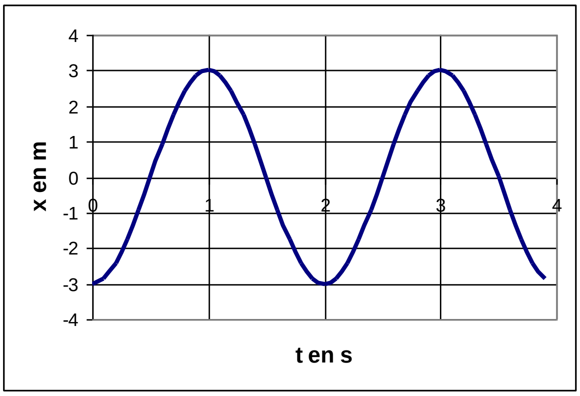
EXERCICES OSCILLATEURS

B1 Généralités & B2 Oscillateurs mécaniques



1. Donner les paramètres du pendule élastique représenté ici. Déduire la raideur k si m=0,2kg.

2. Oscillateurs:

   a) Définir ce qu'on appelle oscillateur libre et oscillateur amorti.

   b) Etudier le mouvement d'un pendule élastique horizontal non-amorti.
   - Décrire le système.
   - Etablir l'équation différentielle. Indiquer la solution générale de cette équation et vérifier sa validité.
   - Etablir les expressions des pulsations et périodes propres de l'oscillateur en fonction de ses caractéristiques.
   - Esquisser brièvement le principe d'une vérification expérimentale.

   c) On dispose d'un ressort de raideur k=20 N/m. Quelle masse doit-on y accrocher pour qu'il oscille avec une période T=1s?

3. Un ressort de suspension de voiture de raideur k et à spires non jointives est fixé avec une extrémité sur un banc d'essai. Un solide S, de masse m, fixé à l'autre extrémité du ressort peut glisser sans frottement sur une tige rigide horizontale x'x. L'abscisse du centre d'inertie G de S est repérée par rapport à la position O de G au repos. On écarte S de sa position d'équilibre et on le lâche, sans vitesse initiale, à l'instant t = 0. Son abscisse est alors $x = X_m$.

   a) Représenter schématiquement le système étudié.

   b) Faire le bilan des forces appliquées au solide S.

   c) Etablir l'équation différentielle du mouvement.

   d) En déduire l'équation horaire du mouvement de S.

   e) Ecrire cette équation horaire lorsque k = 4 kN/m, m = 100 kg et X_m = 5 cm.

   f) Calculer la période pour les mêmes données numériques.

   (e) $x(t)=0{,}05\cdot\cos(6{,}32\cdot t)$ f) $T_0 = 0{,}993$ s)

4. Un pendule élastique, constitué d'un solide de masse 200 g et d'un ressort de raideur 5 N/m, effectue des oscillations libres sur un banc à coussin d'air horizontal. L'axe des abscisses a la direction du ressort. L'origine des abscisses est la position du centre d'inertie G du solide lorsque celui-ci est au repos. L'origine des dates correspond au passage de G par l'origine des abscisses avec une vitesse de valeur 0,60 m/s dirigée dans le sens négatif de l'axe. Etablir l'équation horaire qui décrit le mouvement de G et déterminer la date de son premier passage à l'abscisse x = 3 cm.

   ($x(t)=0{,}12\cdot cos(5t+\frac{\pi}{2})$; t = 0,679 s)

5. Un pendule élastique horizontal est formé d'un ressort de raideur k = 20 N/m et d'une masse de 200 g ; à l'instant t = 0, le centre d'inertie est lancé à partir de la position x = 2 cm avec la vitesse initiale de 20 cm/s.
   Calculer la valeur de l'énergie mécanique totale de l'oscillateur à l'instant du lancement et en déduire l'amplitude des oscillations ainsi que la vitesse de passage par la position d'équilibre.

   ($E_{méc}$ = 8 mJ ; x_m = 2,83 cm ; v_m = 28,3 cm/s)

6. Un solide de masse m pouvant glisser sans frottement sur un support horizontal est fixé à un ressort de raideur k = 48 N/m. Son élongation x mesurée à partir de sa position d'équilibre est donnée par $x = a\cdot\sin(8\cdot t - 3.14)$. Pour faire osciller la masse m, on lui fournit une énergie de 0,24 J. Déterminer:

   a) La masse m du solide. (0,75 kg)

   b) L'amplitude du mouvement. (10 cm)

   c) La vitesse maximale de l'oscillateur. (80 cm/s)

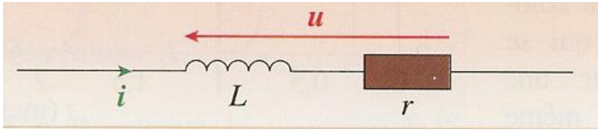
   d) L'élongation de l'oscillateur pour laquelle l'énergie cinétique est égale à la moitié de l'énergie potentielle. (±8,16 cm)

   e) La vitesse et l'accélération en ce point. (±0,46 m/s ; ±5,23 m/s^2)

B3 Inductance d'une bobine

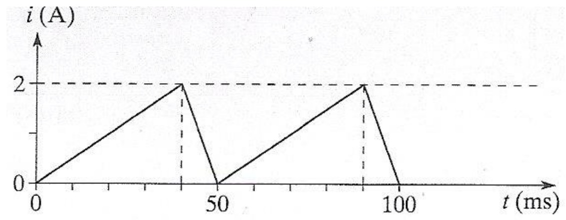
7. La tension u_{AB} aux bornes d'une bobine idéale vaut 0,9 V durant un court instant. Pendant cette période, la variation de l'intensité i du courant par rapport au temps est de 0,4 A/ms. Calculer la valeur de l'inductance L de la bobine.

8. On donne, pour la bobine représentée, L = 0,9 H et r = 5 Ω.



   a) Quelle est la valeur de u quand i est constante et vaut 2,0 A ?
   b) Si i évolue en fonction du temps suivant l'expression $i = 0{,}5 \cdot t$ (i en A et t en s) quelle sera à t = 0,2 s la valeur de u ?

9. Une bobine d'inductance L = 10 mH et de résistance négligeable est parcourue par un courant dont l'intensité i varie en fonction du temps comme l'indique la figure ci-contre. Donner l'expression de la tension u_B aux bornes de la bobine au cours des deux phases [0 ; 40 ms] et [40 ; 50 ms]. Tracer sur la figure.



B4 Oscillateurs électriques

10. On considère le circuit électrique fermé comprenant un condensateur AB de capacité C = 1 µF et une bobine d'inductance L et de résistance négligeable. La tension aux bornes du condensateur a pour expression $u_{AB} = 2 \cdot \cos(5000 \cdot t)$ [u_{AB} en V, t en s]

    a) Calculer l'inductance L de la bobine.

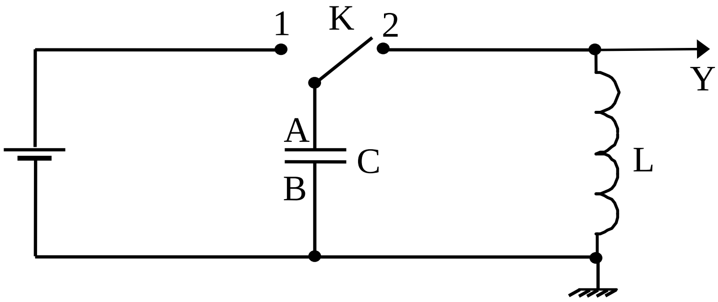
    b) Etablir successivement les expressions de la charge q(t) portée par l'armature A du condensateur et de l'intensité i(t) du courant circulant dans le circuit. Indiquer le sens positif de i sur un schéma électrique.

    c) Démontrer que l'énergie électromagnétique emmagasinée dans le circuit est constante. Calculer sa valeur numérique. En déduire la valeur de la tension u_{AB} au moment où l'intensité du courant vaut i = 8 mA.

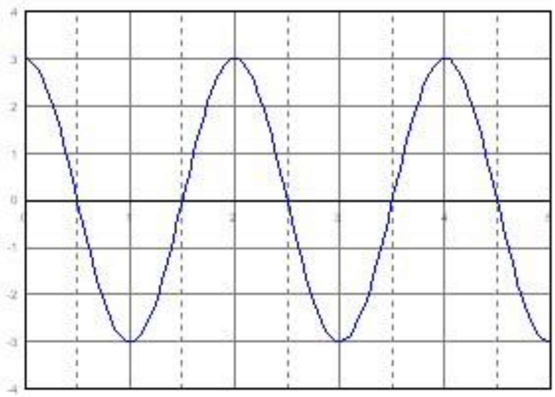
    d) Que deviennent ces oscillations, si la résistance de la bobine n'est pas négligeable ?

(<u>a :</u> L = 0,04 H ; <u>b :</u> $2 \cdot 10^{-6} \cos(5 \cdot 10^{3} t)$ <u>c :</u> E = $2 \cdot 10^{-6}$ J ; $u_{AB} = \pm 1{,}2$ V)

11. Un circuit est constitué par un condensateur de capacité C = 1,0 µF et une bobine d'inductance L et de résistance négligeable. Le condensateur est chargé sous une tension $U_{AB} = U_1 = 3{,}0$ V, l'interrupteur K étant en position 1. Il est ensuite relié à la bobine lorsque K est placé en position 2.



On étudie l'évolution, au cours du temps, de la tension instantanée $u_{AB} = u$ que l'on observe sur la voie Y de l'oscilloscope.



a) Etablir l'équation différentielle à laquelle obéit le circuit.

b) Proposer une solution de l'équation différentielle précédente et la vérifier. Comment s'appelle ω_0? En déduire son expression.

c) Déduire de l'oscillogramme u(t) représenté ci-contre la valeur numérique de l'inductance L de la bobine. La sensibilité sur la voie Y est de 1 V/division et la base de temps est réglée à 0,5 ms/division.

d) Donner l'expression de la charge de l'armature A en fonction du temps.

(L=0,101 H, $q_A(t) = 3 \cdot 10^{-6} \cdot \cos(1000\pi t)$) (Examen juin 2000)

12. Oscillateur électrique (L,C)

La décharge d'un condensateur chargé de capacité C inconnue dans une bobine d'inductance L=150mH, donne lieu à des oscillations libres de fréquence f=120Hz. Déduire la valeur de C.

13. Oscillateur électrique (L,C)

Un condensateur de capacité C=40µF est initialement chargé sous 25V. A l'instant t=0 on décharge le condensateur dans une bobine d'inductance L=0,4H.

a) Déduire l'expression numérique pour i(t).

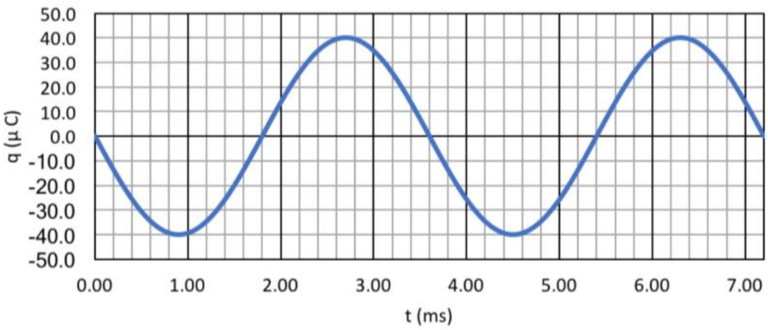
b) Tracer la courbe correspondante.

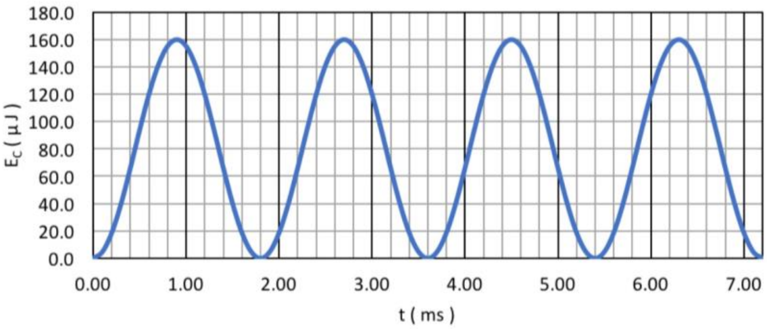
On étudie les oscillations libres dans un circuit formé d'un condensateur de capacité C et d'une bobine d'inductance L. On néglige tout échange d'énergie du système avec son environnement.

1) Dessiner un schéma annoté du circuit LC et établir l'équation différentielle des oscillations pour la charge du condensateur. (5)

2) Proposer une solution de cette équation et vérifier que c'est bien une solution de l'équation différentielle. Sous quelle condition cette solution est-elle valable ? (2)

Les deux graphiques suivants représentent l'évolution de la charge du condensateur et de son énergie électrique lors des premières oscillations dans le circuit décrit ci-dessus.





3) La période mesurée à partir du graphique qui représente la charge en fonction du temps est le double de celle mesurée à partir de l'autre graphique. Expliquer ! (2)

4) Déterminer l'équation horaire de la charge électrique du condensateur q(t) avec les valeurs numériques et en déduire l'équation i(t) du courant électrique qui circule dans le circuit dans ce cas. (5)

5) Déterminer la capacité du condensateur et l'inductance de la bobine. (2)