B6. Interférence de diffraction d'ondes mécaniques

a) Superposition et conditions d'interférences

Si 2 ondes de même nature atteignent le point M, l'élongation résultante s'obtient en faisant la somme algébrique de leurs élongations instantanées.

$$y_M(t) = y_{1M}(t) + y_{2M}(t)$$

Cette superposition peut renforcer ou annuler le signal (cf. figure)

Expérience : Onde en phase ou en opposition de phase dans bac d'eau avec amortissement.

=> 2 ondes en phase s'amplifient et 2 ondes en opposition de phase s'annulent

Si on émet en deux points d'un milieu 2 ondes de même fréquence, l'amplitude résultante varie de manière régulière dans l'espace. Ce phénomène s'appelle interférences.

On peut observer des interférences

1) si on a 2 sources de même fréquence synchrones (=en phase) ou cohérentes (=déphasage constant) qui émettent des ondes qui se superposent
2) si on a 1 source qui émet une onde et une extrémité du milieu qui réfléchit l'onde, l'onde émise et l'onde réfléchie ont même fréquence et se superposent aussi.

Discussion : *Quand [deux signaux se rencontrent](), ils se croisent sans se gêner; leur propagation et leur forme ne sont pas modifiées après le croisement. Où est l'énergie de l'onde dans l'image B2 ?*

A1

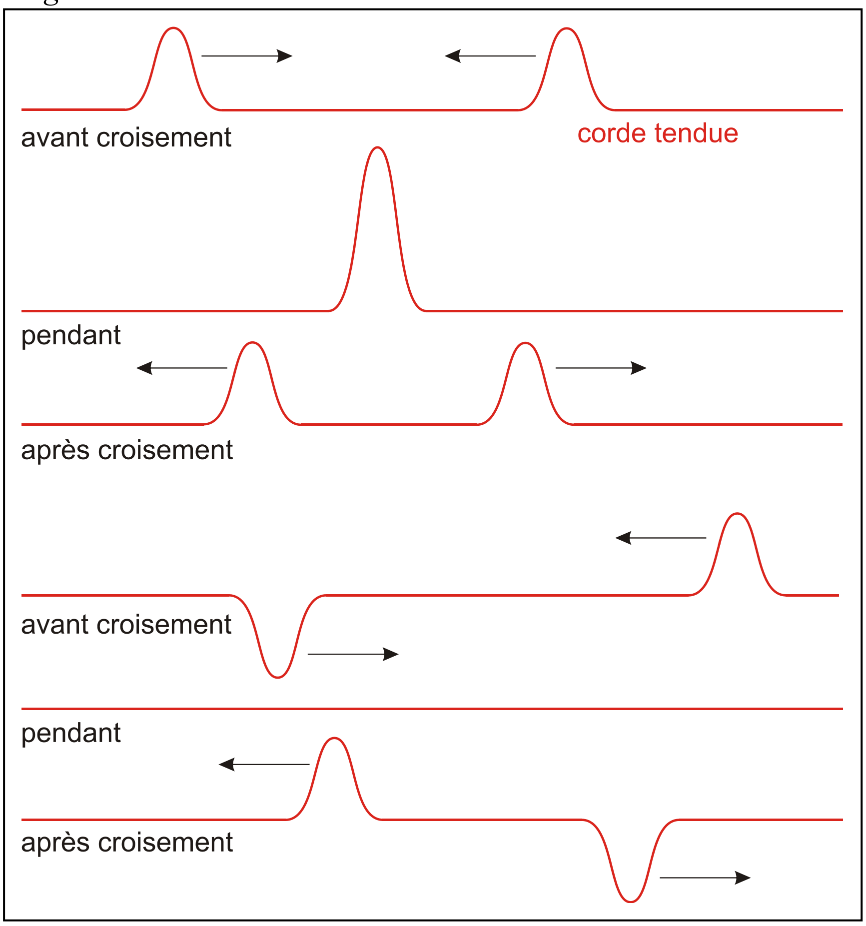
A2

A3

B1

B2

B3

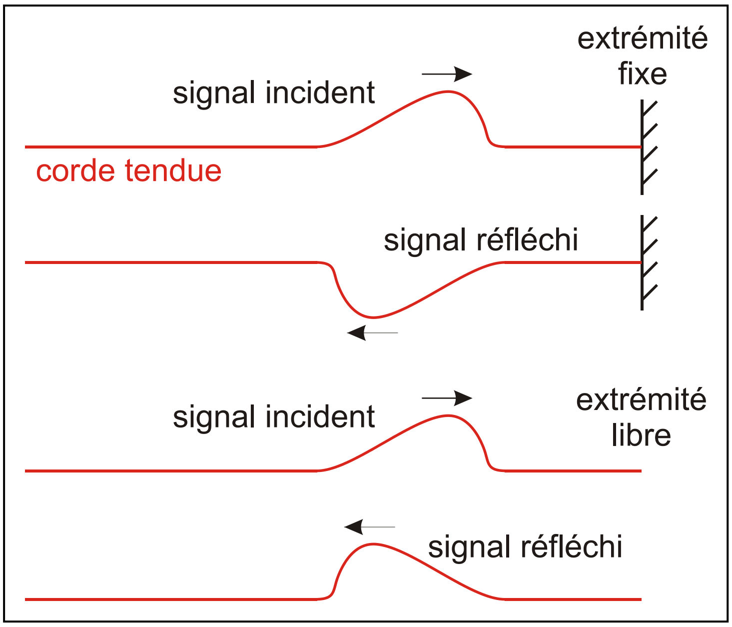


b) Réflexion d'un signal à l'extrémité d'une corde

Si un signal arrive sur une extrémité du milieu élastique il est réfléchi.

(1) Lors de la réflexion sur une extrémité fixe, l'élongation change de signe

(2) La réflexion à l'extrémité libre se fait sans changement de signe.
(Rem : Ceci fonctionne le mieux sur l'extrémité libre d'une corde suspendue)



Dans le cas d'une onde sinusoïdale, le changement de signe sur une extrémité fixe correspond à un saut de phase π. La superposition de l'onde incidente avec sa propre réflexion donne lieu à des interférences.

Expériences :

Corde avec pendule de torsion suspendu verticalement.
Distinguer les deux cas de réflexion.

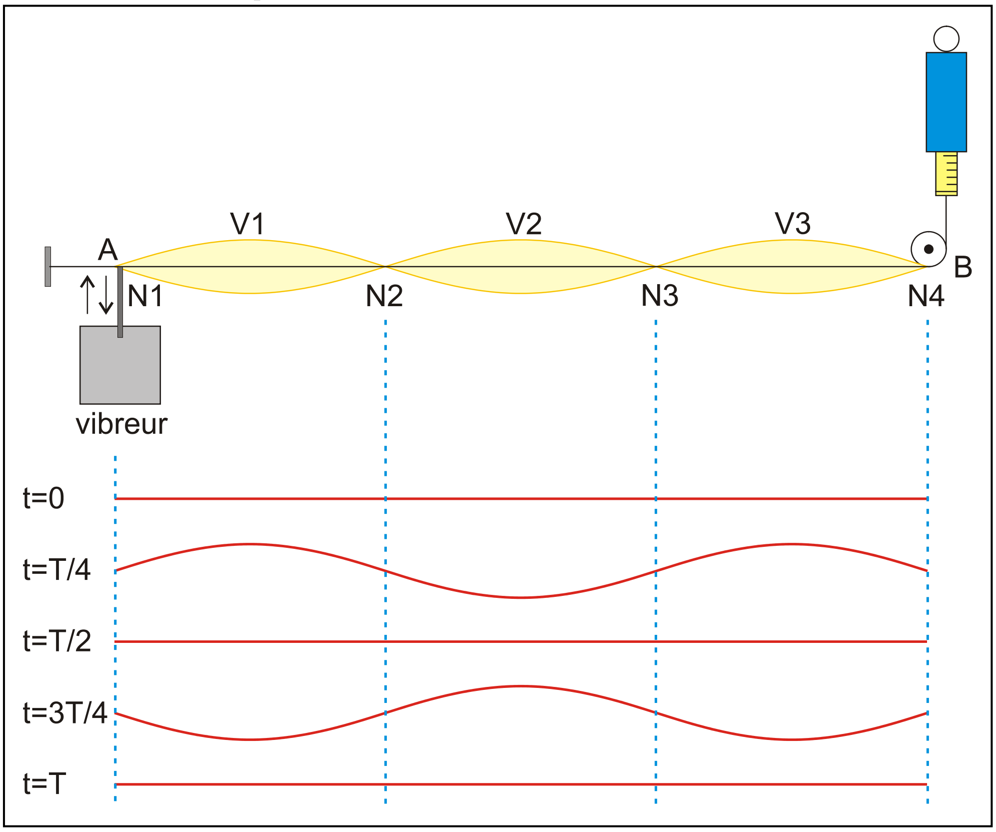
Bac à eau avec amortissement (sans réflexion) et sans amortissement (avec réflexion).
Noter la formation d'une structure spatiale stable avec des zones à agitation maximales ou minimales.

Simulations :
https://phet.colorado.edu/sims/html/wave-on-a-string/latest/wave-on-a-string_fr.html

c) Expérience de Melde

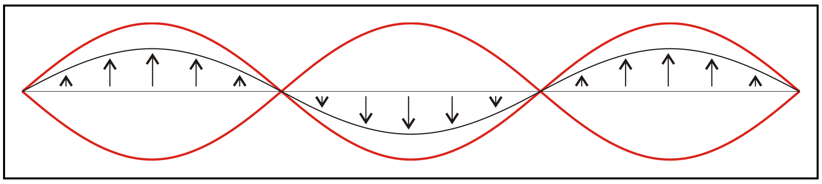
Dispositif expérimental :

L'extrémité A d'une corde tendue est animée d'un mouvement vibratoire sinusoïdal. À l'extrémité B, au contact de la poulie, naît une onde réfléchie de même fréquence et de même amplitude qui se propage en sens inverse. On peut varier la longueur utile AB de la corde, la tension F de la corde et la fréquence f du vibreur.



Pour une fréquence f convenable, on voit un nombre entier de fuseaux de longueur $\lambda/2$.

Ces fuseaux ne semblent pas se déplacer, on parle de formation **d'ondes stationnaires.**



Vu de loin, le système paraît immobile; il n'y a pas de progression le long de la corde: le phénomène est appelé **onde stationnaire**. L'éclairage stroboscopique permet de voir que la corde se déforme sur place. Deux fuseaux voisins vibrent en opposition de phase.

Aux **ventres** (V1,V2,V3) l'onde incidente et l'onde réfléchie arrivent constamment **en phase:** il y a **interference constructive** et l'amplitude est maximale.

Aux **noeuds** (N1,N2,N3,N4) l'onde incidente et l'onde réfléchie arrivent constamment en **opposition de phase**: il y a **interference destructive** et l'amplitude est nulle.

Simulation: 1) Formation d'ondes stationnaires 2) Expérience de Melde en résonance

c1) Formule pour la fréquence et instruments à corde

Si la corde AB=L porte n fuseaux entiers de longueur λ/2 on obtient :

$$L = n \cdot \frac{\lambda}{2} = n \cdot \frac{cT}{2}$$

$$2L = n \cdot c \cdot T$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{n \cdot c}{2L}$$

$$\boxed{f = \frac{n}{2L} \cdot \sqrt{\frac{F}{\mu}}}$$ avec n= nombre de fuseaux, F = tension de la corde en N et μ=masse linéique en kg/m

Pour un instrument à corde, le mode de vibration

n= 1 donne le son fondamental

n=2 on obtient la 1ère harmonique de fréquence double

n=3,4,.. on obtient les autres harmoniques plus aigues de fréquence triple, quadruple, .. du son fondamental

Les différents modes de vibration peuvent exister ensemble. Un tel mélange définit le timbre du son de l'instrument.

La hauteur du son fondamental augmente si

- la tension F augmente
- la masse linéique de la corde μ diminue (corde plus fine)
- la longueur de la corde L est raccourcie

Expérience :

Monocorde avec différentes tensions

Analyse Fourier (Pasco), Apps Handy : phyphox et soundoscilloscope (google play)

Applet :

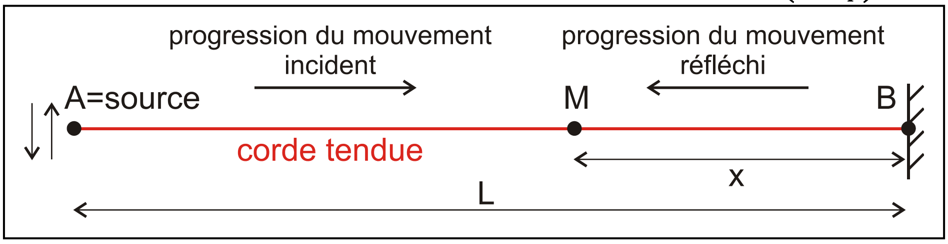
Onde stationnaire sur une corde : http://www.falstad.com/loadedstring/

Onde stationnaire sur une barre : http://www.falstad.com/barwaves/ (pas au programme)

Synthèse d'un son selon Fourier: http://www.falstad.com/fourier/ (pas au programme)

c2) Etude théorique

La source A présente un mouvement d'élongation : $y_A(t) = Y_O \sin\left(2\pi\frac{t}{T}\right)$



Un point M de la corde AB est **repéré par son abscisse x à partir de l'extrémité fixe B.**

À chaque instant t, deux mouvements se superposent en M:

celui issu directement de la source A $\quad y_{inc}(x;t) = Y_O \sin\left(2\pi(\frac{t}{T} - \frac{L-x}{\lambda})\right)$

celui réfléchi par l'obstacle fixe B $\quad y_{réfl}(x;t) = Y_O \sin\left(2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{L+x}{\lambda}\right) + \pi\right)$

(Lors de la réflexion l'élongation change de signe, ce qui revient mathématiquement à ajouter π à la phase !)

L'élongation résultante du point M est : $\quad y_M = y_{inc} + y_{réfl}$

Comme $\sin p + \sin q = 2\sin\frac{p+q}{2}\cdot\cos\frac{p-q}{2}$ (formules trigonométriques)

on prend :p=$2\pi(\frac{t}{T} - \frac{L-x}{\lambda})$ et q= $2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{L+x}{\lambda}\right) + \pi$

d'où $\frac{p+q}{2} = \ldots$

et $\frac{p-q}{2} = \ldots$

Il en résulte :

$$y_M(x;t) = 2Y_O \cdot \sin\left(2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{L}{\lambda}\right) + \frac{\pi}{2}\right) \cdot \cos\left(2\pi\frac{x}{\lambda} - \frac{\pi}{2}\right)$$

Or cos (α-π/2) = sinα et sin (α+$\frac{\pi}{2}$) = cos α

$$\Rightarrow y_M(x;t) = 2Y_O \cdot \cos\left(2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{L}{\lambda}\right)\right) \cdot \sin\left(2\pi\frac{x}{\lambda}\right)$$

$$y_M(x;t) = A(x) \cdot \cos\left(2\pi\frac{t}{T} + \Phi\right)$$

Le point M situé en x=MB effectue donc un mouvement harmonique

(1) de période T égale à la source avec une phase initiale $\Phi = -2\pi\frac{L}{\lambda}$ = constante

(2) d'amplitude A(x)=$2Y_O \sin\left(2\pi\frac{x}{\lambda}\right)$ c'est-à-dire modulé suivant l'axe des x

Applet http://www.walter-fendt.de/html5/phde/standingwavereflection_de.htm

Les nœuds d'amplitude A(x)=0 se forment aux positions

$$\sin\left(2\pi\frac{x}{\lambda}\right) = 0 \Leftrightarrow 2\pi\frac{x}{\lambda} = k\pi \Leftrightarrow x = k\frac{\lambda}{2}$$ avec $k \in \mathbb{N}$ et $0 \leq x \leq L$

Les ventres d'amplitude $A(x)=2 \cdot Y_0$ se trouvent aux positions

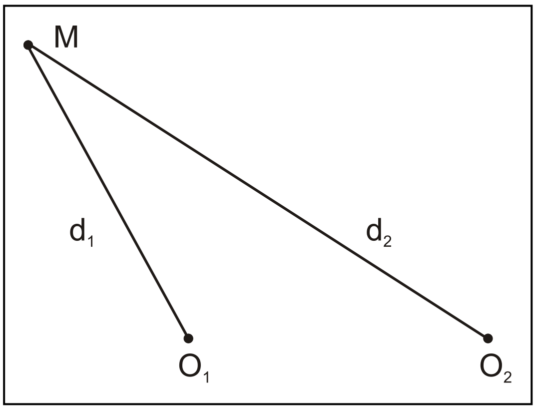
$$\sin\left(2\pi\frac{x}{\lambda}\right) = \pm 1 \Leftrightarrow 2\pi\frac{x}{\lambda} = (2k'+1)\cdot\frac{\pi}{2} \Leftrightarrow x = (2k'+1)\cdot\frac{\lambda}{4}$$ avec $k' \in \mathbb{N}$ et $0 \leq x \leq L$

La longueur d'un fuseau (distance entre 2 nœuds consécutifs) est donc égale à λ/2.
Les ventres se trouvent au milieu entre deux nœuds consécutifs.

d) Interférence dans un milieu à 2 dimensions (surface d'eau)

Une fourche munie de deux pointes animée par un vibreur effectue un mouvement sinusoïdale. Les 2 sources O_1 et O_2 ont même fréquence et sont cohérentes. Elles font naître à la surface de l'eau des ondes circulaires qui se superposent. A la surface libre du liquide on observe des lignes ou des **franges d'interférence hyperboliques.**
Simulation : 2 pointes mesure du déphasage
Films : 1 pointe => onde circulaire 2 pointes => franges d'interférence stationnaires

Représentation : f=10Hz, O_1O_2=4cm et v=20cm/s ⇒ λ=0,2/10=0,02m= 2cm



Interprétation:

Mouvement des 2 sources:

$$y_{O_1}(t) = y_{O_2}(t) = Y_O \sin\left(2\pi \frac{t}{T}\right)$$

Un point M situé à la distance d_1 de O_1 et d_2 de O_2 subit la superposition des 2 ondes.

$$y_1(t) = Y_O \sin\left(2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{d_1}{\lambda}\right)\right)$$

$$y_2(t) = Y_O \sin\left(2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{d_2}{\lambda}\right)\right)$$

Le movement resultant **$y = y_1 + y_2$** dépend de la difference entre les deux phases Φ_1 et Φ_2

Interférence constructive = amplitude maximale si les deux ondes arrivent en phase

$$\Phi_1 = \Phi_2 + n\cdot 2\pi$$

$$2\pi\frac{t}{T} - 2\pi\frac{d_1}{\lambda} = 2\pi\frac{t}{T} - 2\pi\frac{d_2}{\lambda} + n\cdot 2\pi$$

$$\frac{d_2}{\lambda} - \frac{d_1}{\lambda} = n$$

$$\delta = d_2 - d_1 = n\cdot\lambda \quad \text{avec } n\in\mathbb{Z}$$

Pour n=0 on obtient la médiatrice = frange centrale maximale
Pour $n=\pm 1\,;\pm 2$, ... on a une famille d'hyperboles de foyer O_1, O_2

Interférence destructive = amplitude minimale si les deux ondes arrivent en opposition de phase

$$\Phi_1 = \Phi_2 + \pi + n'\cdot 2\pi$$

$$2\pi\frac{t}{T} - 2\pi\frac{d_1}{\lambda} = 2\pi\frac{t}{T} - 2\pi\frac{d_2}{\lambda} + \pi + n'\cdot 2\pi$$

$$\frac{d_2}{\lambda} - \frac{d_1}{\lambda} = \frac{1}{2} + n'$$

$$\delta = d_2 - d_1 = \frac{\lambda}{2} + n'\cdot\lambda \quad \text{avec } n'\in\mathbb{Z}$$

Pour $n'=0\,;\pm 1\,;\pm 2$, ... on a une famille d'hyperboles de foyer O_1, O_2

Conclusion : Lorsque les ondes issues de deux **sources synchrones** interfèrent, on observe une **figure d'interférence stationnaire**, c.-à-d. fixe dans le temps.

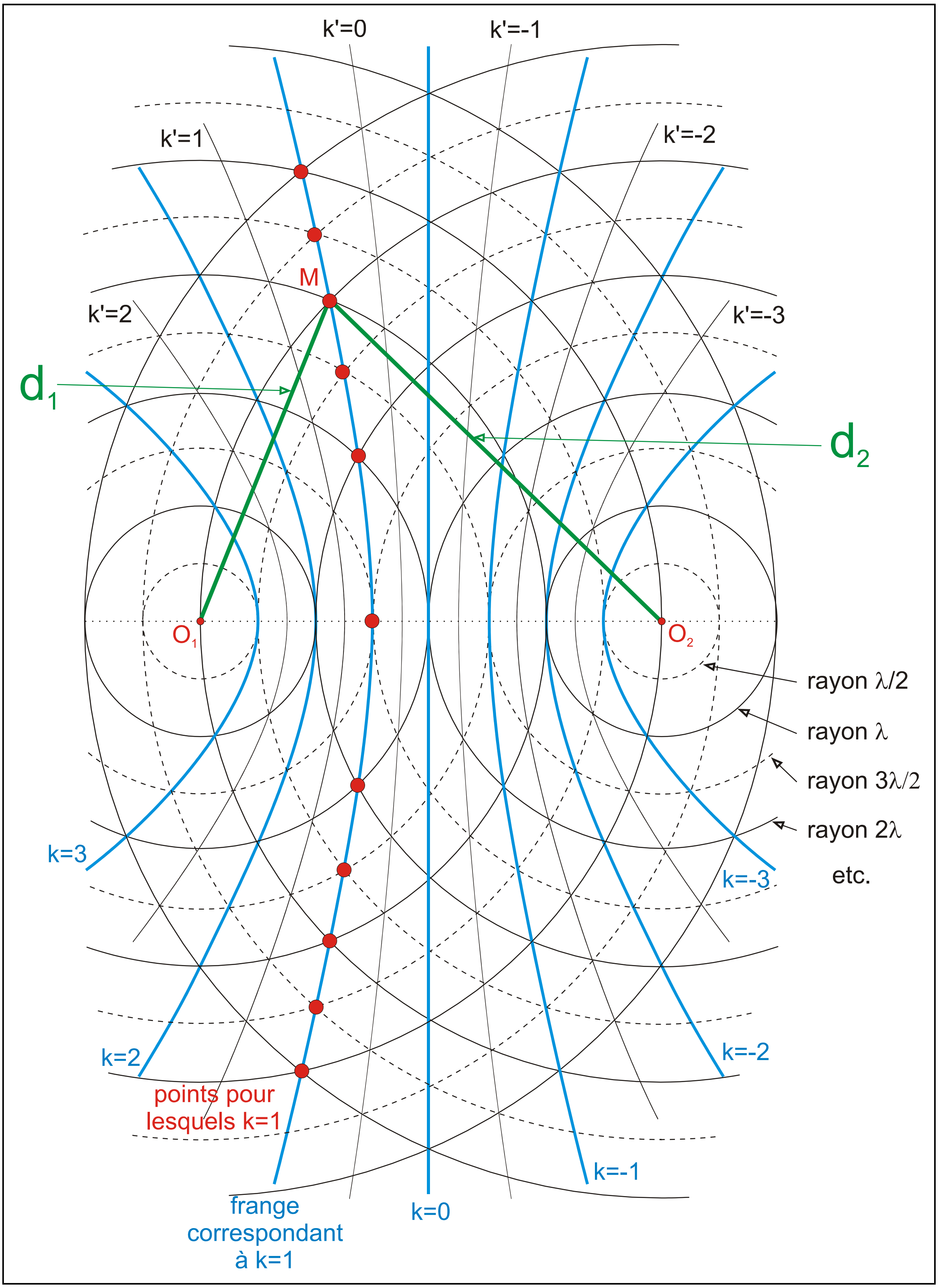
L'amplitude d'oscillation d'un point M dépend de la différence de marche $\delta = d_2 - d_1$.

δ = nb entier de λ => amplitude $2\cdot Y_0$

δ = nb impair de $\frac{\lambda}{2}$ => amplitude 0

Simulation: https://phet.colorado.edu/fr/simulation/wave-interference

Principe de construction: O_1O_2=8cm λ=2cm

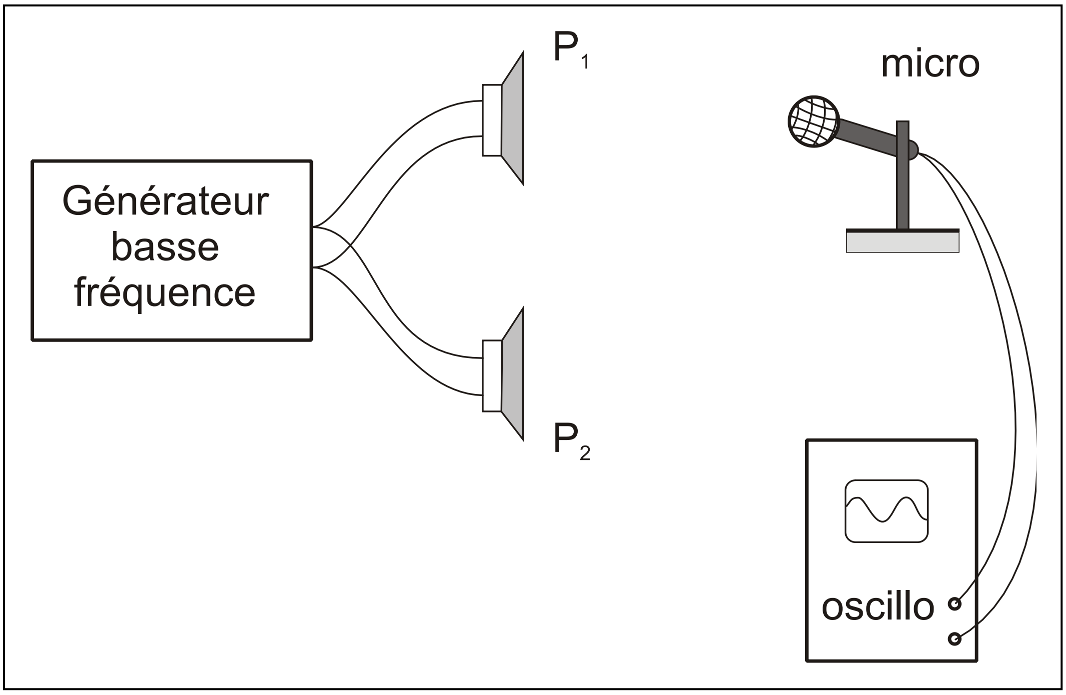


http://www.walter-fendt.de/html5/phfr/interference_fr.htm

e) Interférence dans un milieu à 3 dimensions (ondes sonores)

Expérience

Deux haut-parleurs P_1 et P_2, alimentés à la même fréquence f = 1500 Hz, sont placés l'un à côté de l'autre. On déplace un microphone relié à un oscilloscope entre les 2 hauts-parleurs. Les ondes sonores longitudinales se superposent. Le signal reçu par le microphone est toujours sinusoïdale de fréquence f=1500Hz.



L'amplitude dépend de la position M du microphone. Si on déplace le microphone p.ex. entre les 2 haut-parleurs (ou n'importe où dans l'espace) on détecte alternativement des minimums et des maximums de vibrations.

Conclusion :

De nouveau l'amplitude sonore au point de mesure M dépend de la différence de marche $\delta = d_2 - d_1$.

δ = nb entier de λ => amplitude $2 \cdot Y_0$

δ = nb impair de $\frac{\lambda}{2}$ => amplitude 0

Mesure :

Entre les 2 haut parleurs l'écart entre deux minimas successifs est égal à $\frac{\lambda}{2}$.

Calcul théorique : $\lambda = c/f = 340/1500 = 0{,}23$ m

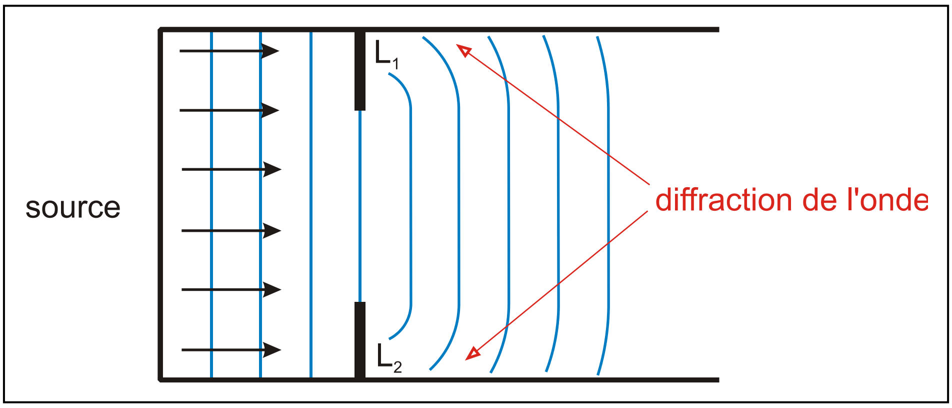
Applet : Pour 2 enceintes PC : http://www.falstad.com/interference/

Attention : L'amplitude d'une onde décroit avec la distance aux haut-parleurs et le résultat est facilement influencé par les réflexions d'autres objets.

f) Diffraction des ondes mécaniques

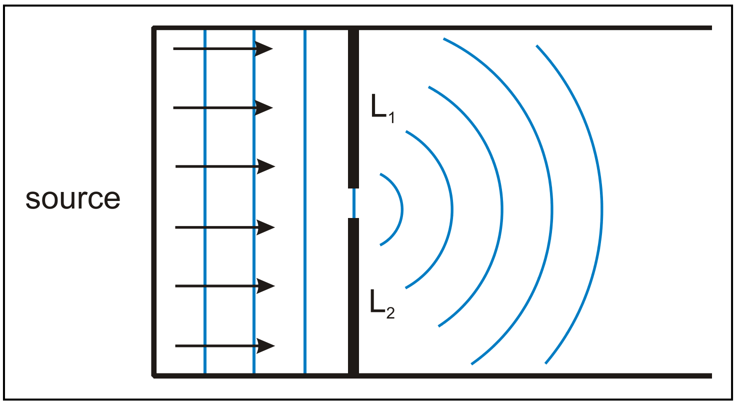
Expérience : Onde planes dans une cuve au passage d'une ouverture règlable.

* **1er cas:** la largeur de l'ouverture est grande comparée à la longueur d'onde λ.



Les ondes se propagent dans la seconde partie de la cuve sans perturbation importante. Aux bords cependant, on observe la diffraction des ondes.

* **2e cas:** la largeur de l'ouverture est de l'ordre de grandeur de la longueur d'onde (**fente**.)



Au niveau de la fente, l'onde plane donne naissance à une **onde fortement diffractée**. La fente se comporte comme une source ponctuelle d'ondes circulaires.

* **Propriétés de l'onde diffractée**

L'onde diffractée a même fréquence que l'onde incidente.

Les deux milieux de propagation étant identiques, les deux ondes ont même célérité.

Les deux ondes ont donc aussi même longueur d'onde.

Explication : Principe de Huygens

Chaque point M atteint par le front d'onde se comporte comme une source ponctuelle qui émet une onde circulaire élémentaire. Les ondes élémentaires émises par les points M voisins se superposent pour former l'onde résultante derrière l'obstacle ou le passage vers un autre milieu.

Applet geogebra : Réfraction selon Huygens   Applet geogebra : Diffraction Trou

https://www.youtube.com/watch?v=1bHipDSHVG4 (=> interférence lumineuse B7)