

I.P.: Mouvements des satellites

On étudie le mouvement d'un satellite dans le champ de gravitation central d'une planète de masse M.

$$G(r) = K \cdot \frac{M}{r^2}$$

Le tir du satellite se fait à partir du point A avec la vitesse initiale \vec{v}_0 perpendiculaire à la force gravitationnelle \vec{F}

On montre que l'énergie mécanique du satellite de masse m à la distance $r=OA$ vaut alors:

$$E = E_{cin} + E_{pot}$$

Référence:

$$E_{pot}=0 \text{ à l'infini.}$$

$$E = \frac{1}{2} m \cdot v_0^2 - \frac{K m M}{r}$$

$$\Rightarrow E_{pot} < 0 \text{ pour } r \text{ fini}$$

Selon la valeur de cette énergie on obtient trois types de trajectoires:

- $E > 0 \Leftrightarrow v_0 > \sqrt{\frac{2KM}{r}}$ la particule s'en va vers l'infini selon une trajectoire hyperbolique.
- $E = 0 \Leftrightarrow v_0 = \sqrt{\frac{2KM}{r}} = v_L$ la particule s'en va tout juste vers l'infini selon une parabole de sommet A.
- $E < 0 \Leftrightarrow v_0 < \sqrt{\frac{2KM}{r}}$ la particule suit une trajectoire elliptique de foyer O.

Cas particulier: $v_0 = \sqrt{\frac{KM}{r}} = v_C$ la trajectoire est circulaire.

Dans I.P. on prend:

Monde: World-Gravity-Planetary-G=1E-4 (= K modifié pour réduire la taille des trajectoires simulées)
World-Tracking-every 32 frames View: Workspace-Grid-lines View-Size: 20 m Accuracy: 0,02s

Planète: Dessiner disque (rayon 0,5m) : Double-click. x=0 y=0 vx=0 vy=0 mass=1E6kg

Satellite: Dessiner disque (rayon 0,1m): Double-click: x=4m (=rayon initial r) y=0 vx=0 vy=5m/s
Window-appearance Track center of masse Track connect ~~Track outline~~

Affichage: Measure-time, Measure-position All (clicker sur => pour avoir x=m)
Define-Vectors-Velocity-Acceleration

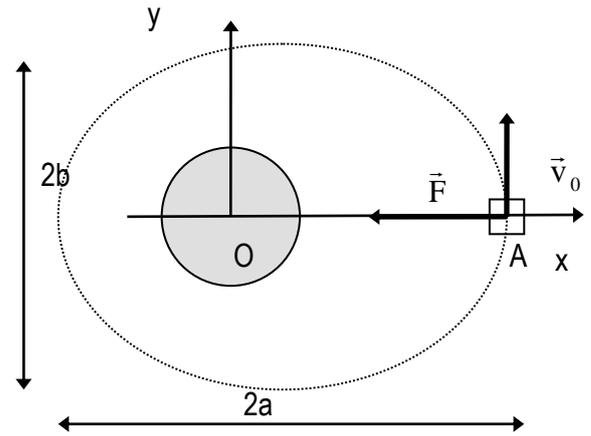
Vectors-Vector length (tous sur 0,2 c.à.d. 1m sur le plan → 5m/s ou 5 m/s²)

Prendre différents points de départs $x=x_0=r$. Fixer $v_y=v_0$ autour de la vitesse de l'orbite circulaire:

$$v_C = \sqrt{\frac{KM}{r}}$$

Rem : Pour modifier les paramètres : Double-Click !!

Utiliser la barre « video » en bas à gauche pour repérer x_1 minimal et T. Vérifier si $C = \frac{4\pi^2}{K \cdot M}$.



M/ kg	x ₀ / m	v _C	v _{y0} / m/s	T/ s	x ₁ / m	$a = \frac{1}{2} x_0 - x_1 $ (m)	$C=T^2/a^3$
1·10 ⁶	4	5	5				
1·10 ⁶	4	5	3.0				
1·10 ⁶	4	5	6.0				
1·10 ⁶	4	5	6.5				
1·10 ⁶	5	4.47	5				
1·10 ⁶	3	5.77	5				
2·10 ⁶	4	7,07	6.5				
4·10 ⁶	4	10	6.5				

View-Size 50

