A3 Mouvement dans un champ électrique uniforme

a) Système étudié

Une particule de charge électrique q et de masse m pénètre avec la vitesse $\vec{v}_0$ dans l'espace compris entre les plaques d'un condensateur plan, auxquelles on a appliqué une tension constante U.

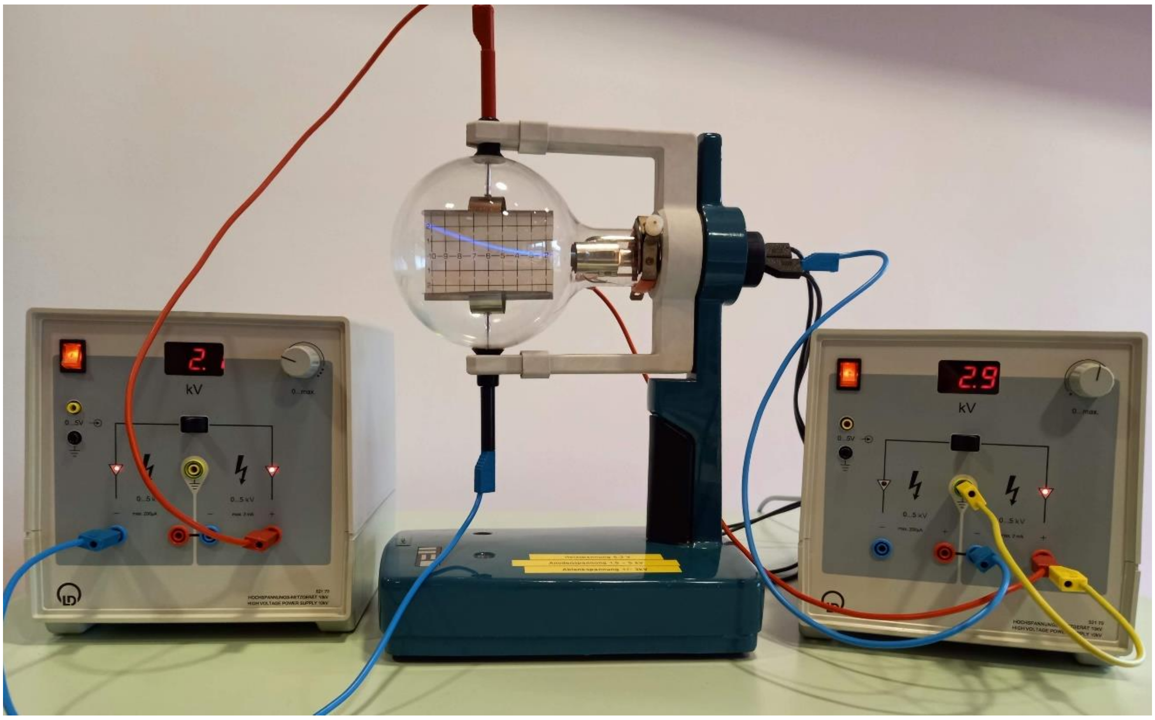
Entre ces plaques règne un champ électrique uniforme $\vec{E}$:

direction:	perpendiculaire aux plaques	
sens:	de la plaque + vers la plaque –	(vers les potentiels décroissants)
norme	$E = \frac{U}{d} =$ constant en $\frac{V}{m}$	(d: distance entre les plaques)

Le mouvement a lieu dans le vide afin d'éviter les chocs avec d'autres particules et le poids des particules est négligeable devant la force électrique : $\vec{F}_{él} = q \cdot \vec{E}$

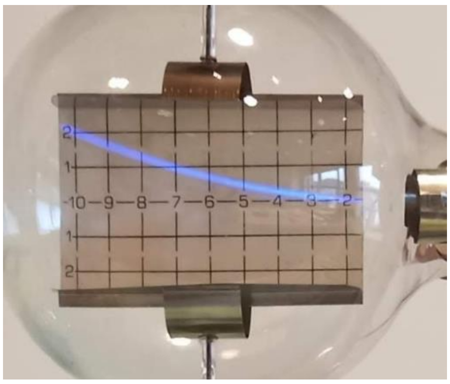
Suivant le signe de q et la polarité du condensateur, $\vec{F}_{él}$ est orienté vers le haut ou le bas.

Exemple explicatif: Montage expérimental pour électrons



Tension de déviation U du condensateur crée le champ $\vec{E}$ qui dévie le faisceau d'électrons
Soit d=5,3cm U=2,1 kV
Calculer E =

Indiquer $\vec{v}_0, q, \vec{E}, \vec{F}_{él}$.



Rem : Origine O = env. 2

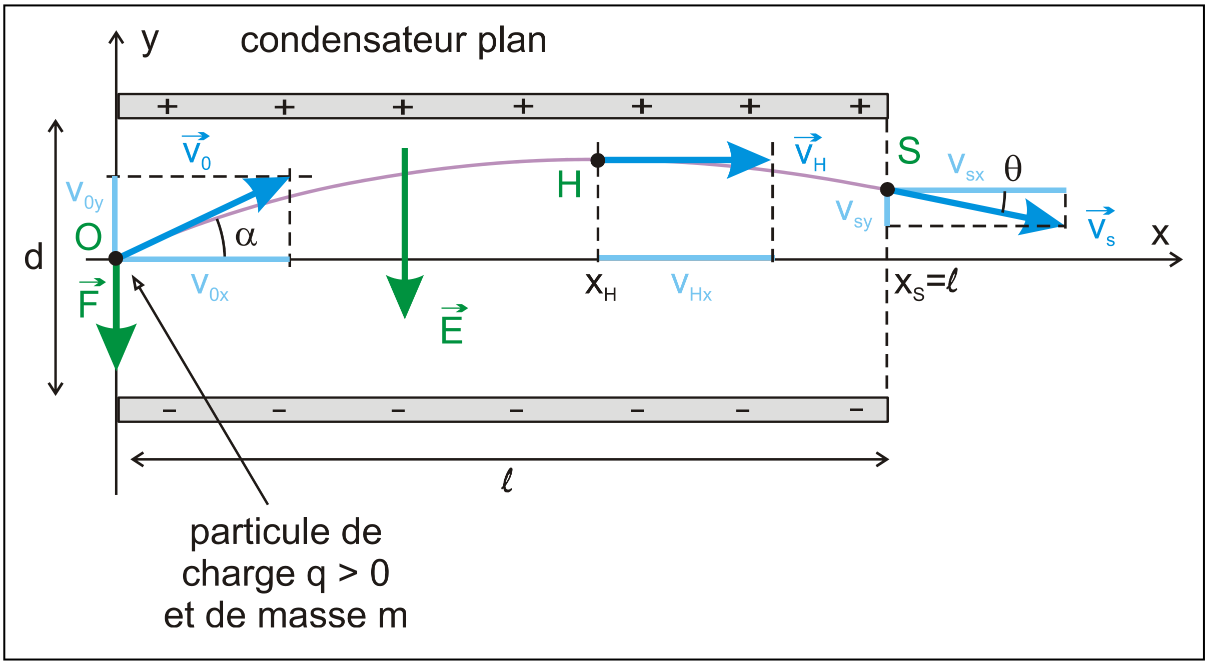
Tension accélératrice U_{acc} donne la vitesse initiale $\vec{v}_0$ à la sortie du canon à électrons
$q=-e=-1{,}60 \cdot 10^{-19}$C
$m=9{,}11 \cdot 10^{-31}$kg
Pour U_{acc}= 2,9 kV

T.E.C. : $v_0 = \sqrt{2\frac{eU_{acc}}{m}}$

b) Equations du mouvements

Repère et conditions initiales

Le mouvement de q est étudié dans le repère Oxy. O=point par lequel la charge entre dans le champ. Directions des axes Oy parallèle à $\vec{E}$ et Ox perpendiculaire à $\vec{E}$.



A t = 0 : Position initiale: $x_0 = 0$

$y_0 = 0$

A t = 0 : vitesse initiale $\vec{v}_0$ forme avec l'horizontale un angle α

$\vec{v}_0$: $v_{0x} = v_0 \cos\alpha$

$v_{0y} = v_0 \sin\alpha$

c) Equations du mouvements

Relation fondamentale de la dynamique

Le poids est négligeable et pas de frottement. On a une seule force.

$$\vec{F}_{él} = q \cdot \vec{E} = m \cdot \vec{a} \quad \Leftrightarrow \quad \vec{a} = \frac{q\vec{E}}{m}$$

$$\boxed{\text{Accélération constante : } a_x = 0 \ \ (1) \qquad a_y = -\frac{q}{m}E \ \ (2) \quad \text{(signe – car dirigé vers le bas !)}}$$

1ère intégration => Vitesse

Comme $a_x = \frac{dv_x}{dt}$ et $a_y = \frac{dv_y}{dt}$, les coordonnées de la vitesse sont les primitives des coordonnées de l'accélération.

En prenant la primitive de la relation (1), on obtient : $v_x = C$ (3)

Condition initiale : t = 0 $\Rightarrow$ $v_0 \cos\alpha = C$ d'où $\boxed{v_x = v_0 \cos\alpha}$ (4)

La projection du mouvement sur l'axe Ox est un mouvement uniforme.

En prenant la primitive de la relation (2), on obtient : $v_y = -\frac{qE}{m}t + C$ (5)

Condition initiale : t = 0 $\Rightarrow$ $v_0 \sin\alpha = C$ d'où : $\boxed{v_y = -\frac{qE}{m}t + v_0 \sin\alpha}$ (6)

La projection du mouvement sur l'axe Oy est un mouvement uniformément varié.

2e intégration => Position (équations paramétriques du mouvement)

Comme $v_x = \frac{dx}{dt}$ et $v_y = \frac{dy}{dt}$, les coordonnées de la position sont les primitives des coordonnées de la vitesse.

En prenant la primitive de la relation (4), on obtient : $x = v_0(\cos\alpha)\cdot t + C$ (7)

Condition initiale : t = 0 $\Rightarrow$ $x_0 = 0 = C$ d'où : $\boxed{x = v_0(\cos\alpha)\cdot t}$ (8)

En prenant la primitive de la relation (6), on obtient : $y = -\frac{1}{2}\frac{qE}{m}t^2 + v_0(\sin\alpha)\cdot t + C$ (9)

Condition initiale : t = 0 $\Rightarrow$ $y_0 = 0 = C$ d'où : $\boxed{y = -\frac{1}{2}\frac{qE}{m}t^2 + v_0(\sin\alpha)\cdot t}$ (10)

Equation cartésienne de la trajectoire

(8) $\Rightarrow$ $t = \frac{x}{v_o \cos\alpha}$

Dans (10) $\Rightarrow$ $\boxed{y = -\frac{qE}{2mv_o^2\cos^2\alpha}x^2 + x\cdot\tan\alpha}$ (11)

C'est l'équation d'une parabole.

http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/Meca/Charges/q_dans_E1.php?typanim=Javascript

Points intéressants : (Attention la signification des points peut varier S ortie, S ommet ….)

- **Particule au point de sortie S du champ : position, date, vitesse**

* Abscisse du point S: $x_s = \ell$ (12)

(12) dans (11) $\Rightarrow$ $y_S = -\dfrac{qE\ell^2}{2mv_0^2\cos^2\alpha} + \tan\alpha \cdot \ell$

* (12) dans (8) $\Rightarrow$ date t_S de sortie du champ: $t_S = \dfrac{\ell}{v_0 \cos\alpha}$ (13)

* (13) dans (4) et (6) $\Rightarrow$ vitesse $\vec{v}_S$ de la charge à la sortie du champ :

Coordonnées: $v_{Sx} = v_0 \cdot \cos\alpha$ $v_{Sy} = -\dfrac{qE\ell}{mv_0\cos\alpha} + v_0 \sin\alpha$

Angle θ de $\vec{v}_S$ par rapport à l'axe Ox : $\tan\theta = \dfrac{v_{Sy}}{v_{Sx}}$

- **Position du point le plus haut H**

En H, la coordonnée verticale du vecteur vitesse est nulle :

$$v_y(H) = 0 \Leftrightarrow -\frac{qE}{m} t_H + v_0 \sin\alpha = 0 \Leftrightarrow t_H = \frac{v_0 m \sin\alpha}{qE}$$

Remplaçons dans (10): $\boxed{y_S = -\dfrac{1}{2}\dfrac{qE}{m} t_H^2 + v_0(\sin\alpha)\cdot t_H}$

d) Expérience :

Traiter le CAS IMPORTANT avec des électrons lancés sous α=0°
https://virtuelle-experimente.de/fr/index.php (canon, déviation dans E)

e) Remarques

1) Dans un champ de force constant, le mouvement d'un corps est en général parabolique. L'étude du mouvement se fait de la même manière aussi bien pour une masse m dans un champ de pesanteur $\vec{g}$ que pour une charge q dans un champ électrique $\vec{E}$.
2) Pour le champ électrique le signe de q et l'orientation de $\vec{E}$ peuvent donner une déviation vers le haut. Attention à la notation et le signe de a_y.
3) Dans le cas particulier où α = ±90° on a un MRUA suivant la direction de $\vec{v}_0 // \vec{E}$.
4) Les mouvements pour m dans g et q dans E se ressemblent.
5) S'entrainer à faire des exercices numériques. Tenir compte des situations qui simplifient le problème : p.ex. si α=0°.