

B3. Propriétés d'une bobine parcourue par i variable

Expérience préliminaire : Lampe & résistance et lampe & bobine en parallèle.

a) Expérience : Mise en évidence de la tension induite

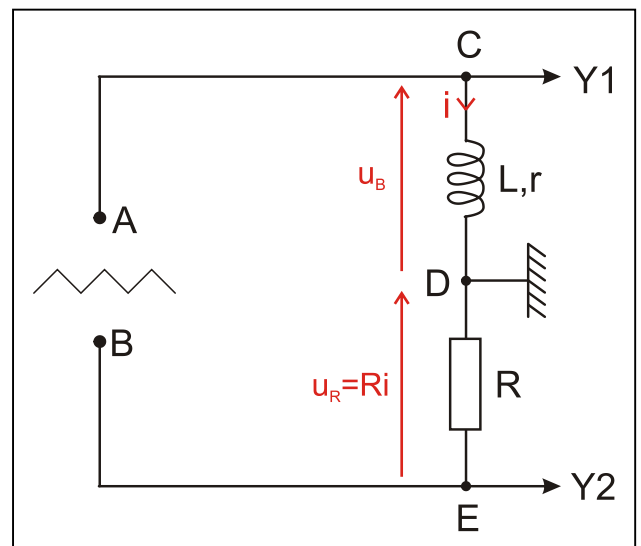
Un circuit comprenant une résistance R et une bobine de faible résistance interne $r \approx 0\Omega$ est alimentée par une **tension u_{AB} triangulaire**.

En C et E on connecte les entrées Y1 et $\overline{Y2}$ (inversé) d'un oscilloscope pour mesurer les tensions (convention récepteur) par rapport à la masse commune D.

Y1 : Tension bobine $u_{CD} = u_B = L \cdot \frac{di}{dt}$

$\overline{Y2}$: Tension résistance $u_{DE} = u_R = Ri$

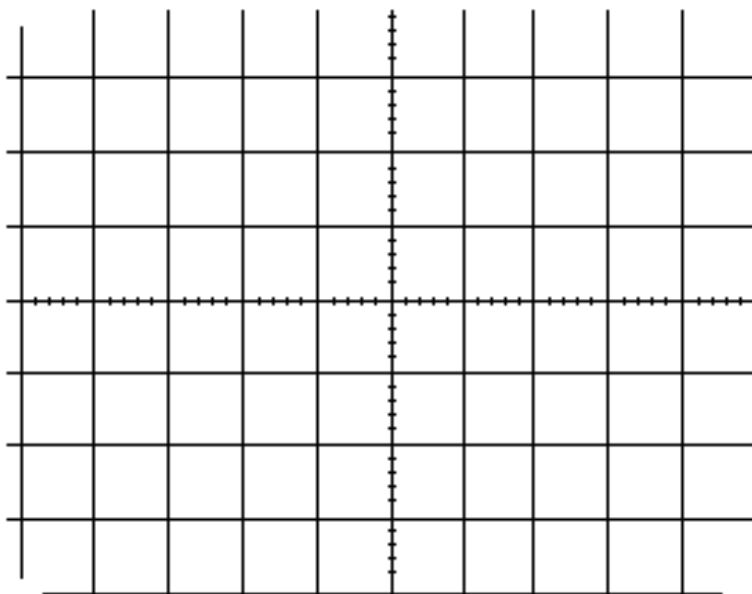
La tension aux bornes de R varie de manière triangulaire proportionnellement à $i(t)$.



Observations :

On observe sur l'écran de l'oscilloscope les évolutions des tensions Y1 et $\overline{Y2}$

Bobine courte N=300, f= Hz



$R = 120\Omega$

Pour u_R croissant :

u_R augmente de V en s

i augmente de A en s

$di/dt =$ A/s

Tension bobine : $u_B =$ V

Rapport : $L = \frac{u_B}{\left(\frac{di}{dt}\right)} =$ H

Pour u_R décroissant on a les mêmes valeurs sauf que $di/dt < 0$ et $u_B < 0$. Le rapport L reste positif.

Réflexions :

Lorsque $i \sim u_R$ augmente suivant une fonction affine, u_B est constante et positive.

Lorsque $i \sim u_R$ diminue suivant une fonction affine, u_B est constante et négative.

C'est le taux variation de i qui influence u_B respectivement la dérivée $\frac{di}{dt}$.

On fait varier $\frac{di}{dt}$ en changeant l'amplitude et la fréquence du générateur. La tension u_B double si on double le taux de variation de l'intensité de courant.

b) Définition de l'inductance d'une bobine sans résistance interne

On constate pour une bobine sans noyau de fer et de résistance négligeable:

Il y a proportionnalité entre u_B et $\frac{di}{dt} \Leftrightarrow u_B = L \frac{di}{dt}$ où L est le facteur de proportionnalité.

$L = \frac{u_B}{(\frac{di}{dt})}$ s'appelle **inductance de la bobine**. Elle dépend des dimensions de la bobine et du nombre de spires. L'unité S. I. de l'inductance est le **henry (H)**.

Les valeurs minuscules i, u désignent des valeurs variables. I et U la valeur efficace ou fixe.

(Hors programme): Application de la loi de Faraday de II^e à solénoïde long

$$\text{Champ : } B = \mu_0 \frac{NI}{\ell} \text{ en T} \quad \text{Flux: } \Phi = B \cdot N \cdot S = \mu_0 \frac{N^2 I}{\ell} \cdot S \text{ en Wb} = \text{Tm}^2$$

Si le courant varie, B varie proportionnellement à i. Or d'après la loi de Faraday on sait que si le flux dans la bobine varie, elle se comporte comme un générateur et produit une force électromotrice auto-induite (auto=produite par le courant qui traverse la bobine elle même)

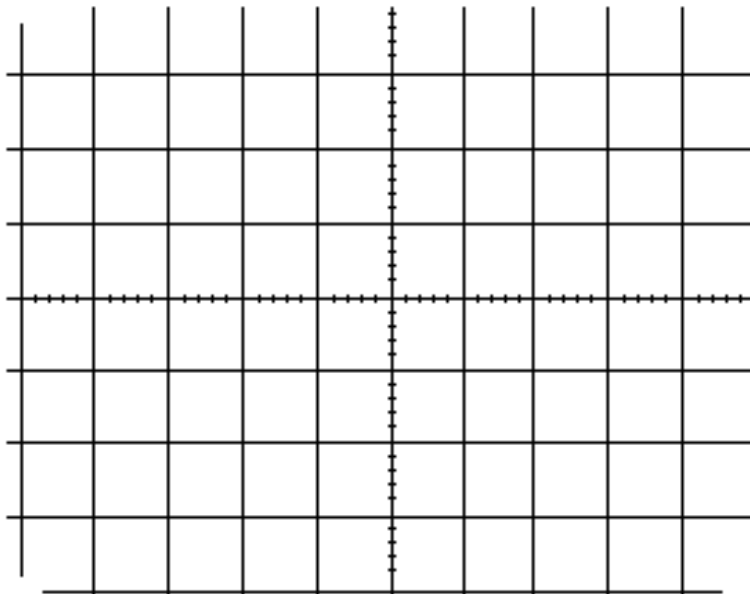
$$\text{Fém(convention générateur) : } e = - \frac{d\Phi}{dt} = -\mu_0 \frac{N^2}{\ell} \cdot S \cdot \frac{di}{dt}$$

$$\text{Tension bobine(convention récepteur) : } u_B = -e = + L \cdot di/dt$$

$$\text{avec } \boxed{L = \mu_0 \frac{N^2}{\ell} \cdot S} = \frac{\Phi}{I} \text{ en H} = \text{Tm}^2/\text{A}$$

Rem :

- 1) Si la bobine comporte un noyau de fer, la perméabilité μ augmente et ainsi B et L sont amplifiés. Cependant B et I ne sont plus strictement proportionnels et L dépend de la fréquence du signal appliqué.
- 2) Noter qu'une tension continue appliquée à une bobine de faible résistance conduit à une intensité élevée !! Pour faire intervenir l'inductance il faut appliquer une tension variable.
- 3) Déconnecter une bobine traversée par un courant provoque un di/dt élevé et une surtension.

Application : Mesure bobine cylindrique par Oscillo et RLC-mètre.**N= 120 spires****Diamètre: d=90 mm, rayon: r=****Section: $S = \frac{\pi}{4} d^2 =$** **longueur: $l = 41\text{cm} =$** **f=2500 Hz****Calcul théorique : $L = \mu_0 \frac{N^2}{\ell} \cdot S =$ mH****Mesure RLC-mètre : $L =$** **Résistance interne : $r =$** **R= 120Ω,****Pour u_R croissant :** **u_R augmente deV en ... s** **i augmente deA en ... s** **$di/dt =$ A/s****Tension bobine : $u_B =$ V****Rapport : $L = \frac{u_B}{\left(\frac{di}{dt}\right)} =$ H****Bobine courte: N=600 spires, f=500 Hz $L_{théo} =$** **H (avec RLC mètre)**

La courbe de tension de la bobine correspond à un signal rectangulaire. Le fait que les lignes sont légèrement inclinées résulte de la résistance interne de la bobine. On lit les valeurs de u_B à l'instant où $i=0$.

c) Loi d'Ohm d'une bobine

Lorsqu'on ne peut pas négliger la résistance r de la bobine, on ajoute à la tension $L \frac{di}{dt}$ la tension ri sur la résistance interne. On obtient la loi d'Ohm pour une bobine sans noyau de fer :

$$u_B = ri + L \frac{di}{dt} \quad (\text{Loi d'Ohm d'une bobine})$$

Schéma :

Si $r \approx 0$, $u_B = L \frac{di}{dt}$ la bobine est alors appelée **inductance pure**.

Noter que si le courant i ne varie plus, la bobine se comporte comme une **résistance pure** $u_B = r \cdot i$. Si une bobine est branchée sur une tension continue, le courant peut devenir élevé et brûler la bobine !!

d) Energie magnétique emmagasinée par une bobine

(1) Puissance électrique instantanée reçue par une bobine

Rappel de la classe de 2^e : La puissance électrique P reçue par un récepteur traversé par un courant d'intensité I , et aux bornes duquel règne la tension U , s'écrit : $P = UI$.

Si la puissance varie au cours du temps, la puissance instantanée à l'instant t est égale au produit de la tension instantanée à l'instant t par l'intensité instantanée à l'instant t : $p = ui$

Appliquons cette relation à la bobine :

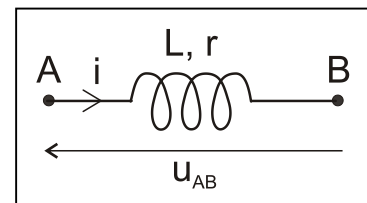
$$p = u_{AB} \cdot i$$

Or :

$$u_{AB} = ri + L \frac{di}{dt}$$

Finalement :

$$p = ri^2 + Li \frac{di}{dt}$$

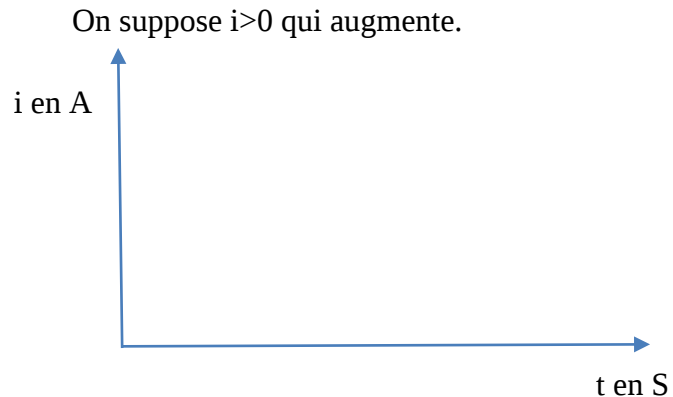


(2) Energies mises en jeu

Rappel de la classe de 2^e : L'énergie électrique $E_{\text{électrique}}$ reçue au cours d'une durée Δt par un récepteur dont la puissance électrique est P , est donnée par la relation : $E_{\text{électrique}} = P \cdot \Delta t$.

Appliquons cette relation pour écrire l'énergie électrique (infinitement petite) reçue par la bobine au cours d'une durée dt infinitement petite pendant laquelle la puissance instantanée p peut être considérée comme constante :

$$\begin{aligned} dE_{\text{électrique}} &= p \cdot dt \\ &= ri^2 dt + Li \frac{di}{dt} \cdot dt \\ &= ri^2 dt + Li \cdot di \end{aligned}$$



- * $ri^2 dt$ représente l'énergie électrique (infinitement petite) transformée par effet Joule en énergie calorifique dans la résistance r .
- * $Li \cdot di$ représente l'énergie électrique (infinitement petite) transformée en énergie magnétique et emmagasinée dans la bobine pendant l'intervalle de temps dt où i augmente de di .

Rem : Si i diminue $di < 0$, la bobine cède l'énergie $dE = Li \cdot di$ emmagasinée.

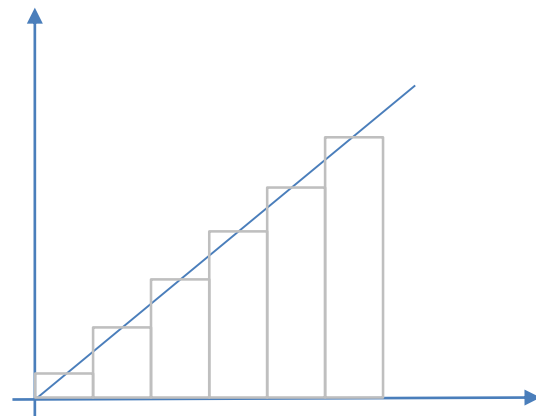
(3) Energie magnétique emmagasinée dans la bobine

Lorsque l'intensité de courant à travers la bobine augmente de di , la bobine emmagasine une énergie magnétique (infinitement petite): $dE_{\text{magnétique}} = Li \cdot di$

Lorsque l'intensité de courant à travers la bobine augmente de 0 à I , elle emmagasine une énergie magnétique totale :

$$\begin{aligned} E_{\text{magn}} &= \int_0^I dE_{\text{magn}} \\ &= \int_0^I Li \cdot di \\ &= \left[\frac{1}{2} Li^2 \right]_0^I \end{aligned}$$

$$E_{\text{magnétique}} = \frac{1}{2} LI^2$$



Lorsque l'intensité de courant à travers la bobine reste constante égale à I , l'énergie magnétique de la bobine reste constante égale à $E_{\text{magnétique}}$.

Lorsque l'intensité de courant à travers la bobine s'annule à partir de la valeur I , la bobine restitue cette énergie au circuit.

(4) Expérience : étincelles de rupture

Description :

On réalise le circuit ci-dessous.

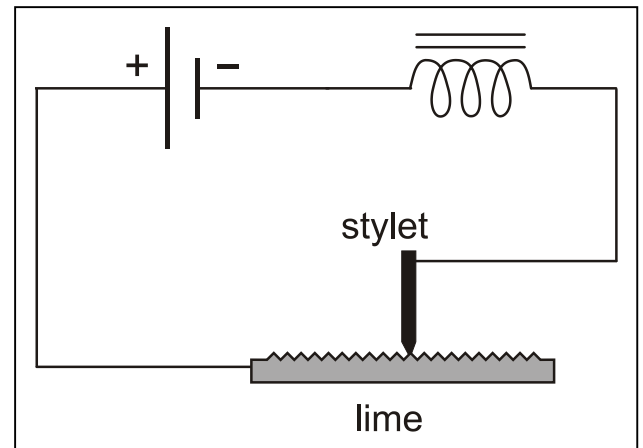
L'interrupteur est constitué par un stylet qu'on déplace sur une lime. La pointe du stylet rencontre successivement les bosses et les creux de la lime réalisant ainsi la fermeture et l'ouverture du circuit.

Observation :

Des étincelles jaillissent entre la pointe du stylet et la lime.

Interprétation :

En ouvrant l'interrupteur d'un circuit parcouru par le courant et comprenant une bobine à forte inductance L , l'intensité de courant diminue brusquement et la bobine est le siège d'une f.é.m. d'auto-induction élevée. Ainsi il apparaît une tension élevée entre les bornes de l'interrupteur. L'air y devient conducteur et une étincelle jaillit : l'énergie magnétique initialement emmagasinée par la bobine y est libérée.



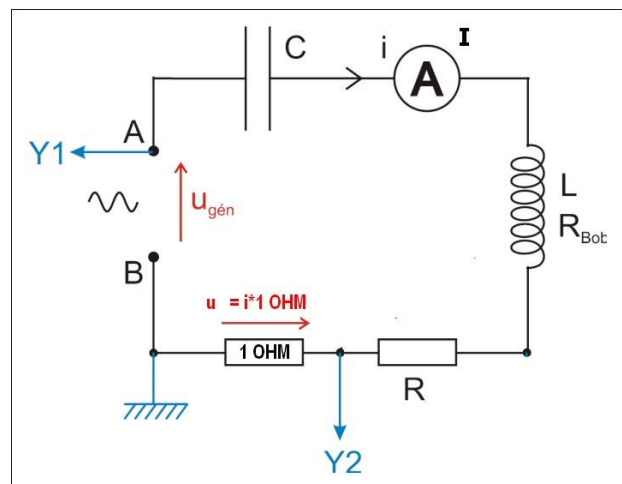
B4. Oscillations libres dans un circuit RLC

cf cahier

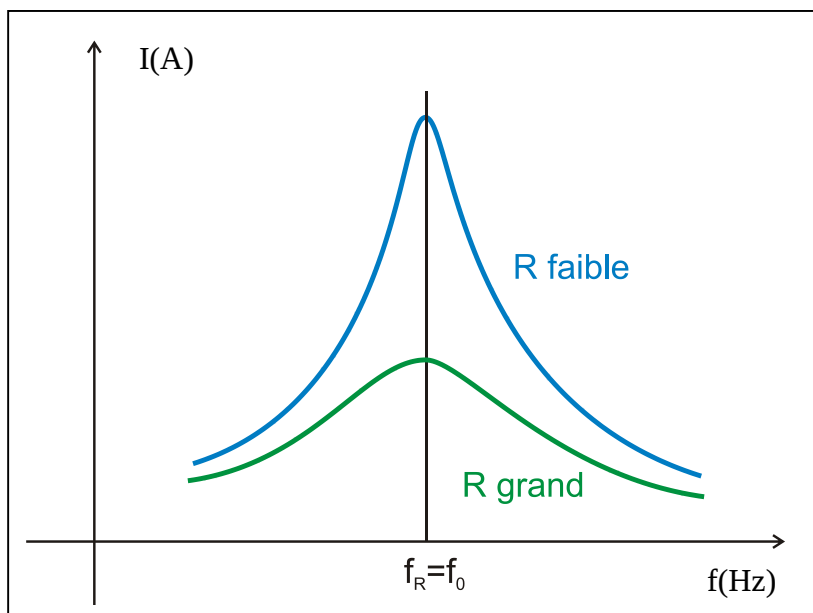
- Description et expérience
- Equation différentielle
- Solutions de l'équation différentielle
- Représentations graphiques
- Enregistrement expérimental sur PASCO, effet de R
- Approche énergétique

g) Oscillations forcées. Résonance

- * Excitation: Un générateur excite un circuit RLC avec une tension alternative sinusoïdale $u_{\text{gén}}$ de fréquence variable.
- * Réponse: Le circuit répond à cette excitation par un courant alternatif i , dont nous observons intensité efficace I à l'aide d'un ampèremètre.
- * En même temps, nous visualisons les courbes de $u_{\text{gén}}$ et i en fonction du temps à l'aide d'un oscilloscope.



La courbe de réponse $I(f)$ ($I = \frac{1}{\sqrt{2}} I_m$) dépend de la résistance (de l'amortissement) totale du circuit.



- * Le circuit effectue des oscillations de même fréquence que celle du générateur: il effectue des oscillations forcées.
- * L'amplitude I_m de l'intensité dans le circuit dépend de la fréquence du générateur et de la valeur de la résistance totale dans le circuit.
- * I_m passe par un maximum: c'est la **résonance**. La fréquence de résonance est égale à la fréquence propre du circuit.
- * $u(t)$ et $i(t)$ sont en phase à la résonance.

Analogie oscillateur mécanique et électrique !

Pourquoi le pendule élastique horizontal effectue-t-il des oscillations mécaniques libres ?

1. Initialement, le chariot est déplacé vers la droite, le ressort est donc allongé. Dès qu'on lâche le chariot, le ressort le tire vers la gauche. A cause de son inertie, sa vitesse augmente progressivement.
2. A l'instant où le ressort n'est ni allongé, ni comprimé, (position d'équilibre) il n'y a plus de force agissant sur le chariot. Or celui-ci est en mouvement vers la gauche (vitesse maximale).
3. Par la suite, le chariot comprime le ressort. Celui-ci pousse le chariot vers la droite, c. à d. vers la position d'équilibre. A cause de son inertie, le chariot ne sera ralenti que progressivement.
4. A l'instant où le chariot a atteint le repos, la compression du ressort est maximale. Il en est de même de la tension du ressort, force que le ressort exerce sur le chariot. Celui-ci va donc redémarrer aussitôt vers la droite et le même jeu se fait dans l'autre sens.

Pourquoi des oscillations électriques libres naissent-elles dans un circuit LC ?

1. Une bobine crée un champ magnétique proportionnel à l'intensité du courant qui la traverse. Une bobine s'oppose à la variation du champ et donc à la variation du courant qui la traverse.
2. Le condensateur initialement chargé se décharge à travers la bobine dès qu'on ferme l'interrupteur. Un courant à travers la bobine prend naissance. Or celle-ci s'oppose à l'augmentation du courant: l'intensité du courant n'augmente que progressivement.
3. A l'instant où le condensateur est complètement déchargé, l'intensité a atteint une certaine valeur (intensité maximale), et du coup le condensateur commence à se charger dans l'autre sens. Par sa polarité inversée, il freine le mouvement des charges: l'intensité du courant va baisser. De nouveau la bobine s'oppose à la diminution du courant, de sorte que le courant ne s'annule que progressivement.
4. A l'instant où l'intensité est devenue nulle, le condensateur est chargé au maximum, mais à polarité inversée par rapport à la polarité initiale. Par la suite, le même jeu se fait dans l'autre sens.

Comparaison entre l'oscillateur mécanique et l'oscillateur électrique

Grandeurs mécaniques	Grandeurs électriques
Elongation x	charge du condensateur q_A
Vitesse $v_x = \frac{dx}{dt}$	Intensité de courant $i = -\frac{dq_A}{dt}$
Energie potentielle élastique $E_p = \frac{1}{2} kx^2$	Energie emmagasinée dans le condensateur $E_{\text{cond}} = \frac{1}{2} \frac{q_A^2}{C}$
Energie cinétique $E_c = \frac{1}{2} mv^2$	Energie emmagasinée dans la bobine $E_{\text{bob}} = \frac{1}{2} Li^2$
Masse m (inertie)	Inductance L (inertie)
Raideur k	Inverse de la capacité $1/C$
Tension du ressort T_x	Tension électrique du condensateur u_C
Frottement	Résistance électrique

Simulation : http://www.walter-fendt.de/html5/phfr/oscillatingcircuit_fr.htm