A5: Mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique uniforme

a. Force de Lorentz

1) Définition

Une charge q qui se **déplace** avec une vitesse $\vec{v}$ dans un champ magnétique caractérisé par le vecteur $\vec{B}$ subit une force magnétique appelée **force de Lorentz** $\vec{f}_m$ donnée par :

$$\boxed{\vec{f}_m = q\vec{v} \wedge \vec{B}}$$

$\vec{f}_m$ est le **produit vectoriel** de $q\vec{v}$ par $\vec{B}$.

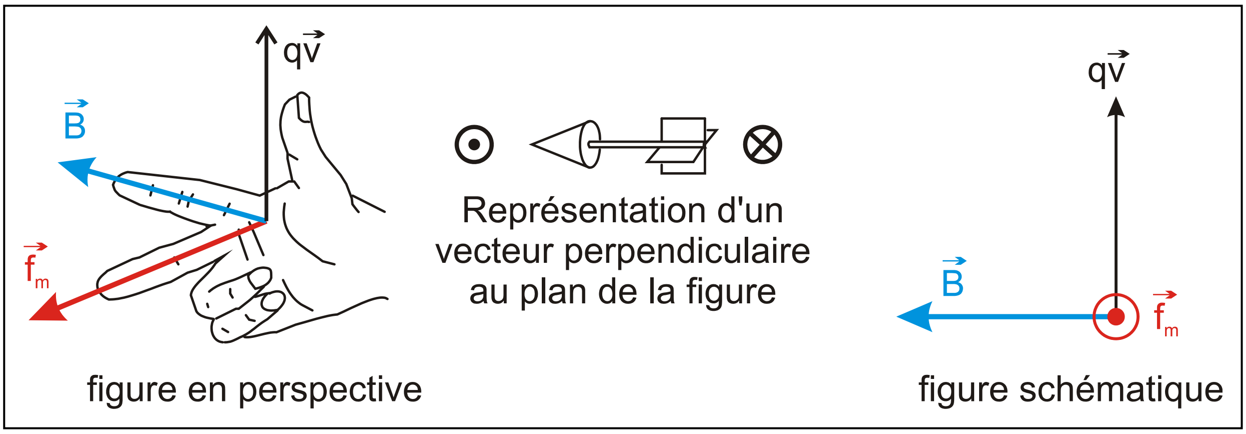
2) Caractéristiques de la force de Lorentz

direction : perpendiculaire au plan formé par $q\vec{v}$ et $\vec{B}$

sens : déterminé par la règle des trois doigts de la main droite (cf. figure)

norme : $\boxed{f_m = |qvB \sin \alpha|}$

avec: q est la charge (C)
v est la vitesse de la charge (m/s)
B est l'intensité (la norme) du vecteur champ magnétique (T)
α est l'angle formé par $q\vec{v}$ et $\vec{B}$.



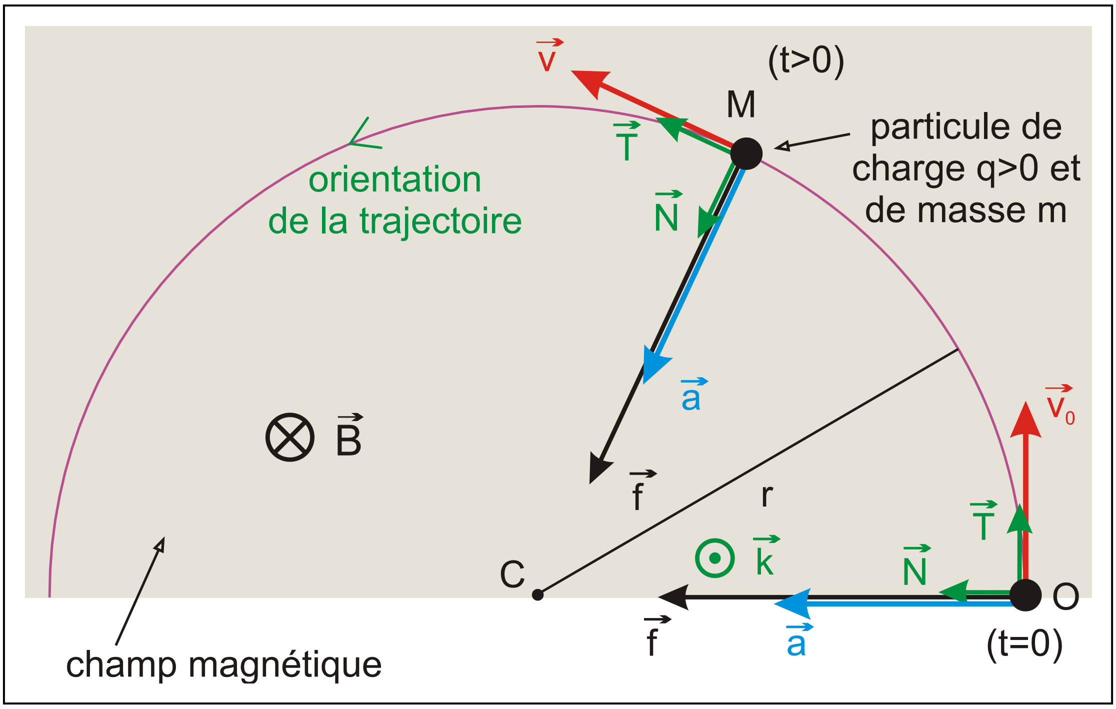
3) Attention

Si $q < 0$ alors $q\vec{v}$ est de sens opposé à la vitesse $\vec{v}$!

b. Etude cinématique dans le cas où la vitesse initiale est perpendiculaire au champ magnétique

1) Système étudié :

A l'instant initial t = 0, une particule de masse m et de charge électrique q>0 pénètre en O avec la vitesse $\vec{v}_0$ dans une région de l'espace où règne un champ magnétique uniforme $\vec{B}$. On suppose que $\vec{v}_0$ est perpendiculaire à $\vec{B}$.



Nous étudions le mouvement de la particule à l'intérieur du champ uniquement.

Le référentiel est celui du dispositif qui crée le champ magnétique (bobines de Helmholtz).

On utilise la base de Frenet ($\vec{T}$, $\vec{N}$) liée à la particule, complétée par le vecteur unitaire $\vec{k}$ fixe et perpendiculaire au plan formé par $\vec{T}$ et $\vec{N}$ à l'instant t = 0.

2) Forces et accélération

Force de Lorentz : $\boxed{\vec{f}_m = q\vec{v}\wedge\vec{B}}$

Le poids $\vec{P}$ est négligeable devant $\vec{f}_m$. Il n'y a pas de frottement car le mouvement se fait dans le vide

La relation fondamentale de la dynamique s'écrit :

$$q\vec{v}\wedge\vec{B} = m\vec{a}$$

$$\boxed{\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{v}\wedge\vec{B}}$$

Projections sur les directions de $\vec{k}$, $\vec{T}$ et $\vec{N}$:

$a_k = 0$ (1) car

$a_T = 0$ (2) car

$a_N = \dfrac{|q|vB}{m}$ (3) car

3) Etude du mouvement

* (1): $a_k = \frac{dv_k}{dt} = 0 \Rightarrow v_k = \text{constant} = v_{0k} = 0$

Donc il n'y a pas de mouvement suivant $\vec{k}$!

➔ Le mouvement est plan. Il s'effectue dans un plan perpendiculaire à $\vec{B}$, contenant la vitesse initiale $\vec{v}_0$.

* (2): $a_T = \frac{dv_T}{dt} = 0 \Rightarrow v_T = v = \text{constant}$!

➔ Le mouvement est uniforme.

* Comme la coordonnée normale de l'accélération s'écrit toujours $a_N = \frac{v^2}{\rho}$ (ρ= rayon de courbure du cercle tangent), on a grâce à (3) :

$\frac{v^2}{\rho} = \frac{|q|vB}{m} \Leftrightarrow \rho = \frac{mv}{|q|B}$ m, v, q et B sont constants $\Rightarrow$ ρ=R est constant !

➔ Le mouvement est circulaire.

Une particule chargée entrant dans un champ magnétique avec une vitesse perpendiculaire à $\vec{B}$ décrit un MCU dans un plan perpendiculaire au champ.

Le rayon de la trajectoire est donné par l'expression : $R = \frac{mv}{|q|B}$ **(4)**

4) Propriétés :

La force de Lorentz $\vec{f}_m$ est centripète. C'est elle qui est à l'origine du mouvement circulaire et uniforme !

Contrairement à la force électrostatique, la force magnétique de Lorentz ne travaille pas et ne va pas modifier l'énergie cinétique de la particule. La norme de la vitesse $v=v_0$=const

La période de rotation $T = \frac{2\pi R}{v} \Rightarrow T = 2\pi \frac{m}{|q|B}$

La fréquence est reliée à la période par $f = \frac{1}{T} \Rightarrow f = \frac{1}{2\pi}\frac{|q|B}{m}$

Les expressions montrent que T et f dépendent du rapport m/q et de B mais sont indépendants du rayon r et de la vitesse v.

c. Vérification expérimentale

Un canon à électron injecte des électrons accélérés sous une tension U dans une sphère rempli de gaz raréfié qui permet de visualiser la trajectoire des électrons qui circulent à la vitesse

v= $\sqrt{\frac{2eU}{m}}$

Deux bobines de Helmholtz portant chaque fois N spires de rayon r $_{bob}$ placé à un écart égal au rayon créent un champ uniforme

B= $\mu_0 \frac{8 \cdot I \cdot N}{\sqrt{125} \cdot r_{bob}} = 9 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{I \cdot N}{r_{bob}}$

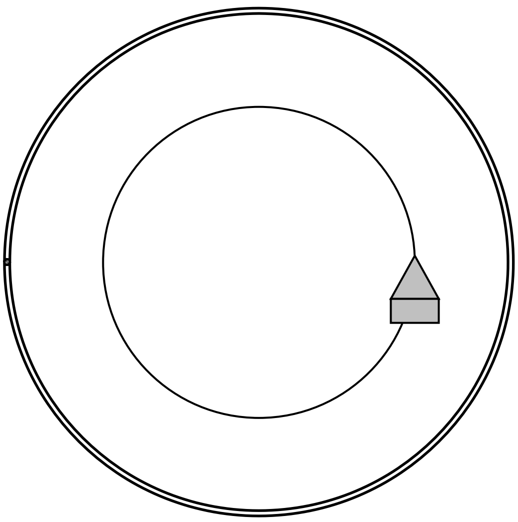
Sous l'effet du champ magnétique perpendiculaire à la vitesse des électrons, les électrons décrivent une trajectoire circulaire.

Mesures : r=0,20m et N=154 spires m=$9,1 \cdot 10^{-31}$kg e=$1,6 \cdot 10^{-19}$C

U (V)	I(A)	Rexp(m)	v(m/s)	B (T)	$R_{cal} = \frac{mv}{eB}$ (m)

Orientation des vecteurs :

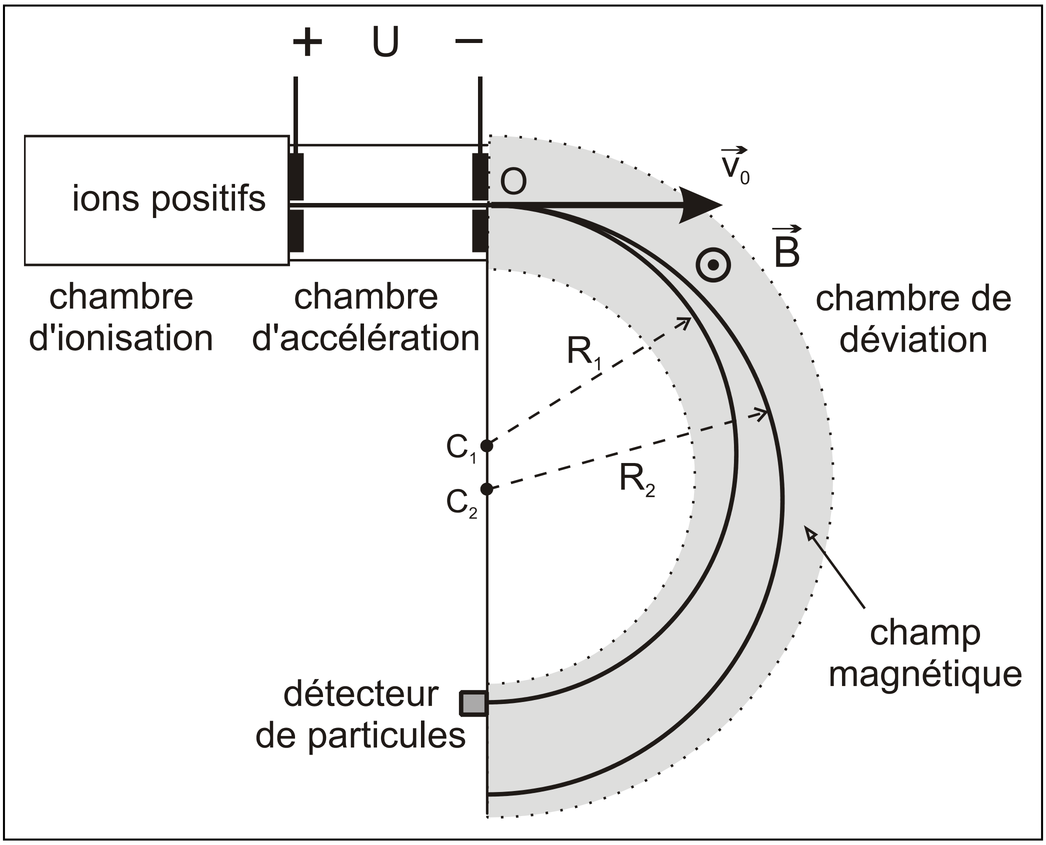
Dessiner l'orientation des vecteurs f,qv et B et le sens de I dans les bobines dans la situation de l'expérience.



1) Noter que $\vec{f}_m = q\vec{v} \wedge \vec{B}$ joue le rôle de force centripète
2) Si $\vec{v}_0$ est parallèle à $\vec{B}$ la force de Lorentz est nulle et la particule décrit un mouvement rectiligne et uniforme à travers le champ (Newton I).
3) Si l'angle entre $\vec{v}_0$ et $\vec{B}$ est différent de 0° et de 90°, la particule décrit un mouvement uniforme hélicoïdal (trajectoire = hélice).

d. Spectrographe de masse

Le spectrographe de masse sert à séparer les isotopes d'un même élément. Il est formé de trois chambres où règne un vide très poussé.



* **Chambres d'ionisation** : On y produit des ions de même charge q mais de masses m_1 et m_2 différentes.

* **Chambre d'accélération** : A travers une première fente, les ions pénètrent dans cette chambre avec une vitesse négligeable. Ils sont accélérés par la tension U > 0 et sortent avec une vitesse

$$v_0 = \sqrt{\frac{2|q|U}{m}} \qquad (5)$$

* **Chambre de déviation** : Les ions sont déviés par un champ magnétique $\vec{B}$ et ont pour trajectoire des demi-cercles dont les rayons R_1 et R_2 dépendent des masses m_1 et m_2.

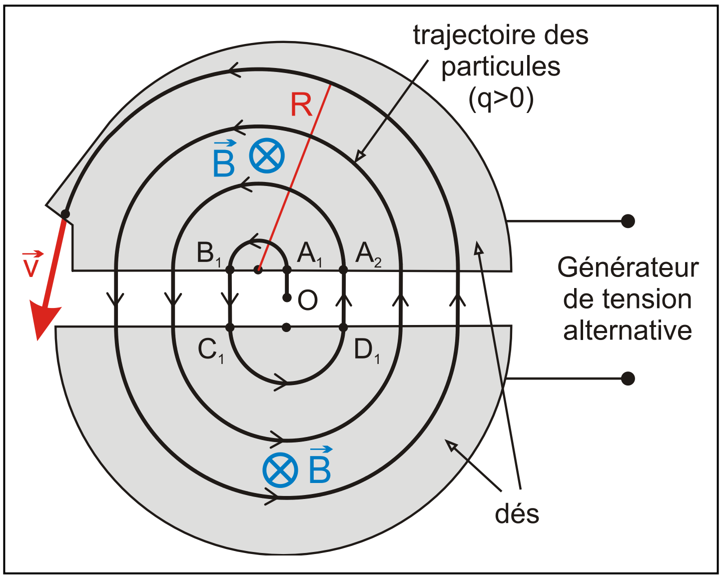
(4) et (5) $\Rightarrow$ $R_1 = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2m_1U}{|q|}}$ et $R_2 = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2m_2U}{|q|}}$

Le rayon de la trajectoire augmente avec la masse.

On arrive ainsi à recueillir sur le détecteur des particules de même masse ; la position du détecteur permet de déterminer le rayon R de la trajectoire. Connaissant la charge q, on détermine la masse m de la particule.

e. Cyclotron (Découverte en 1929 par E. O. LAWRENCE aux USA)

Un cyclotron est un **accélérateur de particules chargées**. Il comporte deux électrodes en forme de deux demi-cylindres creux appelés les "dee" (en anglais) ou "dés" (en français) en raison de leur forme de lettre D. Les deux "dés" baignent dans un champ magnétique uniforme et on les relie à une tension alternative. Ainsi un champ électrique alternatif apparaît dans l'intervalle isolant étroit qui sépare les deux dés. À l'intérieur règne un vide très poussé.



En son centre (point O) se trouve une source qui injecte des particules chargées : protons, deutons, particules alpha ,...

Ces particules sont accélérées vers le "dé" supérieur, où elles arrivent en A_1 avec une vitesse v_{A1}. Elles décrivent alors avec la vitesse v_{A1} constante un demi-cercle. Au moment précis où elles s'apprêtent à sortir du dé (point B_1), la tension appliquée entre les deux "dés" a changé de signe : les particules sont accélérées vers le "dé" inférieur (entre B_1 et C_1) : sa nouvelle vitesse est $v_{C1} > v_{A1}$. Dans le "dé" inférieur les particules décrivent aussi un demi-cercle, de rayon supérieur au précédent, avec la vitesse v_{C1} constante. Lorsqu'elles sortent (point D_1) la polarité des "dés" a encore changé : les particules sont accélérées vers le "dé" supérieur (entre D_1 et A_2) et entrent dans ce "dé" avec la vitesse $v_{A2} > v_{C1}$ et ainsi de suite.

A chaque traversée de l'intervalle entre les "dés", la tension appliquée accélère les particules et elles décrivent des demi-cercles avec des vitesses de plus en plus grandes, et donc avec des rayons de plus en plus grands.

La durée de parcours des demi-cercles est toujours la même : demi-période = $\frac{T}{2} = \pi \frac{m}{|q|B}$

La durée pour un tour complet : $T = 2\pi \frac{m}{|q|B}$ **est indépendant de R et v.**

La fréquence du générateur doit donc valoir f = $\frac{|q|B}{2\pi m}$ **constante.**

En fin de parcours, les particules arrivent à la périphérie des "dés" (rayon R) et sortent tangentiellement à la trajectoire avec la vitesse v. Elles peuvent alors être utilisées comme projectiles corpusculaires de haute énergie.

Vitesse : $v = \frac{|q|BR}{m}$ Energie cinétique : $E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\frac{q^2B^2R^2}{m}$ pour v < 10% vit. lumière