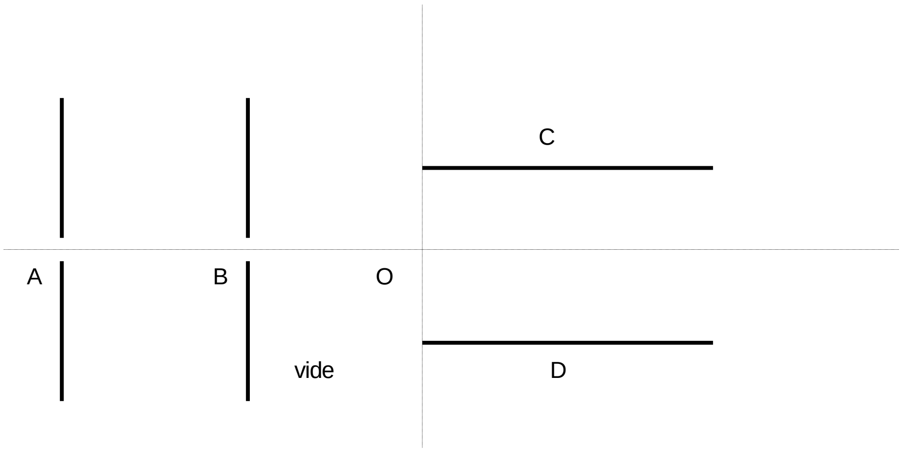


Pour cela, il utilise un tremplin ABC formant un angle α avec le sol horizontal et placé à la distance CD de l'immeuble. A l'instant initial le centre d'inertie M de la voiture quitte le point B (origine du repère) et il est confondu avec le point E à l'arrivée sur le toit. On néglige les frottements.

1. Etablir, dans le repère $(B, \vec{i}, \vec{j})$ du schéma, les équations du centre d'inertie M du système. Établir l'équation cartésienne de la trajectoire de M entre B et E.
2. Le centre d'inertie de la voiture doit atterrir sur le toit en E avec une **vitesse horizontale**. Etablir les expressions littérales de t_E, x_E et y_E en fonction de v_0 et de α. Montrer que $y_E/x_E = \frac{1}{2} \tan \alpha$ et en déduire numériquement la valeur de α. (14,9°)
3. Calculer en km/h la valeur de la vitesse v_B au sommet du tremplin pour réussir la cascade. (24,3 m/s)

Données: CD = 15 m, BC = 8 m; DE = 10 m.

10) Une particule α (= noyau ^4_2He) de poids négligeable et de charge +2e parcourt le trajet suivant :



1. En A, elle entre avec une vitesse négilgeable par un trou entre deux armatures verticales aux bornes desquelles règne une tension U_{AB}. Déterminez la polarité des plaques pour que la particule soit accélérée. Indiquez sur la figure le champ électrique $\vec{E}_1$ et la force électrique $\overrightarrow{F_{él}}$ que subit la particule.
2. Déterminez U_{AB} pour que la particule sorte en B avec une vitesse de $5 \cdot 10^5$ m/s.
3. La particule continue avec la même vitesse jusqu'en O, où elle entre au milieu de deux armatures C et D. Déterminez la polarité des plaques pour que la particule soit déviée vers le haut. Indiquez sur la figure le champ électrique $\vec{E}_2$et la force électrique $\overrightarrow{F_{él}}$.
4. Etablissez les équations horaires et l'équation cartésienne de la particule.
5. Déterminez U_{CD} pour que la particule sorte au point S d'ordonnée y_S = 1 cm, sachant que les armatures sont longues de 5 cm et distantes de 4 cm.

(2. U_{AB}=2600V ; 5. U_{CD}= -1660 V)

11) Une particule α pénètre dans le champ électrostatique uniforme créé par deux armatures parallèles et horizontales de longueur 10 cm et distantes de 6 cm. La particule pénètre au milieu des 2 armatures avec une vitesse v_o= $3 \cdot 10^5$ m/s qui fait un angle de 30° (vers le haut) avec l'horizontale.

1. Faites une figure soignée et précisez la polarité des armatures pour que la particule soit déviée vers le bas.
2. On néglige le frottement et le poids de la particule. Déterminez son accélération et déduisez-en les équations paramétriques et cartésienne (formules). Précisez la nature du mouvement et de la trajectoire.
3. Déterminez la tension qu'il faut appliquer aux armatures pour que la particule sorte du champ électrostatique à la même hauteur qu'elle y est entrée (c.-à-d. y = 0).
4. Calculez la tension accélératrice qui a été nécessaire pour amener la particule en question à la vitesse de $3 \cdot 10^5$ m/s.

(3. U=970 V ; 4. U_{acc}=930V)

12) Dans la forêt équatoriale, un jeune guerrier aperçoit un singe situé à OA=50m vol d'oiseau. Il vise l'animal, et la direction de son arc fait alors un angle de 30° avec le sol. Le singe, pas bête, se dit: «Dès que la flèche part, je me laisse tomber; ainsi elle passera au-dessus de ma tête.» Le singe est-il aussi futé qu'on veut bien le faire croire?
a) Ecrivez les équations horaires de la flèche et du singe (considérés ponctuels) en choisissant la position de la flèche avant le tir comme origine des espaces. La flèche part avec v_0=25m/s en O, à l'instant même où le singe lâche prise en A (x_A=?; y_A=?).
b) Est-ce que la flèche atteint le singe? Si oui quand (t=?) et où (x=? et y=?).
(t=2s , x=43,3m y=5,4m)

13) Nous sommes en 2028 et les Jeux Olympiques ont lieu sur Mars, où l'intensité de la pesanteur vaut 3,93 N/kg. Dans la compétition de lancer du poids, l'athlète luxembourgeois Metti Schmit lance le poids en lâchant la boule à une hauteur 2,00m sous un angle de 35°. La distance atteinte vaut 40m.
a) Choisir un repère et préciser les coordonnées du point de lancement et du point d'impact.
b) Déterminer la vitesse initiale v_0 à communiquer au poids.
c) Quelle est la vitesse au moment de l'impact
d) Lors d'un deuxième essai il lance à la même vitesse sous un angle de 40°. Quelle est la nouvelle distance?
(b) v_0=12,5m/s ; c) v_P=13,11 m/s ; d) x'=41,4m)

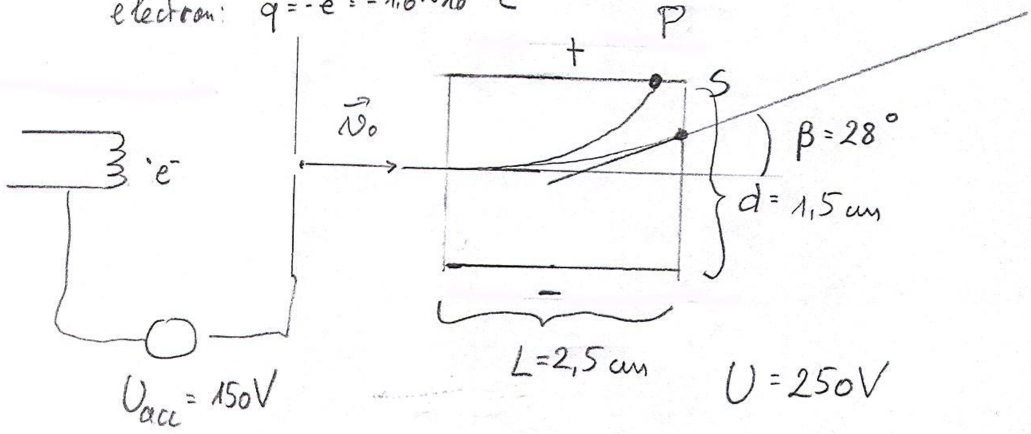
14) Un électron (*$m_{e-}=9,1\cdot10^{-31}$kg; $q_{e-}=-1,6\cdot10^{-19}$C)* est accéléré horizontalement par une tension accélératrice de U_{acc}=150V. Ensuite il pénètre en O dans le champ électrostatique créé par deux plaques horizontales écartées d'une distance d=1,5cm, de longueur L=2,5cm et soumises à une tension de U=250V. La plaque supérieure étant positive.
a) Etablir à partir d'une figure précise l'équation de la trajectoire de l'électron dans le champ de déflexion du condensateur. Remplacer E et v_0 à l'aide de U et U_{acc}.
(E=16667V/m $v_0=7,263\cdot10^6$m/s)

b) La tension de déviation est si élevée que l'électron frappe contre l'une des plaques. Calculer la distance x_p du point d'impact sur la plaque.
(x_P=0,01643m/s)

c) On augmente la tension accélératrice jusqu'à ce que les électrons sortent du champ en S avec une vitesse $\overrightarrow{v_S}$ faisant un angle β=28° par rapport à l'horizontale. Déduire la nouvelle vitesse initiale v'_0 et la nouvelle tension accélératrice U'_{acc}.
($v'_0 = 11,73\cdot10^6$ m/s, U'_{acc} = 391V)

14)

électron: $m = 9{,}1\cdot 10^{-31}\,kg$, $q = -e = -1{,}6\cdot 10^{-19}\,C$



a) accélération:

$$\frac{1}{2} m v_0^2 = e \cdot U_{acc}$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{2e\,U_{acc}}{m}} = 7{,}263\cdot 10^6\ \frac{m}{s}$$

Vitesse:

$$v_0 = 7{,}263\cdot 10^6\ \frac{m}{s}$$

déviation:

$a_x = 0$ $\quad$ $a_y = 0$

$v_x = v_0$ $\quad$ $v_y = \frac{eE}{m}\cdot t$

$x = v_0 \cdot t$ $\quad$ $y = \frac{1}{2}\frac{eE}{m}\cdot t^2$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{2}\frac{eE}{m v_0^2}\cdot x^2$$

champ électr:

$$E = \frac{U}{d} = 16\,667\ \frac{V}{m}$$

En combinant:

$$y = \frac{1}{2}\,\frac{e\,\frac{U}{d}}{m\,\frac{2e\,U_{acc}}{m}}\cdot x^2$$

$$y = \frac{U}{4d\,U_{acc}}\cdot x^2$$

b) Impact en $y_P = \frac{1}{2}d = 0{,}0075\,m$

$$\Rightarrow x_P = \sqrt{\frac{y_P\cdot 4\cdot d\,U_{acc}}{U}} = 0{,}01643\,m < L$$

c) Sortie en S tel que la vitesse fait un angle $\beta = 28°$ avec Ox

$v_{xS} = v_0$

$$v_{yS} = \frac{e\cdot\frac{U}{d}}{m}\cdot\frac{L}{v_0}$$

$$\tan\alpha = \frac{v_{yS}}{v_{xS}} = \frac{e\,\frac{U}{d}\cdot L}{m\,v_0^2}$$

$$\Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{e\,\frac{U}{d}\,L}{m\tan\alpha}} = 11{,}73\cdot 10^6\ \frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow U_{acc} = \frac{\frac{1}{2}m v_0^2}{e} = 391\,V$$