C1 : Relativité restreinte

"Je n'ai aucun talent particulier. Je suis simplement curieux." (Albert Einstein)

1. Les postulats d'Einstein

En 1905, Albert Einstein (1879 – 1955) publie la théorie de la relativité restreinte, laquelle se fonde sur deux hypothèses dont il étudia de façon théorique les conséquences logiques. Les résultats seront vérifiés ultérieurement par l'expérience.

a) Premier postulat : le principe de la relativité

Toutes les lois de la physique sont les mêmes dans tous les référentiels d'inertie.

Autrement dit, des expériences identiques menées à l'intérieur de n'importe quel référentiel d'inertie (= référentiel galiléen) donneront toutes les mêmes résultats. La vitesse d'un référentiel d'inertie est sans effet. Il est impossible de trancher la question : sommes-nous au repos ou en mouvement rectiligne uniforme ?

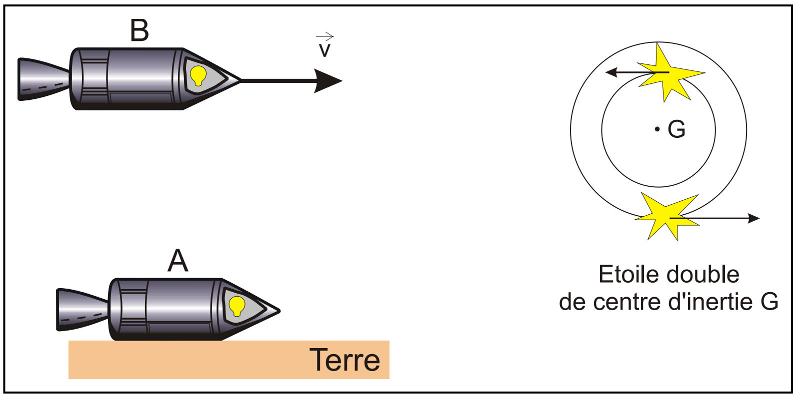
Référentiel d'inertie: Repère (O,x,y,z) en MRU qui n'est ni accéléré ni en rotation.

Exemple 1 : Un oscillateur élastique se comporte de la même manière, que vous vous trouviez au repos dans votre salon, ou dans le compartiment d'un train animé d'une vitesse constante sur un tronçon rectiligne, ou encore dans un avion en mouvement rectiligne et uniforme.

b) Deuxième postulat : Le principe de la constance de la vitesse de la lumière

La vitesse de la lumière dans le vide est la même dans tous les référentiels d'inertie. Elle est indépendante du mouvement de sa source ou de l'observateur.

Exemple 2 : Un vaisseau spatial B se déplace d'un mouvement rectiligne uniforme par rapport à un autre vaisseau A au repos par rapport à la Terre. Il observe une étoile lointaine double envoyant ses ondes lumineuses vers les deux vaisseaux. Les astronautes de A et de B mesurent la vitesse de la lumière issue de chacune des deux étoiles, ainsi que celle de la lumière issue d'une lampe se trouvant à bord de leur vaisseau.



Résultat : Ils trouvent pour toutes ces vitesses le même résultat c = 300 000 km/s.

Question : *La célérité de la lumière est-elle égale à c dans tous les milieux et tous les référentiels ?*
Faux : La célérité de la lumière n'est égale à c uniquement dans le vide et dans un référentiel galiléen.

Remarque : *Ce 2e postulat est difficile à admettre. Intuitivement on s'attend à ce que la vitesse soit mesurée par rapport à un certain milieu de propagation ou par rapport à la source.*

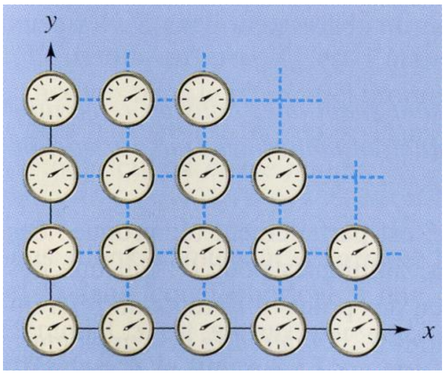
Michelson-Morley voulaient contredire l'hypothèse d'Einstein en utilisant le mouvement de la Terre. *http://galileoandeinstein.phys.virginia.edu/more_stuff/Applets/MichelsonMorley/michelsonmorley.html*

2. Définitions

Un **événement** est un phénomène qui se produit en un point de l'espace et à un instant unique dans le temps.

Un **observateur** est une personne ou un dispositif automatique pourvu d'une horloge et d'une règle. Chaque observateur ne peut relever que les événements de son entourage immédiat et doit s'en remettre à des collègues pour relever les instants correspondants à des événements distants.

Un **référentiel** est une équipe d'observateurs uniformément répartis dans l'espace de manière à ce qu'un observateur soit assez proche d'un événement pour l'enregistrer sans décalage. Tous les observateurs d'un référentiel sont fixes entre eux et utilisent des horloges synchrones.

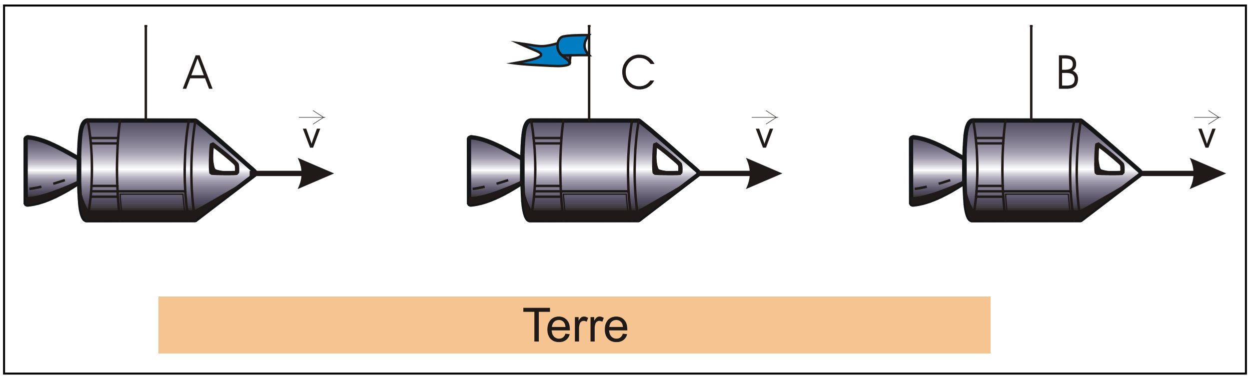


Lors de la synchronisation des horloges, chaque observateur doit tenir compte du temps de propagation du signal de mis à zéro émis par O.

3. Relativité de la simultanéité de deux événements

Faisons « l'expérience par la pensée » (« Gedankenexperiment ») suivante :

Trois astronautes à bord de leurs vaisseaux A, C (chef), B se déplacent à travers l'espace en MRU par rapport à la Terre. Les vaisseaux se suivent à des distances égales. C porte le commandement pour l'ensemble de la flotte. Les ordres sont transmis aux vaisseaux A et B au moyen d'ondes électromagnétiques se propageant à la vitesse c.



Afin de synchroniser les horloges de A et de B, C émet l'information : « Il est midi pile ! »

Les événements « A capte l'information » et « B capte l'information » sont observés d'une part par les astronautes et d'autre part par un observateur terrestre (nous-mêmes par exemple).

Qu'observent les astronautes ?

Les astronautes se voient mutuellement au repos. Les distances de A et de B par rapport à C sont identiques. Le signal électromagnétique transmettant l'information à la vitesse c est reçu simultanément par A et B, qui vont ainsi pouvoir synchroniser leurs horloges en tenant compte de la distance par rapport à C.

Qu'observons-nous ?

A va à la rencontre du signal, tandis que B fuit le signal. Comme la vitesse de propagation du signal vaut également c *pour nous*, l'information est captée d'abord par A, et puis, un peu plus tard seulement, par B. *Pour nous sur Terre,* les deux événements ne sont donc pas simultanés.

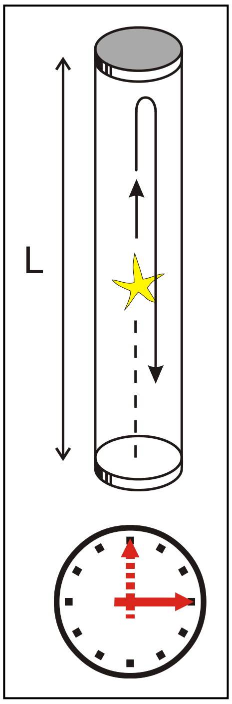
Conclusion

Deux événements séparés dans l'espace qui ont lieu simultanément dans un référentiel ne se produisent pas simultanément dans un autre référentiel en mouvement rectiligne uniforme par rapport au premier.

Discussion

* Le décalage temporel pour l'observateur terrestre est d'autant plus grand que la distance entre les deux évènements simultanées pour les astronautes **est importante dans la direction du mouvement** et **que les astronautes se déplacent rapidement.**
* Pour les vitesses inférieures à 10 % de la vitesse de la lumière, le phénomène est négligeable.
* La relativité de la simultanéité pour deux référentiels en mouvement, implique un problème pour la mesure de longueurs car mesurer la longueur d'un objet en mouvement veut dire relever deux positions séparées dans l'espace simultanément … pour quel observateur ?
* **Dans la direction perpendiculaire au mouvement les évènements restent simultanées et la longueur reste identique pour un observateur en mouvement.**

4. Dilatation du temps



Considérons une "horloge à lumière", où une impulsion lumineuse effectue des va-et-vient dans un tube entre deux miroirs parallèles distants d'une longueur L. Un mécanisme compte le nombre d'allers et retours comme dans les horloges mécaniques normales.

Embarquons cette horloge dans un vaisseau en mouvement rectiligne uniforme de vitesse v par rapport à la Terre. Supposons en plus que la vitesse soit perpendiculaire au tube de l'horloge. Elle garde donc la même longueur L dans les deux repères.

Mesurons l'intervalle de temps entre les événements "le signal part du miroir inférieur" et "le signal est reçu par le miroir inférieur"!

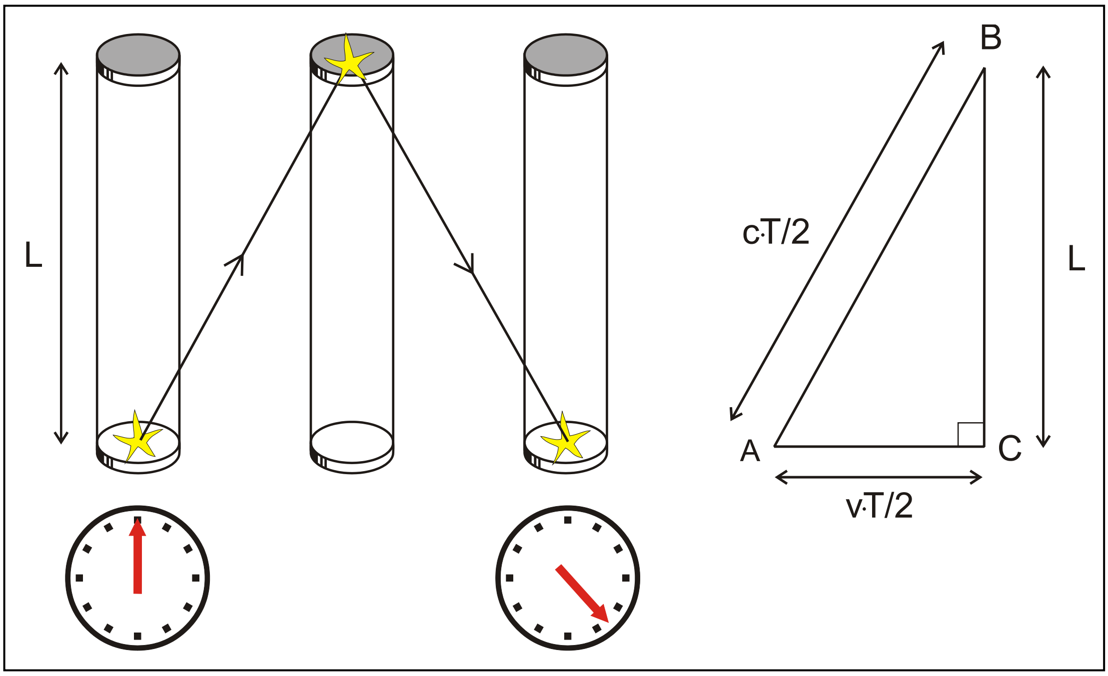
Que mesure l'astronaute ?

Pour l'astronaute, l'horloge est au repos. Le signal lumineux parcourt une distance $2L = cT_0$ entre les deux miroirs. L'intervalle de temps T_0 mesuré entre les deux événements vaut *dans le référentiel des astronautes*:

$$T_0 = \frac{2L}{c}$$

Que mesurons-nous ?

Pour nous, l'horloge est en mouvement uniforme de vitesse v et le signal parcourt un chemin triangulaire plus long. D'après le second postulat, la vitesse du signal lumineux est *pour nous* également c. Il met donc un temps $T/2 > T_0/2$ pour parcourir la distance $AB > L$ entre les deux miroirs.



Relation entre T et T_0

Le théorème de Pythagore appliqué au triangle rectangle (ABC) permet d'écrire:

$$\left(c\frac{T}{2}\right)^2 = \left(v\frac{T}{2}\right)^2 + L^2$$

Comme $L = c\frac{T_0}{2}$, il vient:

$$\left(c\frac{T}{2}\right)^2 = \left(v\frac{T}{2}\right)^2 + \left(c\frac{T_0}{2}\right)^2 \qquad | \cdot 4$$

$$(cT)^2 - (vT)^2 = (cT_0)^2$$

$$T^2 = \frac{(cT_0)^2}{c^2 - v^2} = \frac{T_0^2}{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

$$T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Comme le dénominateur est inférieur à 1, $T > T_0$.

Dans le référentiel terrestre, où on a disposé deux horloges séparées dans l'espace, l'intervalle de temps est supérieur à celui enregistré *dans le référentiel de l'astronaute*, à l'aide d'une seule horloge.

Définitions: intervalles de temps propre et impropre

La durée entre le début et la fin d'événements se produisant pour un observateur donné au même lieu de l'espace est appelée **intervalle de temps propre**. Cet intervalle est mesuré par une seule horloge se trouvant à l'endroit où les événements se produisent.

La durée entre deux événements se produisant pour un observateur donné en des lieux différents de l'espace est appelée **intervalle de temps impropre**. Cet intervalle ne peut être mesuré que par deux horloges se trouvant aux deux endroits où les événements se produisent.

Conclusion : Dilatation du temps

L'intervalle de temps impropre $\boldsymbol{\Delta t}$ mesuré dans un référentiel inertiel où les évènements ont lieu à des endroits différents est toujours supérieur à l'intervalle de temps propre $\boldsymbol{\Delta t_0}$ mesuré dans le référentiel où les deux évènements ont lieu à la même position. Si v désigne la vitesse relative entre les 2 référentiels

On écrit $\boldsymbol{\Delta t = \gamma \cdot \Delta t_0}$ avec le facteur Lorentz $\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ **> 1.**

Dans l'expérience par la pensée précédente, l'aller-retour sur l'horloge de l'astronaute se fait moins vite que l'aller-retour sur une horloge terrestre similaire au repos pour nous.

Les horloges en mouvement retardent « Bewegte Uhren gehen langsamer »

Conséquence: Tout ce qui se passe dans le vaisseau spatial (gestes quotidiens, mouvements de machines, battements du cœur et autres phénomènes physiologiques,…), en mouvement par rapport à la Terre, se déroule au ralenti pour l'observateur terrestre. **Ceci est vrai dans les deux sens, notre horloge retarde pour l'astronaute et l'horloge de l'astronaute retarde pour nous.**

Exemples numériques

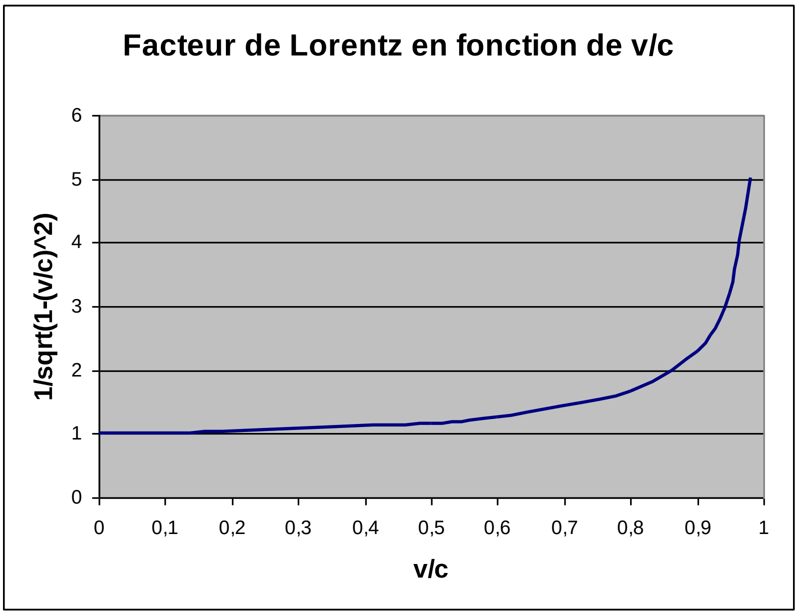
Pour le référentiel immobile, le temps du référentiel en mouvement s'écoule γ fois plus lentement.

$v = 0,1c \Rightarrow \gamma = 1,005$

$v = 0,5c \Rightarrow \gamma = 1,15$

$v = 0,9c \Rightarrow \gamma = 2,29$ (1s sur l'horloge en mouvement dure 2,29s pour l'observateur au repos)

$v = c \Rightarrow \gamma = \infty$ (l'horloge en mouvement s'arrête pour l'observateur immobile)



Discussion

* Pour les faibles vitesses (inférieures à 10 % de la vitesse de la lumière), il n'y a pratiquement pas de différence entre les indications des horloges en mouvement et de celles au repos. L'idée du temps absolu de la mécanique classique reste une approximation valable.

* Pour les vitesses approchant la vitesse de la lumière, le temps doit être considéré comme une grandeur relative, dépendant de l'observateur qui le mesure.

* Pour des photons dont la vitesse est c, le temps « extérieur » ne s'écoule plus.

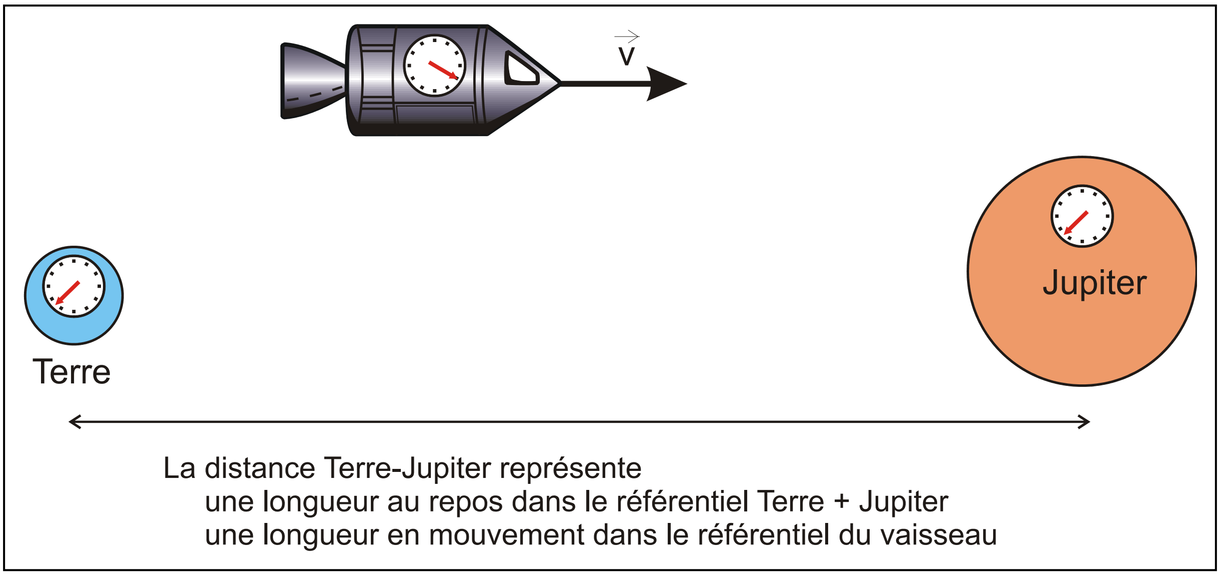
Applet : http://www.kcvs.ca/details.html?key=photonClock Film Flash Clock

5. Contraction des longueurs

Considérons un vaisseau en train de se déplacer de la Terre vers Jupiter en ligne droite et à vitesse v constante ! Admettons également que cette distance reste rigoureusement constante de sorte que l'ensemble Terre +Jupiter constitue un référentiel d'inertie, de même que le vaisseau en mouvement par rapport au référentiel Terre + Jupiter.

Mesurons la distance Terre-Jupiter dans les deux référentiels.

Connaissant la vitesse v du vaisseau, il suffit de mesurer la durée du voyage, c'est-à-dire la durée entre les événements "le vaisseau passe à la hauteur de la Terre" et "le vaisseau passe à la hauteur de Jupiter", et de calculer la distance cherchée.



Que mesure l'astronaute?

Pour l'astronaute, les deux événements se passent tout près de son vaisseau, donc au même endroit. Une seule horloge lui suffit. Il mesure la durée propre T_0.

Dans le référentiel de l'astronaute, la distance Terre-Jupiter est une longueur en mouvement. Elle est notée L et vaut:

$$L = vT_0$$

Que mesurons-nous?

Pour nous, les deux événements ne se passent pas au même endroit. Nous devons installer deux horloges synchronisées, une première horloge sur Terre et une autre sur Jupiter. Nous mesurons manifestement une durée impropre T.

Par contre *dans notre référentiel*, la distance Terre-Jupiter est une longueur au repos. Elle est notée L_0 et vaut:

$$L_0 = vT$$

Relation entre L et L_0

D'après l'équation de la dilatation du temps on a: $T_0 = T\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$

La longueur en mouvement vaut donc: $L = vT_0 = vT\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = L_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$

Comme la racine carrée est inférieure à 1, $L < L_0$.

Dans le référentiel de l'astronaute, la longueur est plus courte que *dans le référentiel terrestre*.

Conclusion : Contraction des longueurs

Une longueur mesurée dans un référentiel en mouvement est plus courte que si elle est mesurée dans un référentiel au repos.

$$\mathbf{L_{mouvement} = L_{repos} \cdot \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \qquad \text{ou à l'aide de } \gamma : \qquad \mathbf{L} = \frac{L_0}{\gamma}$$

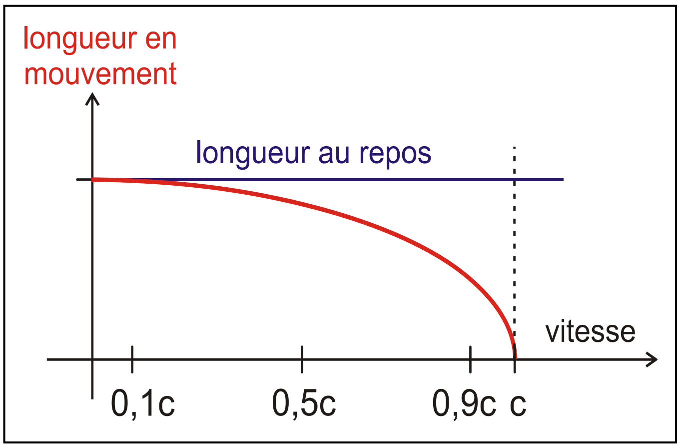
Considérons, *dans le référentiel terrestre*, une longueur initialement au repos. Lorsqu'elle se sera mise en mouvement suivant sa longueur , *nous mesurerons* une longueur plus courte.

Une longueur en mouvement raccourcit dans la direction du mouvement « Bewegte Körper schrumpfen in Bewegungsrichtung »

Discussion

* Il n'y a que les longueurs parallèles au vecteur vitesse qui dépendent du référentiel dans lequel on les mesure. La longueur L de l'horloge lumineuse perpendiculaire au mouvement reste la même dans les deux référentiels! Un cercle prend la forme d'une ellipse.

* Pour les faibles vitesses (inférieures à 10 % de la vitesse de la lumière), il n'y a pratiquement pas de différence entre les longueurs en mouvement et celles au repos. L'idée de l'espace absolu de la mécanique classique reste une approximation valable.



* Pour les vitesses approchant la vitesse de la lumière, la longueur doit être considérée comme une grandeur relative, dépendant de l'observateur qui la mesure.

* Pour les photons dont la vitesse est c, la dimension spatiale parallèle à leur déplacement a complètement disparu.
* Résumé animé : https://www.youtube.com/watch?v=sRfPst2iDcs

6. Relation entre le coefficient de Lorentz γ et la vitesse v

Coefficient de Lorentz : $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ à élever au carré

donne : $1 - \frac{v^2}{c^2} = \frac{1}{\gamma^2} \Leftrightarrow \frac{v^2}{c^2} = 1 - \frac{1}{\gamma^2} \Leftrightarrow \frac{v^2}{c^2} = 1 - \frac{1}{\gamma^2} \Leftrightarrow v^2 = c^2 \cdot (1 - \frac{1}{\gamma^2})$

à retenir : $v = c \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}}$

7. Preuve expérimentale de la dilatation du temps et de la contraction des longueurs: Expériences des muons (Rossi-Hall 1941 et Smith-Frisch 1963)

Les muons sont des particules élémentaires produites par le bombardement des protons du rayonnement cosmique sur la haute atmosphère (Link Minute physics). Ces muons négatifs sont instables et se désintègrent spontanément pour donner des électrons. Si on a N_0 muons à l'instant t = 0, on observe qu'à un instant ultérieur t il en reste

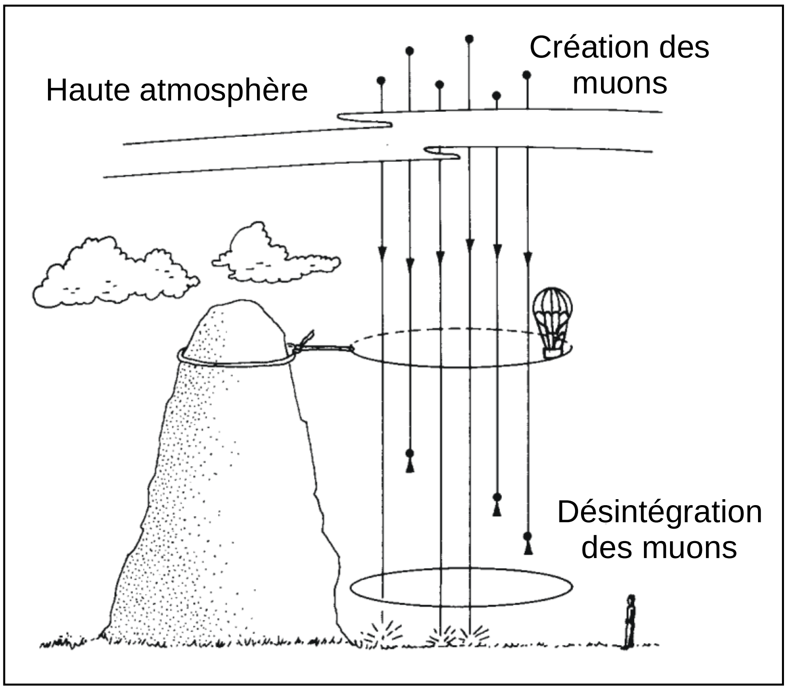
$$N = N_0 e^{-\ln 2 \cdot \frac{t}{T}} \quad \text{(cf. C4 décroissance radioactive)}$$

où T = 1,5 µs est la demi-vie des muons *mesurée dans un référentiel où les muons sont au repos*.

L'expérience consistait à compter le nombre N_1 de muons détectés par heure au sommet du Mount Washington (New Hampshire, altitude 1910 m) ainsi que celui N_2 détecté au niveau de la mer (altitude 3 m). Le compteur fut réglé pour compter les muons ayant une vitesse égale à 0,995·c. Les résultats furent les suivants:

$N_1 = 563 \pm 10$ muons et

$N_2 = 408 \pm 9$ muons.



Un calcul simple montre qu'en absence de considérations relativistes, il n'y a pas moyen d'expliquer que les muons atteignent en nombre tellement élevé le niveau de la mer. En effet, les muons mettraient $t=\frac{1907}{0,995\cdot 3\cdot 10^8} = 6,4\ \mu s$ pour parcourir les 1907 m et le nombre de muons qui atteindraient le niveau de la mer serait seulement de

$$N_2 = N_1 e^{-\ln 2\cdot\frac{6,4}{1,5}} = 29 \text{ muons.}$$

Ce n'est qu'en tenant compte de la dilatation du temps et de la contraction des longueurs qu'on obtient l'explication correcte. Pour la vitesse indiquée $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = 10.$

Explication correcte à l'aide de la dilatation du temps

La durée de demie-vie T_0=1,5 μs est la durée propre dans le référentiel du muon. ***Dans le référentiel terrestre*** il faut prendre la durée impropre dilatée $T = \gamma T_0 = 15\mu s$

Le nombre de muons correcte atteignant le niveau de la mer vaut donc:

$N_2 = N_1 e^{-\ln 2\cdot\frac{6,4}{15}} = 419$ (bonne concordance avec l'expérience)

Explication correcte à l'aide de la contraction des longueurs

Dans le référentiel du muon, la distance à parcourir du sommet du Mount Washington au niveau de la mer est une longueur en mouvement, beaucoup plus courte que la longueur L_{repos} = 1907 m *mesurée dans le référentiel terrestre*:

$$L_{mouvement} = L_{repos}\cdot\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = \frac{L_{repos}}{\gamma} = 191m$$

Cette faible distance sera parcourue en 0,64 μs. On retrouve le résultat précédent!

$$N_2 = N_1 e^{-\ln 2\cdot\frac{0,64}{1,5}} = 419$$

Remarque: importance de la dilatation du temps (et de la contraction des longueurs)

L'effet mesuré dans cette expérience est loin d'être négligeable. La désintégration des muons s'est faite à un rythme 10 fois plus lent qu'au repos. Tous les jours, les physiciens qui étudient les particules de haute énergie, travaillant sur des accélérateurs de grande puissance, ont affaire à des particules qui se désintègrent spontanément plus de 100 fois plus rapidement que les muons. Si la dilatation du temps ne jouait pas, elles se désintégreraient et disparaîtraient avant d'avoir parcouru plusieurs mètres, même en se déplaçant presque à la vitesse de la lumière. C'est parce que leur désintégration est ralentie qu'on peut les observer à plus de 100 mètres du point où ils sont produits dans l'accélérateur. On peut, en conséquence, les utiliser dans d'autres expériences. La dilatation du temps devient ainsi une affaire quotidienne pour ces physiciens.

8. Quantité de mouvement et masse

Selon le premier postulat, les lois physiques sont les mêmes dans tous les référentiels d'inertie. Les trois principes de Newton, la conservation de la quantité de mouvement ainsi que la conservation de l'énergie s'appliquent toujours et dans tous les référentiels d'inertie.

Rappel: relation fondamentale de la dynamique $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$

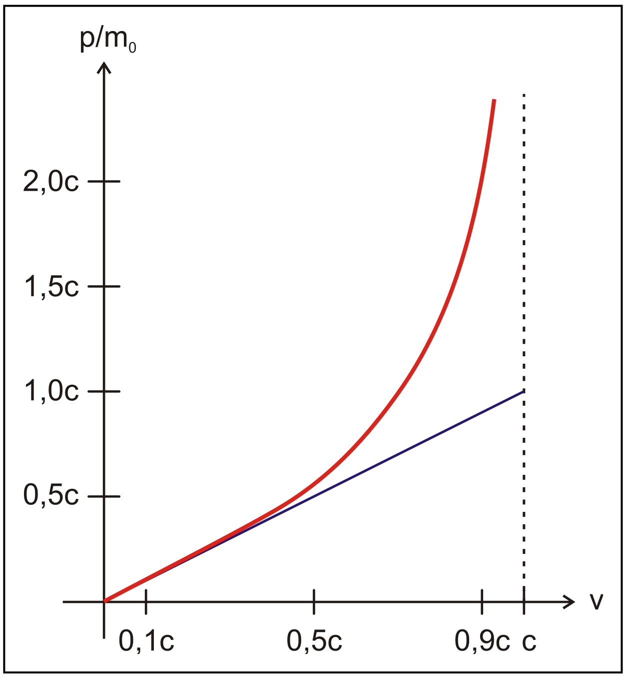
La quantité de mouvement relativiste d'une particule animée d'une vitesse v est définie par: $\mathbf{p = mv}$

m est la masse relativiste définie par: $\mathbf{m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}}$ (sans démonstration)

et m_0 et la masse propre du corps mesurée au repos.

Représentation graphique

1) en rouge: quantité de mouvement relativiste par unité de masse en fonction de la vitesse
2) en bleu: quantité de mouvement classique par unité de masse en fonction de la vitesse ($p_{classique} = m_0v$)



Discussion

* Si v = 0 alors m = m_0 qui est **la masse au repos** de la particule. Elle est égale à la masse en mécanique classique.

* Pour les faibles vitesses (inférieures à 10 % de la vitesse de la lumière), la quantité de mouvement est pratiquement égale à son expression en mécanique classique: $p \approx m_0v$. L'expression classique reste donc une approximation valable.

* Pour les vitesses approchant la vitesse de la lumière, la quantité de mouvement doit être considérée comme grandeur relativiste, dépendant de l'observateur qui la mesure.

* Lorsque v tend vers c, alors p tend vers l'infini. La dérivée dp/dt égale à la force accélératrice, tend également vers l'infini. Comme une force infinie n'existe pas, aucun corps ne peut atteindre la vitesse c. Voilà une conséquence surprenante de la relativité restreinte.

Aucune particule de masse au repos non nulle ne peut atteindre la vitesse de la lumière.

9. Energie

a) Energie totale

L'étude mathématique de la relativité restreinte a permis de montrer que **l'énergie totale d'un corps de masse m et de vitesse v** s'écrit :

$$\boldsymbol{E = m \cdot c^2 = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \cdot c^2}$$

Pour un corps au repos : $\boldsymbol{E_0 = m_0 \cdot c^2}$

La formule célèbre $\boldsymbol{E = m \cdot c^2}$ traduit l'équivalence entre masse et énergie.

Si l'énergie d'un corps diminue de ΔE, sa masse relativiste diminue de $\Delta m = \frac{\Delta E}{c^2}$**.** La masse d'un corps est une mesure de l'énergie qu'il contient. La conservation de la masse est remplacée par la conservation de l'ensemble masse-énergie.

La diminution de masse lors de la fusion ou de la fission nucléaire s'accompagne d'une libération d'énergie $\Delta E = \Delta m \cdot c^2$.

b) Energie au repos

Si v = 0 alors $E = E_0 = m_0c^2$ est **l'énergie au repos** du corps. Elle représente la somme de toutes les énergies "internes" du système considéré, c'est-à-dire l'énergie thermique, l'énergie nucléaire, l'énergie chimique, les énergies potentielles (électrique, de gravitation, élastique).

Exemple énergie au repos de m_0=1g=0,001 kg => E_0=

Energie au repos d'un électron : $m_e=9{,}1\cdot10^{-31}$kg => E_0=

Grace à l'équivalence masse-énergie on exprime parfois la masse au repos à l'aide de l'énergie.

m_e= 511 keV/c^2

c) Energie cinétique

Si v ≠ 0 alors le corps possède l'énergie $E = mc^2$ qui est la somme de l'énergie au repos E_0 et de l'énergie cinétique E_c.

L'énergie cinétique relativiste d'une particule de masse au repos m_0 et de vitesse v est définie par:

$$\mathbf{E_c = E - E_0 = mc^2 - m_0c^2 = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - m_0c^2} = (\gamma-1)\cdot m_0\cdot c^2$$

Si on connait E_c on calcule $\gamma = \frac{E}{E_0} = 1 + \frac{E_{cin}}{E_0}$ et la vitesse $v = c \cdot \sqrt{(1 - \frac{1}{\gamma^2})}$

Discussion

* Pour les faibles vitesses (inférieures à 10 % de la vitesse de la lumière), on peut montrer mathématiquement que l'énergie cinétique E_c est pratiquement égale à son expression classique ½ m_0v^2.
* Pour les vitesses approchant la vitesse de la lumière, l'énergie cinétique doit être considérée comme grandeur relativiste, dépendant de l'observateur qui la mesure.
* Lorsque v tend vers c, alors E_c tend vers l'infini.

d) Relation entre l'énergie totale et la quantité de mouvement

Energie totale: $E = mc^2 = \dfrac{m_0c^2}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}$

Quantité de mouvement: $p = mv = \dfrac{m_0v}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}} = \dfrac{E}{c^2} \cdot v$

En éliminant v on établit une relation entre E, p et E_0.

$E^2 = \dfrac{E_0^2}{1-\frac{v^2}{c^2}}$ $\quad\Leftrightarrow E^2 - E^2 \cdot \dfrac{v^2}{c^2} = E_0^2$ $\quad\Leftrightarrow E^2 = E^2 \cdot \dfrac{v^2}{c^2} + E_0^2$

$\Leftrightarrow E^2 = (m \cdot c^2)^2 \cdot \dfrac{v^2}{c^2} + E_0^2 = m^2 \cdot v^2 \cdot c^2 + E_0^2$

La relation entre l'énergie totale d'une particule, sa quantité de mouvement et son énergie au repos est: $\mathbf{E^2 = p^2c^2 + E_0^2}$

Discussion

* Pour des particules dont la masse au repos est nulle, comme par exemple le photon, l'énergie totale devient: $\boxed{\mathbf{E = pc}}$

  Les photons transportent donc de la quantité de mouvement dont il faut tenir compte lors de collisions avec d'autres particules.
* Pour des particules de très grande vitesse, E est largement supérieur à E_0, et on obtient: $\boxed{\mathbf{E \approx pc}}$
* La quantité $\mathbf{E^2 - p^2c^2 = E_0^2}$ correspond à l'énergie au repos et ne dépend pas du référentiel dans lequel on l'évalue. C'est une quantité invariante. On l'appelle **invariant relativiste** d'un corps.