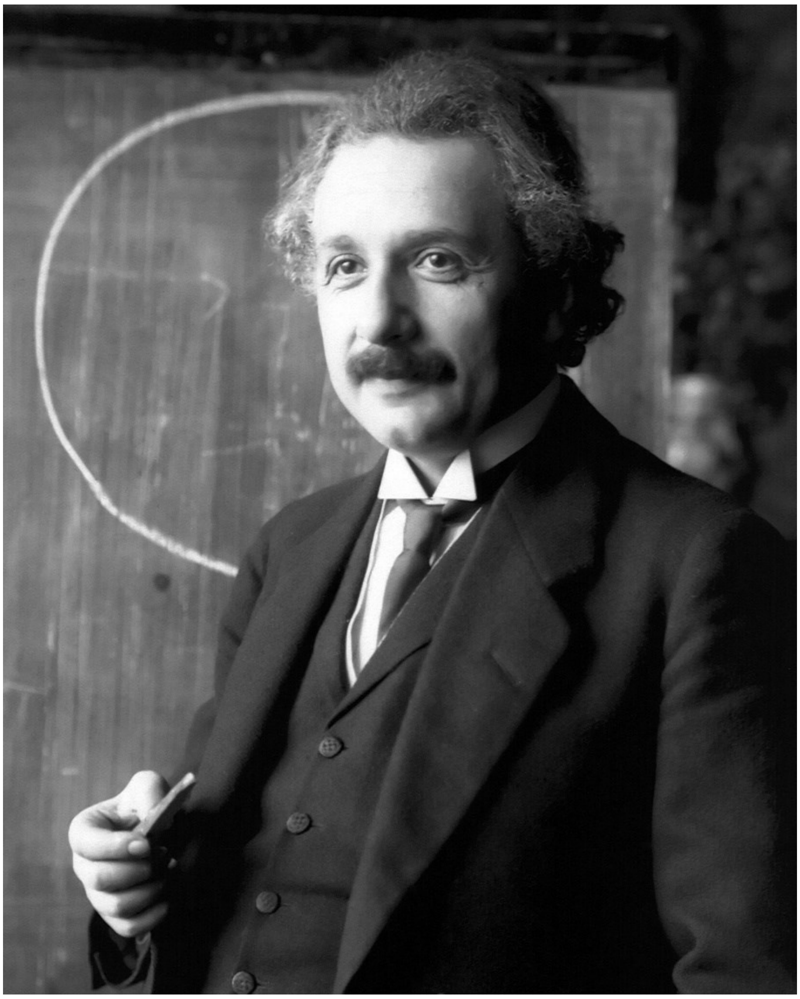
6.

Relativité d'Einstein



Sommaire

1 Postulats d'Einstein

Albert Einstein (1879-1955) développa la théorie de la relativité restreinte[1] à partir de deux principes de base appelés aujourd'hui les postulats d'Einstein. Leur validité a été confirmée par de nombreuses expériences scientifiques.

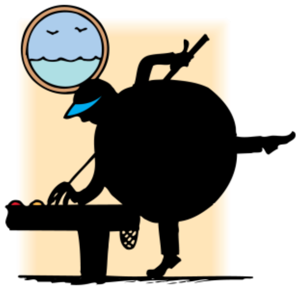
Le premier postulat d'Einstein est une généralisation du principe de la relativité, lequel fut déjà énoncé par Galilée (1564-1642) pour les lois de la mécanique, à toutes les lois physiques.

1.1 Premier postulat – le principe de la relativité

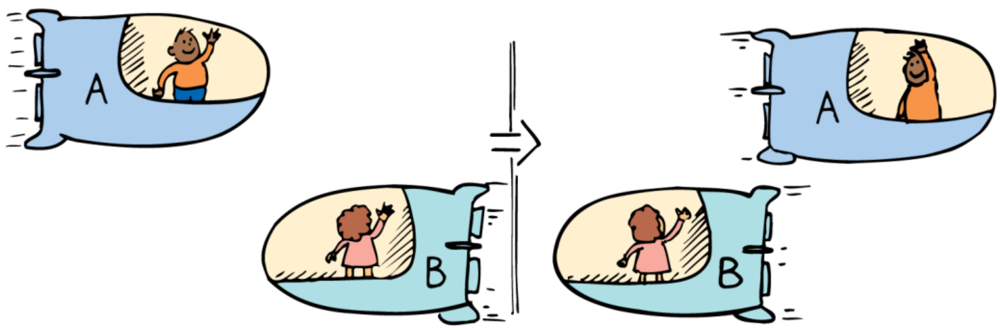
Toutes les lois physiques sont les mêmes dans tous les référentiels galiléens[2].

Ceci signifie par exemple qu'à l'intérieur d'un grand navire en mouvement rectiligne et uniforme, il est impossible de constater si l'on est au repos ou en mouvement rectiligne uniforme, pourvu que l'on ne regarde pas à l'extérieur. Tous les phénomènes physiques et toutes les expériences se déroulement de manière identique :

- le café se verse de la même manière
- un pendule oscille avec sa même fréquence propre
- une pièce de monnaie lancée verticalement retombe droit dans la main.
- un joueur de billard n'a pas besoin d'adapter son jeu à la vitesse de croisière.



D'après Einstein, cette insensibilité au mouvement s'étend à l'électromagnétisme. Il est donc impossible de constater un repos absolu ou de déterminer une vitesse absolue. Repos et mouvement sont des concepts *relatifs*. D'après le principe de la relativité, il n'y a aucun moyen de distinguer entre deux référentiels qui sont en mouvement rectiligne uniforme relatif l'un par rapport à l'autre.



L'astronaute A se considère au repos et voit passer l'astronaute B, tandis que l'astronaute B se considère au repos et voit passer l'astronaute A. Les astronautes A et B n'observent tous les deux que leur mouvement relatif.

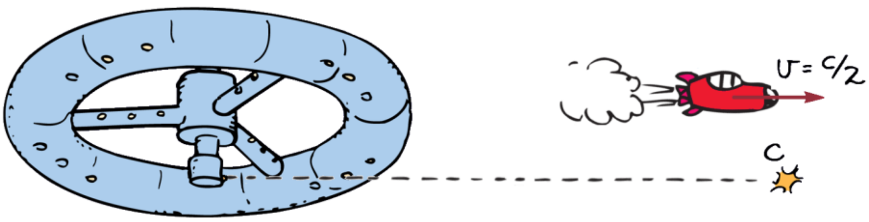
[1] La théorie est dite restreinte car elle exclut - contrairement à la relativité générale d'Einstein - la gravitation.

[2] Un référentiel galiléen (référentiel d'inertie, référentiel inertiel), est un référentiel qui n'est pas accéléré.

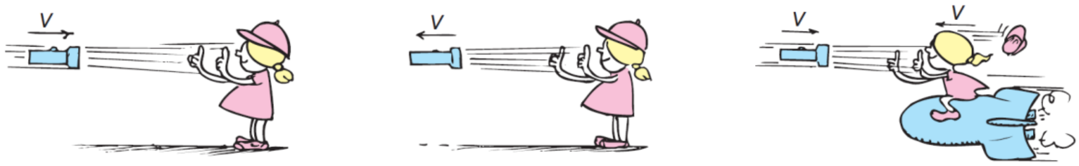
1.2 Deuxième postulat – le principe de la constance de la vitesse de la lumière

La vitesse de la lumière dans le vide est la même dans tous les référentiels galiléens, indépendamment du mouvement de la source ou de l'observateur.

Pour illustrer ce postulat, considérons une fusée qui dépasse une station spatiale à une vitesse de $\frac{1}{2}c$. La station émet un flash de lumière de célérité c en direction de la fusée. Un observateur dans la fusée voit le flash de lumière passer à la vitesse c !



Contrairement à notre bon sens, la vitesse de la lumière est la même quelle que soit la vitesse relative entre l'observateur et la source lumineuse. Ceci signifie p.ex. que dans chacune des situations suivantes l'observateur (la fille) mesure que la vitesse c du signal lumineux envoyé par la source (lampe de poche) est la même :



Comment est-ce possible ? Einstein et Henri Poincaré (1854-1912) ont réalisé que la seule possibilité qui existe pour qu'un observateur au repos et un observateur en mouvement mesurent la même vitesse de la lumière est que leur perception du temps et leur perception de la distance, voire de l'espace, sont différentes !

$$\frac{\text{ESPACE}}{\text{TEMPS}} = \frac{\text{ESPACE}}{\text{TEMPS}} = c$$

2 Terminologie

En relativité restreinte on utilise souvent la notion de l'événement.

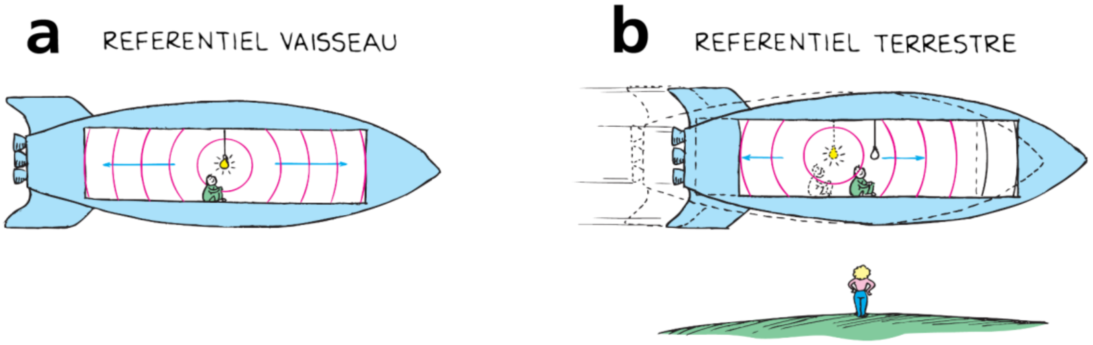
Un **événement** est un phénomène qui se produit en un point de l'espace à un instant dans le temps.

L'événement est repéré dans l'espace à l'aide d'un système de coordonnées muni d'axes (repère espace), et dans le temps à l'aide d'une horloge (repère temps). Les repères espace et temps sont liés au référentiel dans lequel on observe l'événement. Le référentiel par rapport auquel l'observateur ou l'objet d'étude est immobile s'appelle **référentiel au repos**.

3 Relativité de la simultanéité

Faisons l'**expérience de pensée** (*Gedankenexperiment*) suivante :

Considérons une lampe qui se trouve exactement au milieu du compartiment d'un vaisseau spatial qui se déplace en ligne droite et à une très grande vitesse constante par rapport à la Terre. Lorsque quelqu'un l'allume, la lumière se propage dans toutes les directions à la vitesse constante c.



a. Dans le **référentiel du vaisseau**, la lumière va atteindre les faces arrière et avant au même instant puisque la lampe est équidistante des deux faces. L'évènement E_1 « la lumière atteint la face arrière » et l'évènement E_2 « la lumière atteint la face avant » sont simultanés.

b. En revanche, dans le **référentiel terrestre**, le vaisseau se déplace en avant pendant que la lumière se propage de nouveau à la vitesse constante c. La lumière qui se propage vers l'arrière a moins de distance à parcourir que la lumière qui se propage vers l'avant. L'événement E_1 a ainsi lieu avant l'événement E_2. Les deux événements ne sont plus simultanés.

Deux événements, séparés dans l'espace, qui sont simultanés dans un référentiel ne le sont pas dans un autre référentiel qui est en mouvement par rapport au premier.

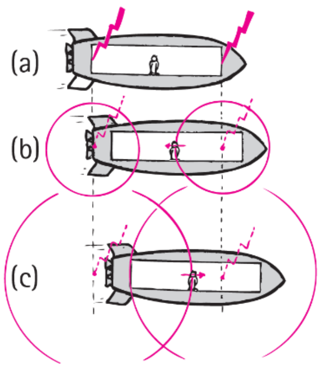
La notion de simultanéité dépend donc du référentiel : la simultanéité est relative.

Conséquence :

Deux horloges qui sont synchrones dans un référentiel ne le sont pas dans un autre référentiel qui est en mouvement par rapport au premier. Ceci signifie que le temps n'est pas absolu comme l'avait pensé Newton, mais qu'il dépend du référentiel considéré : le temps est relatif.

As-tu compris ?

1. Trouver un référentiel où l'événement E_2 se produit avant l'événement E_1.
2. Supposons que l'observateur terrestre voit deux éclairs frapper simultanément l'avant et l'arrière du compartiment. Est-ce que les coups de foudre sont simultanés pour un astronaute assis au milieu du compartiment dans le référentiel du vaisseau ? (Aide : considérer les figures ci-contre)

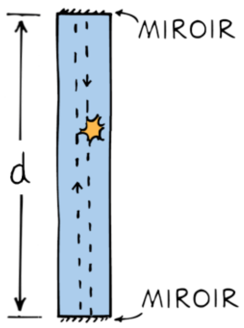


4 Dilatation du temps

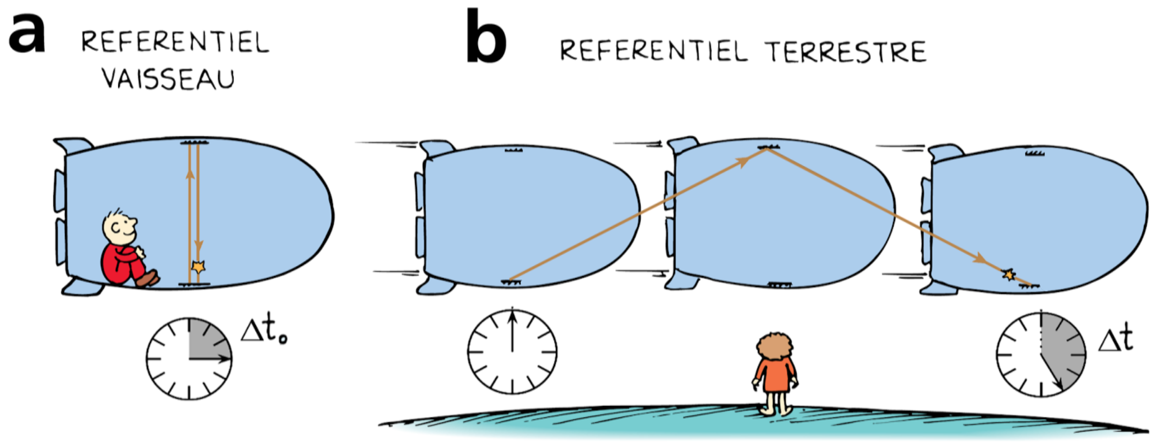
4.1 Expérience de pensée

Afin d'étudier comment le temps s'écoule dans différents référentiels *galiléens*, nous faisons une expérience de pensée qui se base sur un type d'horloge très simple appelé **horloge à lumière**.

Une impulsion lumineuse est piégée entre deux miroirs parallèles qui se font face à une distance d. À chaque fois que le signal lumineux a effectué un aller-retour entre les deux miroirs l'horloge émet un top, tout à fait comme une horloge habituelle qui bat.



Un astronaute embarque cette horloge dans un vaisseau en mouvement rectiligne uniforme de vitesse $\vec{v}$ par rapport à la Terre. Supposons en plus que la vitesse soit perpendiculaire au tube de l'horloge. Quelle est la mesure de l'intervalle de temps entre deux tops dans le référentiel de l'astronaute et dans notre référentiel ?



a. Dans le **référentiel du vaisseau** l'horloge est au repos. L'astronaute constate que le signal parcourt le chemin $2\,d$ entre deux tops avec la vitesse de la lumière c. Il calcule que la durée entre deux tops vaut :

$$\Delta t_0 = \frac{2\,d}{c}$$

b. Dans le **référentiel terrestre**, l'horloge est en mouvement rectiligne uniforme. Nous observons que le signal qui se réfléchit entre les deux miroirs suit un chemin en zig-zag. Le signal parcourt une distance $2\,D > 2\,d$ entre deux tops et ce avec la même vitesse c. Nous calculons que la durée entre deux tops vaut :

$$\Delta t = \frac{2\,D}{c}$$

Puisque $D > d$, on a que $\Delta t > \Delta t_0$!

Une horloge bat plus lentement pour un observateur qui la voit en mouvement que pour un observateur qui la voit au repos. Ou encore, une horloge en mouvement retarde par rapport à une horloge au repos. C'est le phénomène de la **dilatation du temps**.

Remarques :

- Pour l'observateur terrestre, tout ce qui se passe dans le vaisseau spatial (gestes quotidiens, mouvements de machines, battements du cœur et autres phénomènes physiologiques, …) se déroule au ralenti : c'est le temps lui-même qui s'écoule plus lentement dans le référentiel en mouvement.
- La mesure d'une durée n'est pas absolue, mais relative : elle dépend du référentiel considéré.
- On est amené à conclure par erreur que l'astronaute verra en contrepartie le temps s'écouler plus rapidement dans le référentiel terrestre. En opposition à notre intuition, l'astronaute doit également trouver que le temps s'écoule plus *lentement* dans le référentiel en mouvement de la Terre. Si l'effet de la dilatation du temps n'était pas *réciproque*, les référentiels galiléens ne seraient pas tout à fait équivalents, en contradiction avec le premier postulat d'Einstein.

4.2 Intervalles de temps propre et impropre

L'**intervalle de temps** entre deux événements est dit **propre** et noté $\boldsymbol{\Delta t_0}$, lorsqu'ils se produisent en un même endroit dans le référentiel d'observation. Il est mesuré par une seule horloge située en cet endroit.

L'**intervalle de temps** entre deux événements est dit **impropre** et noté $\boldsymbol{\Delta t}$, lorsqu'ils se produisent en des endroits différents dans le référentiel d'observation. Il est mesuré par deux horloges synchronisées situées en ces endroits.

Exemple

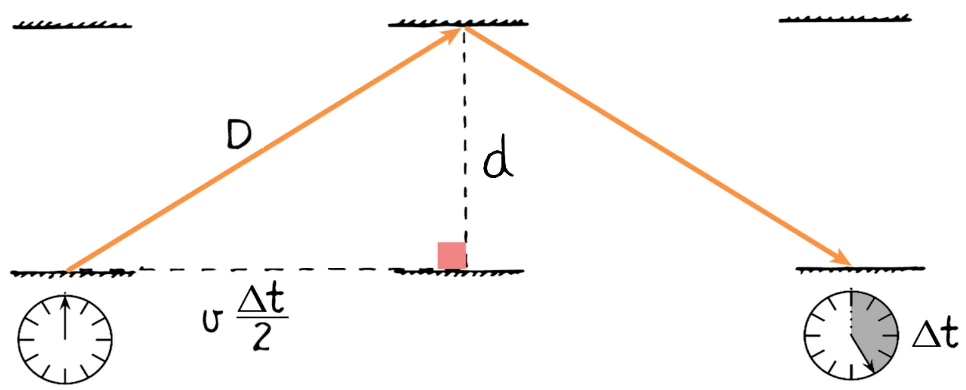
Dans le référentiel dans lequel l'horloge à lumière est au repos, les tops sont des événements qui se produisent au même endroit. La durée entre deux tops est donc un intervalle de temps propre Δt_0. Afin de le mesurer, on peut utiliser l'horloge à lumière elle-même ou une autre horloge placée à l'endroit où les tops se produisent.

Dans le référentiel dans lequel l'horloge à lumière est en mouvement, les tops sont des événements qui se produisent en des endroits différents. La durée entre deux tops est donc un intervalle de temps impropre Δt. Afin de le mesurer, il faut disposer de deux horloges synchronisées qui sont situées aux endroits où les tops se produisent.

4.3 Relation entre Δt et Δt_0

Reprenons l'expérience de pensée de la page 4.

Les lignes diagonales représentent le parcours de la lumière pour un observateur dans le référentiel terrestre.



D'après le théorème de Pythagore, appliqué au triangle rectangle :

$$D^2 = \left(v\,\frac{\Delta t}{2}\right)^2 + d^2$$

$$\left(c\,\frac{\Delta t}{2}\right)^2 = \left(v\,\frac{\Delta t}{2}\right)^2 + \left(c\,\frac{\Delta t_0}{2}\right)^2 \quad \Big| \cdot \frac{4}{c^2}$$

$$\Delta t^2 = \frac{v^2}{c^2}\,\Delta t^2 + \Delta t_0^2$$

$$\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)\Delta t^2 = \Delta t_0^2$$

En résolvant pour Δt, on obtient :

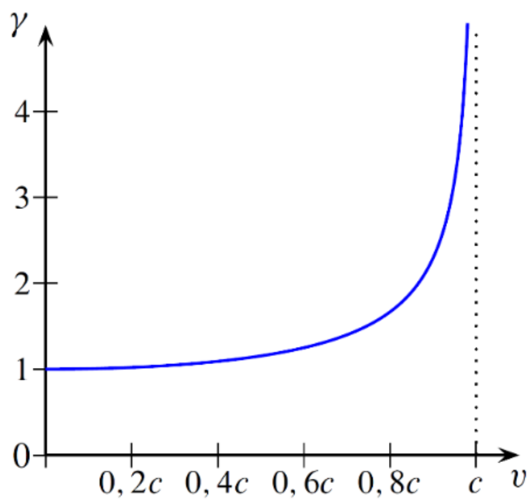
$$\Delta t = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}\,\Delta t_0$$

Un intervalle de temps impropre Δt qui sépare deux événements est toujours plus grand que l'intervalle de temps propre Δt_0 qui sépare les mêmes évènements :

$$\Delta t = \gamma\,\Delta t_0 \quad \text{avec } \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

où v est la vitesse relative entre les deux référentiels galiléens dans lesquels les intervalles sont mesurés.

Le facteur de dilation du temps γ est appelé **facteur de Lorentz.** Puisque $v \leq c$, on a que $\gamma \geq 1$.



Le facteur de Lorentz (« facteur γ ») est un paramètre qui intervient dans de nombreuses formules de la relativité restreinte. En considérant l'évolution du facteur avec la vitesse (voir figure ci-dessus), on constate que le phénomène de la dilatation du temps n'est pas observable pour les vitesses que nous rencontrons dans la vie quotidienne. Si $v = 0{,}1\,c$, alors $\gamma = 1{,}005$: à 10% de la vitesse de la lumière, la dilation du temps n'est que de 0,5%. Seulement à des vitesses qui sont bien plus grandes que $0{,}1\,c$, le facteur γ dévie sensiblement de 1 et l'effet relativiste de la dilatation du temps devient notable. Lorsque $v \to c$, le facteur tend rapidement vers l'infini. Cela signifie que le temps ne s'écoule pratiquement plus dans un système qui se meut à des vitesses proches de c.

Exercice résolu

Pour un astronaute qui se déplace à la vitesse $0,8\,c$ par rapport à la Terre (considérée comme un référentiel d'inertie), la période d'oscillation d'un pendule mesurée dans son vaisseau spatial est de 2,4 s. Quelle est la période d'oscillation mesurée par un observateur sur la Terre ?

Solution :

Dans le référentiel au repos de l'astronaute les événements qui délimitent l'intervalle de temps à mesurer (p.ex. deux passages consécutifs du pendule par un même point de retour) se produisent au même endroit. La période du pendule y est donc un intervalle de temps propre $\Delta t_0 = T_0 = 2{,}4\text{ s}$.

Dans le référentiel terrestre les mêmes événements se produisent en des endroits différents. La période du pendule y est donc un intervalle de temps impropre $\Delta t = T$.

On a : $$T = \gamma\, T_0 = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\, T_0$$

A.N. : $$T = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{(0{,}8\,c)^2}{c^2}}} \cdot 2{,}4\, s = \frac{5}{3} \cdot 2{,}4\, s = 4{,}0\, s$$

5 Contraction des longueurs

5.1 Expérience de pensée

Considérons un vaisseau spatial qui se déplace à une vitesse constante $\vec{v}$ par rapport à une personne immobile dans le référentiel terrestre. Afin de déterminer la longueur du vaisseau, mesurons la durée qu'il met pour passer au-dessus de la tête de la personne, c.-à-d. la durée entre les évènements E_1 « l'extrémité avant du vaisseau est au-dessus de la tête » et E_2 « l'extrémité arrière du vaisseau est au-dessus de la tête ».

Dans le **référentiel terrestre**, les deux événements ont lieu au même endroit. La durée de passage constitue donc un intervalle de temps propre Δt_0. Une seule horloge suffit pour le mesurer. La longueur du vaisseau est donnée par :

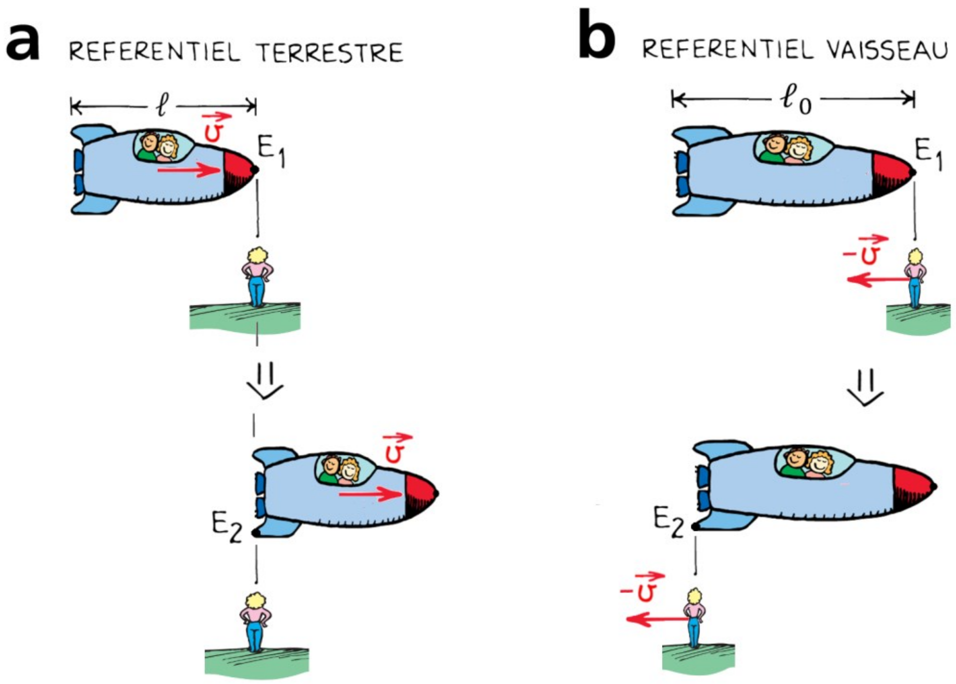
$$\ell = v\,\Delta t_0 \tag{1}$$

Dans le **référentiel du vaisseau**, les deux événements E_1 et E_2 n'ont pas lieu au même endroit. La durée de passage constitue donc un intervalle de temps impropre Δt. Pour le mesurer, il faut installer deux horloges synchronisées : une première horloge à l'extrémité avant du vaisseau afin de repérer la date de E_1, et une autre à l'extrémité arrière pour repérer celle de E_2. Dans le référentiel au repos du vaisseau, le référentiel terrestre se déplace à la vitesse $-\vec{v}$. La longueur du vaisseau est donnée par :

$$\ell_0 = v\,\Delta t \tag{2}$$

Puisqu'un intervalle de temps propre est toujours plus petit qu'un intervalle de temps impropre, la comparaison entre (1) et (2) fournit :

$$\ell < \ell_0$$



Une longueur est plus courte pour un observateur qui la voit en mouvement que pour un observateur qui la voit au repos. Ou encore, les longueurs en mouvement raccourcissent par rapport aux longueurs au repos. C'est le phénomène de la **contraction des longueurs**.

5.2 Longueur au repos et longueur en mouvement

La **longueur au repos** ℓ_0 d'un objet est sa longueur dans son référentiel au repos.

La longueur d'un objet est dite **en mouvement** et notée ℓ si elle est mesurée dans un référentiel par rapport auquel il est en mouvement.

Exemple

Dans le référentiel terrestre, la longueur du vaisseau est une longueur en mouvement. Dans le référentiel du vaisseau, sa longueur est une longueur au repos.

5.3 Relation entre ℓ et ℓ_0

On a :

$$\Delta t = \gamma \, \Delta t_0$$

Dans (2) :

$$\ell_0 = v \, \gamma \, \Delta t_0$$

En utilisant (1) et en isolant ℓ , il vient :

$$\ell = \frac{1}{\gamma} \, \ell_0$$

Puisque $\gamma \geq 1$, on a que $\ell \leq \ell_0$.

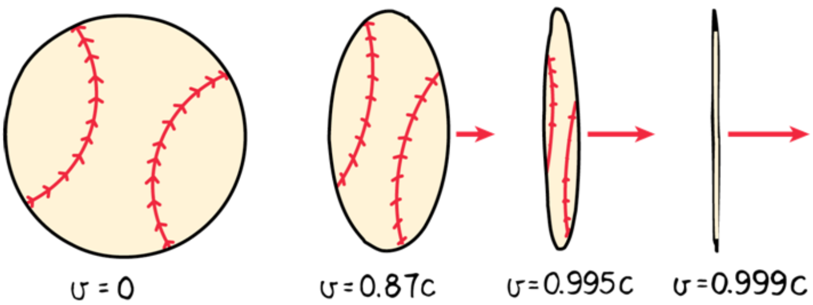
Une longueur en mouvement ℓ est toujours plus petite qu'une longueur au repos ℓ_0 :

$$\ell = \frac{1}{\gamma}\,\ell_0 \quad \text{avec } \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

où v est la vitesse relative entre les deux référentiels galiléens dans lesquels les longueurs sont mesurées. ($\vec{v}$ est supposé parallèle à la longueur.)

Remarques :

- La mesure d'une longueur dépend du référentiel : la distance est relative.
- Tout comme l'effet de la dilatation du temps, l'effet de la contraction des longueurs est *réciproque*. Un observateur terrestre et un observateur à bord du vaisseau vont tous les deux conclure que les longueurs dans le référentiel de l'autre observateur sont raccourcies. Si tel n'était pas le cas, leurs référentiels galiléens d'observation ne seraient pas tout à fait équivalents, en contradiction avec le premier postulat d'Einstein.
- La longueur en mouvement apparaît seulement raccourcie en direction du mouvement. Les longueurs perpendiculaires au mouvement apparaissent inchangées.



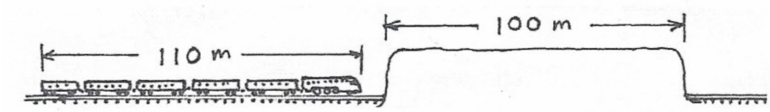
- Si $v = 0{,}1\,c$, alors $\frac{1}{\gamma} = 0{,}995$: à 10% de la vitesse de la lumière la contraction des longueurs n'est que de 0,5%. Seulement à des vitesses qui sont bien plus grandes que $0{,}1\,c$, l'effet relativiste de la contraction des longueurs devient notable. Si $v \to c$, alors $\ell \to 0$.

As-tu compris ?

3. Pour un observateur terrestre, un mètre-étalon dans trois vaisseaux spatiaux ont les longueurs suivantes :

Classer par ordre décroissant les vitesses des vaisseaux spatiaux par rapport à la Terre.

4. Un train a une longueur au repos de 110 m et un tunnel a une longueur au repos de 100 m.



a. Dans quel référentiel un observateur pourrait-il voir le train disparaître entièrement à l'intérieur du tunnel ? Justifier.

b. Calculer la vitesse minimale du train qui permettrait une telle observation.

6 Expérience des muons de Frisch et Smith

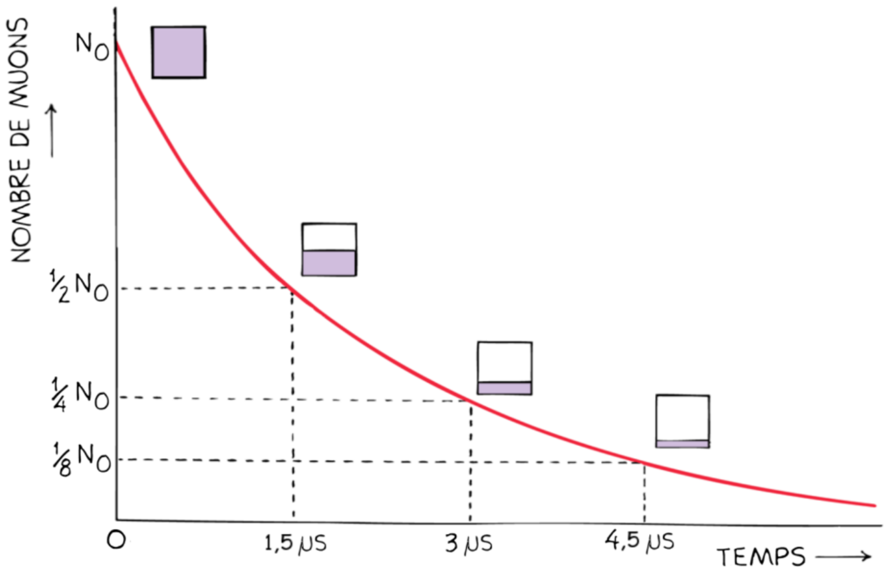
Afin de vérifier expérimentalement le phénomène de la dilatation du temps, on peut considérer des particules instables qui se déplacent à de très grandes vitesses. Bien sûr, ces particules ne font pas tic-tac. Mais, elles possèdent une durée de vie. Leur durée de vie individuelle n'est pas calculable. Cependant, après une durée caractéristique à tout type de particules instables, appelée **demi-vie,** une population de particules instables se réduit exactement de moitié. Si l'on a un échantillon de N_0 particules instables d'un certain type à l'instant $t = 0$, on peut ainsi calculer le nombre N de particules instables qui en restent après un temps t :

$$N = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T_0}} \tag{3}$$

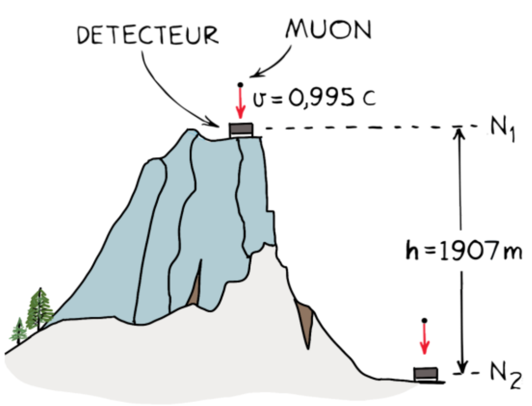
où T_0 désigne la demi-vie des particules telle que mesurée dans leur référentiel au repos.

6.1 Description

L'expérience de Frisch et Smith[3] analysa la désintégration de **muons**, des particules élémentaires de demi-vie $T_0 = 1{,}5$ µs qui sont produites dans des collisions entre des protons du rayonnement cosmique et des noyaux atomiques de la haute atmosphère.



L'expérience consiste à déterminer le nombre N_1 de muons détectés en moyenne pendant une heure près du sommet du mont Washington (altitude 1910 m) et le nombre N_2 au sol à Cambridge (altitude 3 m). Le détecteur de muons est ajusté de sorte qu'il détecte des muons de vitesse $v = 0{,}995\,c$. Voici les mesures :



$$N_1 = 563 \pm 10$$
$$N_2 = 408 \pm 9$$

[3] La première expérience qui vérifia la dilatation du temps fut décrite par Rossi et Hall en 1941. Cette expérience fut reprise sous forme optimisée par Frisch et Smith en 1963.

6.2 Interprétation

Insuffisance de l'interprétation classique

La durée de parcours vaut :

$$t = \frac{h}{v} = \frac{1907\ \text{m}}{0{,}995\ c} = 6{,}4 \cdot 10^{-6}\ \text{s} = 6{,}4\ \mu\text{s}$$

D'après un calcul classique, ignorant la dilation du temps qui affecte la demi-vie des muons en mouvement, la relation (3) fournit pour le nombre de muons attendus :

$$N_2 = 563 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{6{,}4\ \mu\text{s}}{1{,}5\ \mu\text{s}}} = 29$$

Le résultat est en contradiction flagrante avec la mesure !

Interprétation relativiste à l'aide de la dilatation du temps

La durée de parcours correspond à la durée entre l'événement E_1 « le muon passe par le sommet » et l'événement E_2 « le muon atteint le sol ». Dans le **référentiel d'un observateur terrestre**, elle est un intervalle de temps impropre (E_1 et de E_2 se produisent en deux endroits différents), valant, d'après ce qui précède, $\Delta t = t = 6{,}4\ \mu\text{s}$.

De même que la durée de parcours, la demi-vie constitue un intervalle de temps impropre, noté T, dans le référentiel terrestre. Dû au phénomène de la **dilatation du temps**, elle est augmentée d'un facteur :

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{(0{,}995\ c)^2}{c^2}}} = 10$$

D'où :

$$T = \gamma\ T_0 = 10 \cdot 1{,}5\ \mu\text{s} = 15\ \mu\text{s}$$

Dans le référentiel terrestre, la relation (3) fournit :

$$N_2 = N_1 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{\Delta t}{T}} = 563 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{6{,}4\ \mu\text{s}}{15\ \mu\text{s}}} = 419$$

Le résultat est, compte tenu des incertitudes de mesures, en accord avec la mesure.

■ **As-tu compris ?**

5. Interpréter les mesures de l'expérience de Frisch et Smith à l'aide de la notion de contraction des longueurs.

7 Énergie au repos et équivalence masse-énergie

C'est Einstein qui reconnaît qu'une particule, même en absence d'énergie potentielle, possède de l'énergie lorsqu'elle est au repos. En effet, contrairement à ce qu'avait pensé Newton, l'énergie totale d'une particule diffère de son énergie cinétique. L'énergie qu'une particule possède encore lorsqu'elle est au repos est appelée **énergie au repos**.

D'après Einstein la masse d'une particule est une mesure de son énergie au repos ; il existe une équivalence fondamentale entre masse et énergie :

L'**énergie au repos $\boldsymbol{E_0}$** d'une particule est proportionnelle à sa masse m :

$$E_0 = m\,c^2 \tag{4}$$

où c désigne la vitesse de la lumière dans le vide.

L'équivalence masse-énergie s'applique également à des corps macroscopiques. L'énergie au repos d'un corps comprend l'énergie au repos totale de toutes ses particules constituantes ainsi que toutes les autres énergies microscopiques associées aux particules (énergie thermique, énergie chimique, énergie nucléaire, …)[4].

Puisque le facteur de conversion c^2 est très grand, une petite masse est déjà équivalente à une énergie énorme. Une masse de 1 g correspond par exemple à une énergie de $9 \cdot 10^{13}$ J, énergie libérée par l'explosion de la bombe atomique larguée sur Nagasaki au Japon le 9 août 1945.

En raison de l'équivalence masse-énergie, l'énergie au repos est encore appelée **énergie de masse**.

Conséquence :

La masse peut être transformée en énergie et vice-versa.

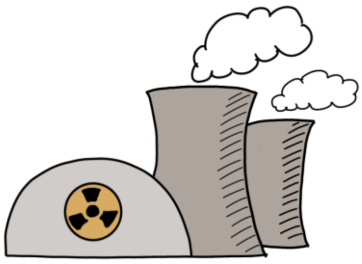
Exemples :

- La masse d'un corps varie s'il cède ou reçoit de l'énergie sous forme de chaleur. Lorsqu'un kilogramme de glace (chaleur latente de fusion $Q_f = 3{,}34 \cdot 10^5$ J/kg) fond, l'augmentation de masse ne vaut que :

$$\Delta m = \frac{\Delta E_0}{c^2} = \frac{Q_f}{c^2} = \frac{3{,}34 \cdot 10^5\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}}}{\left(3 \cdot 10^8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2} = 4 \cdot 10^{-12}\ \mathrm{kg}$$

  Dans la vie de tous les jours, de telles variations de masse ne se font pas remarquer.

- Dans des réactions nucléaires de fission ou de fusion de l'énergie au repos est libérée sous forme d'énergie cinétique des produits. La masse totale des produits sera par conséquent inférieure à la masse totale des produits (voir exemple de la bombe atomique ci-dessus).



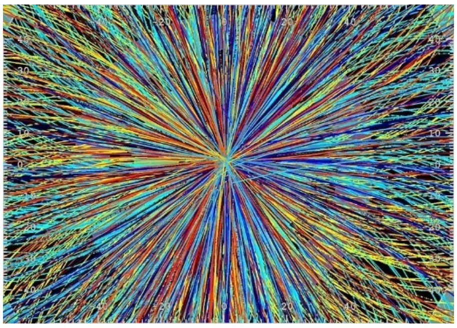
[4] En thermodynamique on parle plutôt de l'*énergie interne* du corps et on n'a en général pas à se préoccuper de l'énergie au repos des particules individuelles.

- De même, dans des réactions chimiques exothermiques le dégagement de chaleur et de lumière s'accompagnera d'une diminution de masse. L'énergie en jeu étant relativement faible, la diminution de masse n'est cependant guère mesurable. Strictement parlé, le principe de Lavoisier (loi de la conservation de la masse) n'est donc pas valable.

- Dans le champ électrique d'une particule chargée (p.ex. noyau atomique), un photon, particule de lumière de masse nulle, peut se matérialiser en un électron et un positron (antiparticule de l'électron), chacun de masse m, sous condition que l'énergie du photon soit supérieure ou égale à $2\,m\,c^2$.

  Inversement, lorsqu'un électron et un positron, chacun de masse m, se rencontrent au repos, ils s'annihilent sous l'émission de deux photons, chaque photon possédant l'énergie $m\,c^2$.

- Dans les expériences du collisionneur LHC (*Large Hadron Collider*) à Genève, deux faisceaux de protons ou d'ions de plomb sont accélérés à de hautes énergies et en sens inverses sur des trajectoires circulaires. Lorsque deux particules entrent en collision à l'intérieur de l'un des quatre détecteurs du LHC, l'énergie mise en jeu peut se transformer en des milliers de nouvelles particules avec des masses et des énergies cinétiques différentes.



Visulation de trajectoires de particules chargées émergeant de la collision de deux ions de plomb au LHC par Pcharito sous licence CC BY-SA 3.0

Vu l'équivalence masse-énergie, il peut être utile d'exprimer la masse d'une particule en unité d'énergie divisée par c^2. En physique moderne l'énergie des particules est souvent exprimée en électronvolts[5] (symbole : eV) conduisant à exprimer la masse des particules en l'unité $\frac{\mathrm{eV}}{c^2}$.

Exemples :

Particule	m (en kg)	E_0 (en MeV)	$m\ \left(\mathrm{en}\,\frac{\mathrm{MeV}}{c^2}\right)$
Photon	0	0	0
Electron	$9{,}109 \cdot 10^{-31}$	$0{,}511$	$0{,}511$
Muon	$1{,}883 \cdot 10^{-28}$	106	106
Proton	$1{,}673 \cdot 10^{-27}$	938	938
Hélium 4 (particule α)	$6{,}645 \cdot 10^{-27}$	3727	3727

Remarque :

On obtient la relation iconique $E = m\,c^2$ en désignant par E l'énergie totale du corps et en utilisant le concept vétuste de la masse relativiste $m = m(v)$ ou en précisant que cette forme de la relation n'est valable que dans le référentiel au repos du corps où l'énergie totale E s'identifie à l'énergie au repos E_0.

[5] Un électronvolt est l'énergie qu'une particule, qui porte la charge élémentaire e, acquiert lorsqu'elle est accélérée sous une tension de 1V : $1\ \mathrm{eV} = 1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{J}$

8 Quantité de mouvement et énergie relativistes

En mécanique classique ($v \leq 0{,}1\ c$), la quantité de mouvement $\vec{p}$, l'énergie totale E et l'énergie cinétique E_c d'une particule de masse m se déplaçant à la vitesse $\vec{v}$ sont données par :

$$\vec{p} = m\,\vec{v} \tag{5}$$

$$E = E_c = \frac{1}{2}\,m\,v^2 \tag{6}$$

Pour l'énergie totale, on suppose ici qu'il y a absence d'énergie potentielle.

Afin que les lois physiques restent les mêmes lorsqu'on change d'un référentiel galiléen vers un autre (1er postulat d'Einstein), les expressions de la quantité de mouvement et de l'énergie devront être adaptées pour des grandes vitesses ($v > 0{,}1\ c$). Leurs expressions relativistes devront d'une part tenir compte de la dilatation du temps et de la contraction des longueurs qui se manifestent à ces vitesses et d'autre part se réduire aux expressions classiques à de faibles vitesses ($v \leq 0{,}1\ c$).

8.1 Quantité de mouvement relativiste

La **quantité de mouvement relativiste** d'une particule de masse $m > 0$ et de vitesse $\vec{v}$ s'écrit :

$$\vec{p} = \gamma\,m\,\vec{v} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\,m\,\vec{v} \tag{7}$$

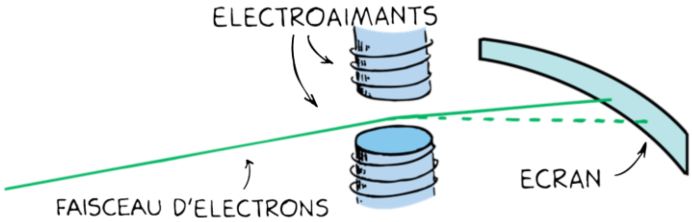
Remarques :

- Dans le cas d'une particule de masse nulle (p.ex. photon), l'expression (7) devient une forme indéterminée. On doit alors utiliser l'expression (13) donnée p. 17.
- Dans le domaine non relativiste ($v \leq 0{,}1\ c$), on a que $\gamma \approx 1$ et l'expression (7) se réduit à l'expression classique de la quantité de mouvement.
- Dans le domaine relativiste ($v > 0{,}1\ c$), la quantité de mouvement relativiste dévie de plus en plus de la quantité de mouvement classique que la vitesse devient grande (voir évolution du facteur γ avec la vitesse p. 7).
- Il est cependant remarquable qu'avec cette nouvelle expression de la quantité de mouvement, la résultante des forces extérieures qui s'exercent sur une particule peut toujours encore s'écrire $\vec{F}_{res} = \frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t}$, de sorte que le principe fondamental de la dynamique reste valable sous cette forme dans le domaine relativiste[6].

Des physiciens qui travaillent avec des particules élémentaires vérifient quotidiennement la validité de la définition relativiste de la quantité de mouvement. Dans le LHC, des particules élémentaires sont accélérées jusqu'à des vitesses très proches de c. Les quantités de mouvement de telles particules peuvent devenir des milliers de fois supérieures à la valeur prédite par l'expression classique. Ceci se manifeste par une « rigidité » accrue de la trajectoire des particules. En effet, plus une particule a de la quantité de mouvement, plus elle est difficile à dévier. Quand un faisceau d'électrons traverse un champ magnétique, la force de Lorentz dévie ces particules de leurs trajectoires rectilignes. La ligne en pointillée sur la figure de la page suivante montre la trajectoire courbée que les électrons d'une vitesse proche de c devraient suivre selon la définition classique

[6] La formulation alternative $\vec{F}_{res} = m\,\vec{a}$ du principe fondamental de la dynamique, basée sur l'accélération $\vec{a}$ de la particule, n'est plus valable sous cette forme dans le domaine relativiste.

de la quantité de mouvement. Or, la trajectoire réelle des électrons est en accord avec la définition de la quantité de mouvement relativiste.



Cette augmentation de la quantité de mouvement doit être compensée dans des accélérateurs circulaires comme le cyclotron, dans lesquels la quantité de mouvement dicte le rayon de la trajectoire.

8.2 Énergie relativiste

En supposant qu'il n'y a pas d'énergie potentielle, l'**énergie totale relativiste** d'une particule de masse $m > 0$ et de vitesse $\vec{v}$ s'écrit :

$$E = \gamma\, m\, c^2 \tag{8}$$

où $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ désigne le facteur de Lorentz.

La différence entre l'énergie totale relativiste E d'une particule et son énergie au repos E_0 est définie comme **énergie cinétique relativiste** E_c :

$$E_c = E - E_0 \tag{9}$$

En insérant les expressions (4) et (8) dans (9), il vient :

$$E_c = \gamma\, m\, c^2 - m\, c^2 = (\gamma - 1)\, m\, c^2 \tag{10}$$

Remarques :

- Dans le cas d'une particule de masse nulle (p.ex. photon), les expressions (8) et (10) deviennent des formes indéterminées. Puisque $E_0 = 0$ pour une particule de masse nulle, l'énergie totale d'une telle particule est exclusivement de l'énergie cinétique.
- Si la particule est au repos, alors $\gamma = 1$ et donc $E = E_0$ et $E_c = 0$.
- Si la vitesse est faible ($v \leq 0{,}1\, c$), on peut montrer que $\gamma \approx 1 + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}$. En remplaçant dans (10), on retrouve l'expression classique de l'énergie cinétique $E_c \approx \frac{1}{2}\, m\, v^2$. Cependant, l'expression classique de E semble à première vue différer d'un terme E_0 de son expression relativiste $E = E_c + E_0$. Or, dans les processus non relativistes, la masse respectivement l'énergie au repos sont conservées. L'énergie au repos n'est alors qu'une constante additive des deux côtés d'une équation de bilan énergétique et peut tout simplement être ignorée.
- Si $v \to c$ et si $m \neq 0$, alors $E \to \infty$ et $E_c \to \infty$. Comme l'énergie cinétique d'une particule représente le travail qu'il lui faut fournir pour l'accélérer du repos à la vitesse v, il faudrait dès lors lui fournir un travail infini pour l'accélérer à la vitesse de la lumière. D'où :

  Aucune particule de masse non nulle ne peut atteindre (ou dépasser) la vitesse de la lumière.

8.3 Relations utiles

Relation entre l'énergie totale E, la quantité de mouvement p et l'énergie au repos E_0

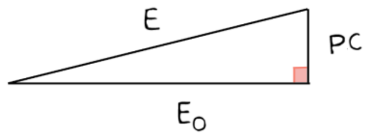
$$E = \gamma\, E_0 = \frac{E_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

D'où :

$$\begin{aligned} E_0^2 &= \left(1-\frac{v^2}{c^2}\right) E^2 \\ &= E^2 - \frac{v^2}{c^2}\, E^2 \\ &= E^2 - \frac{v^2}{c^2}\,(\gamma\, m\ c^2)^2 \\ &= E^2 - \gamma^2\, m^2\, v^2\, c^2 \\ &= E^2 - p^2\, c^2 \end{aligned}$$

Finalement :

$$E = \sqrt{p^2c^2 + E_0^2} \qquad (11)$$



Remarques :

- Pour une *particule au repos* $v = 0$ et donc $p = 0$. La relation (11) confirme que son énergie totale est égale à son énergie au repos :

$$E = E_0 \ \text{ si } \ v = 0$$

- Pour une *particule de masse nulle*, comme le photon, l'énergie au repos est nulle. D'après la relation (11), l'énergie totale s'écrit :

$$E = p\, c \ \text{ si } \ m = 0 \qquad (12)$$

  Pour la quantité de mouvement il s'ensuit :

$$p = \frac{E}{c} \ \text{ si } \ m = 0 \qquad (13)$$

- Pour une **particule ultra-relativiste**, la vitesse est très proche de c, typiquement $v > 99\%\, c$. On a alors que $E \gg E_0$ et le terme E_0^2 devient ainsi négligeable devant le terme $p^2\, c^2$. Ainsi :

$$E \simeq p\, c \ \text{ si } \ E \gg E_0$$

- L'énergie totale E et la quantité de mouvement $\vec{p}$ d'une particule dépendent du référentiel dans lequel on les mesure. Par contre, la quantité $E^2 - p^2c^2$ ne dépend pas du référentiel puisqu'elle est égale à E_0^2. Tout comme la masse et l'énergie au repos, cette quantité est un **invariant relativiste**.

Relation entre vitesse $\vec{v}$, quantité de mouvement $\vec{p}$ et énergie totale E

Bien que les relations (7) et (8) étant des formes indéterminées pour une particule de masse nulle, leur rapport fournit une relation valable pour toutes les particules :

$$\frac{\vec{v}}{c^2} = \frac{\vec{p}}{E}$$

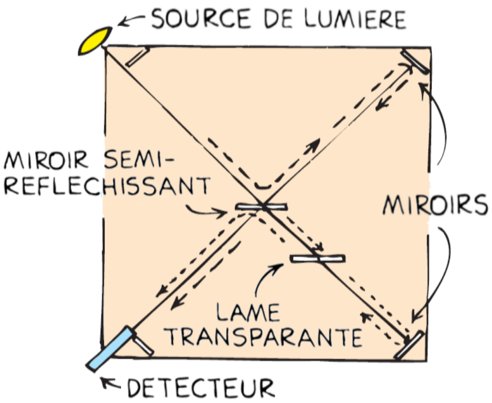
D'où :

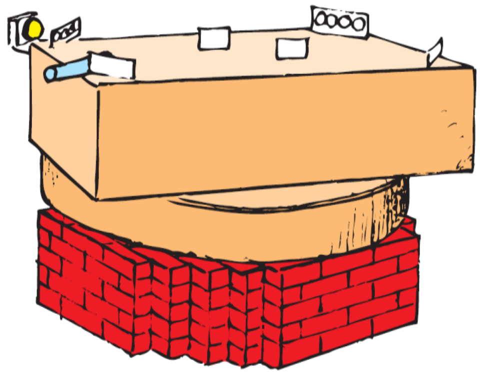
$$\vec{v} = \frac{c^2}{E}\, \vec{p}$$

9 Pour en savoir plus

9.1 Expérience de Michelson-Morley

Une personne dans un train se balade à 1 km/h par rapport au train, mais elle se déplace à 60 km/h par rapport à la gare. Or, la gare n'est elle-même pas au repos, puisque la Terre tourne autour de son axe. Par rapport au référentiel géocentrique, la vitesse de la personne vaut près de 1600 km/h lorsque le train se trouve à une latitude proche de l'équateur. Cependant, nous savons que le centre de la Terre se déplace relativement au Soleil. Mesurée depuis le référentiel héliocentrique, la vitesse de la personne vaut près de 110000 km/h. De plus, le Soleil se trouve en orbite autour du centre de notre galaxie, qui se déplace elle-même par rapport à d'autres galaxies. Nous constatons ainsi que la vitesse est relative au référentiel dans lequel elle est mesurée. Existe-il un référentiel absolu au repos ? L'espace lui-même est-il au repos ? Si tel est le cas, ne pourrait-on pas mesurer des vitesses absolues par rapport à l'espace ? Puisque la lumière se déplace sous forme d'ondes, il semblait à l'époque évident que l'espace était rempli d'un milieu, nommé *éther*, pouvant vibrer et donc propager cette onde lumineuse : si l'existence de cet éther était prouvée, il constituerait un référentiel universel au repos. En 1887, les physiciens américains A. A. Michelson et E. W. Morley ont conçu une expérience optique permettant de mesurer le mouvement de la Terre par rapport à cet éther.





Pour ce faire, les deux physiciens ont utilisé un dispositif appelé **interféromètre**. Cet instrument était suffisamment sensible pour pouvoir mesurer la différence de temps nécessaire à la lumière pour parcourir un aller-retour, d'abord en suivant la trajectoire de la Terre le long de son orbite et ensuite perpendiculairement à sa trajectoire. Or, à la surprise générale, aucune différence de temps ne fut mesurée. De nombreuses répétitions et variations de l'expérience de Michelson – Morley ont depuis lors été réalisées, à l'aide d'instruments de mesure de plus en plus précis. Aucune de ces expériences n'a pu détecter une différence de la vitesse de la lumière. Il n'est pas établi à quel point l'expérience de Michelson-Morley a influencé Albert Einstein. Cependant, Einstein a postulé l'idée que la vitesse de la lumière dans le vide est identique dans tous les référentiels d'inertie, une idée complètement contraire aux idées classiques de l'espace et du temps. Puisque la vitesse est le rapport d'une distance dans l'espace par un intervalle de temps correspondant, Einstein a compris que pour que la vitesse de la lumière soit une constante, il fallait que l'espace et le temps soient liés. À partir de deux postulats, il a réussi à développer une relation profonde entre ces deux notions dans sa théorie de la relativité.

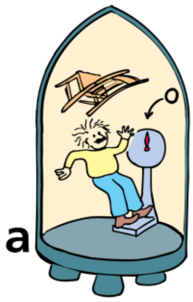
9.2 Introduction à la relativité générale

La théorie de la relativité générale fut développée par Einstein entre 1907 et 1915. Elle généralise la théorie de la relativité restreinte en traitant également de la gravitation.

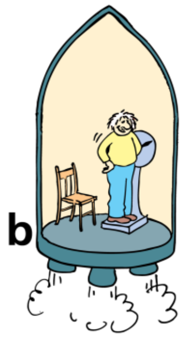
« J'étais assis sur une chaise dans mon office des brevets à Berne. Soudain une pensée me vint : si un homme tombe librement, il ne sentira pas son poids. J'ai été abasourdi. Cette simple expérience de pensée a fait une profonde impression sur moi. Cela m'a conduit à la théorie de la gravité. »

9.2.1 Principe d'équivalence d'Einstein

Imaginons un passager dans un vaisseau spatial, loin de toute influence gravitationnelle :

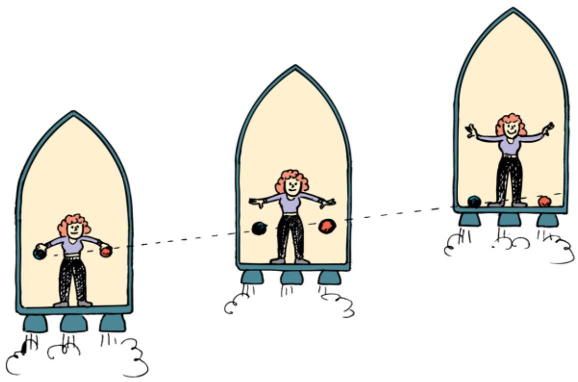


a. Si le vaisseau est au repos ou en MRU par rapport aux étoiles lointaines, le passager se trouve en **impesanteur**. Si le passager lâche une balle, elle va rester à l'endroit où il l'a lâchée. S'il lance la balle, elle va effectuer un MRU. Sans regarder à l'extérieur du vaisseau, le passager n'a aucun moyen de détecter s'il se trouve dans un référentiel galiléen sans gravitation ou dans un référentiel en chute libre dans un champ de gravitation uniforme.



b. Si les réacteurs sont allumés, le vaisseau est accéléré et le sol pousse contre les pieds du passager. L'accélération vers le haut procure une sensation de gravitation vers le bas. Sans regarder à l'extérieur du vaisseau, il n'existe aucune expérience qui lui permettrait de déterminer la présence éventuelle d'un champ de gravitation uniforme. Si l'accélération du vaisseau spatial est égale à g, le passager peut être convaincu que le vaisseau n'accélère pas, mais se trouve au repos à la surface de la Terre.

Considérons la chute de deux boules à l'intérieur du vaisseau accéléré, l'une en bois et l'autre en plomb. Lorsque les boules sont lâchées, un observateur extérieur voit les boules se déplacer vers le haut côte à côte à vitesse constante (celle que le vaisseau avait à l'instant du relâchement des boules). Or, puisque le vaisseau accélère, le sol du vaisseau rattrape les boules. Les deux boules, quelle que soit leur masse, touchent le sol simultanément. En souvenir de la démonstration de Galilée sur la tour penchée de Pise, le passager dans le vaisseau pourrait attribuer son observation à la force de gravitation. Il pourrait en effet conclure qu'il se trouve au repos dans le champ de gravitation à la surface terrestre.

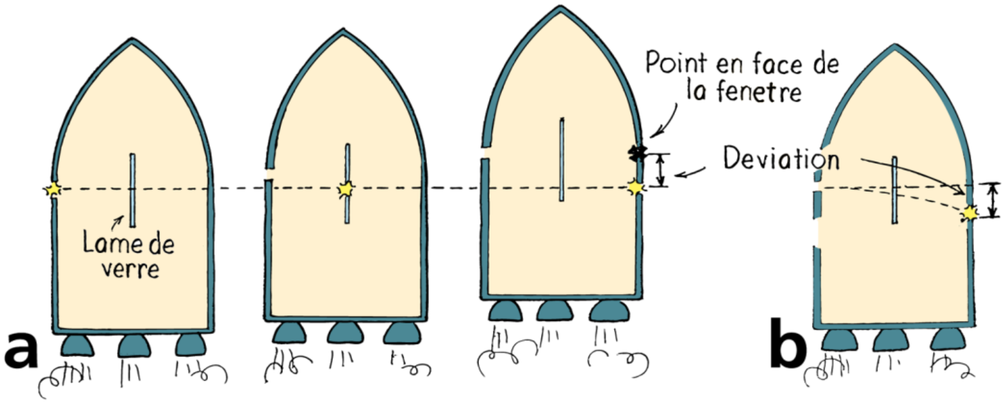


Un référentiel galiléen sans gravitation est équivalent à un référentiel en chute libre.
Une accélération est équivalente à un champ de gravitation.

9.2.2 Déviation de la lumière par la gravitation

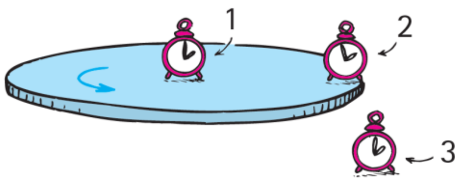
L'équivalence entre gravitation et accélération est le fondement de la théorie de la relativité générale d'Einstein. Il a postulé que le principe d'équivalence s'applique à tous les phénomènes naturels, y compris les phénomènes optiques ou électromagnétiques.

Imaginons que le vaisseau spatial accélère uniformément vers le haut et qu'il a une petite fenêtre par laquelle entre un rayon lumineux parallèlement par rapport au sol du vaisseau. Pour un observateur extérieur, le chemin emprunté par le rayon lumineux est une ligne droite (figure **a**). En revanche, pour un observateur à l'intérieur du vaisseau accéléré, le chemin de la lumière est courbe. Le rayon lumineux suit une trajectoire parabolique (figure **b**). Puisque le chemin de la lumière est courbe dans un référentiel accéléré, il devra aussi être courbe dans un champ de gravitation, vu l'équivalence entre accélération et gravitation.



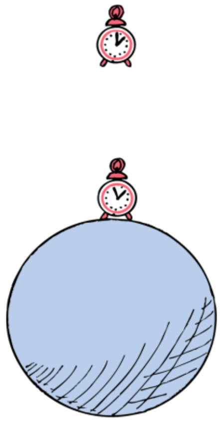
9.2.3 Dilatation du temps par la gravitation

Imaginons un disque en rotation et trois horloges identiques : une placée au centre du disque, une seconde fixée sur le bord du disque, et la troisième au repos sur le sol à côté du disque :



D'après les lois de la relativité restreinte, l'horloge 1 bat au même rythme que l'horloge 3, puisqu'elle ne se déplace pas par rapport au sol. En revanche, l'horloge 2 est en mouvement par rapport à l'horloge 3 et un observateur au sol constate que les aiguilles de l'horloge 2 tournent à un rythme plus lent que celles de l'horloge 3 - et donc à un rythme plus lent que celles de l'horloge 1. Bien que les horloges 1 et 2 soient dans le même référentiel, elles ne battent donc pas au même rythme. Un observateur au centre du disque et un observateur au repos au sol constatent tous les deux la même dilatation du temps indiqué par l'horloge 2.

Leurs interprétations ne sont cependant pas les mêmes. Pour l'observateur au sol, le rythme ralenti de l'horloge 2 est dû à son mouvement. Pour l'observateur au centre du disque en rotation, les horloges 1 et 2 ne sont pas en mouvement relatif. Or, une force centrifuge agit sur l'horloge 2, alors qu'une telle force n'agit pas sur l'horloge 1. L'observateur sur le disque conclut que la force centrifuge doit être la cause de la dilatation du temps. Il remarque que, lorsqu'il se déplace dans le sens de la force centrifuge vers l'extérieur du disque, le temps ralentit. En appliquant le principe d'équivalence, on en déduit que lorsqu’on se déplace dans le sens de la force gravitationnelle, le temps sera également ralenti.



Cette dilatation du temps s'appliquera à toutes les « horloges », qu'elles soient physiques, chimiques ou biologiques. Un ouvrier travaillant au rez-de-chaussée d'un grand gratte-ciel vieillit plus lentement que sa sœur jumelle travaillant au dernier étage. La différence est très faible, de quelques microsecondes par décennie, car la différence de gravitation est très petite. Pour des différences de gravitation plus importantes, comme entre la surface du Soleil et la surface de la Terre, la dilatation du temps est plus importante (bien qu'encore minime). Une horloge à la surface du Soleil battrait sensiblement plus lentement qu’une horloge à la surface de la Terre.

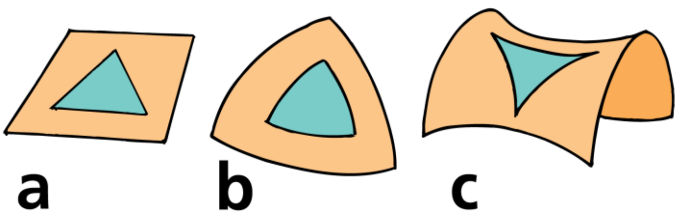
Une horloge au repos bat plus lentement pour un observateur en présence de gravitation qu’en l’absence de gravitation. Ou encore, une horloge au repos influencée par la gravitation retarde par rapport à une horloge au repos qui n’en est pas influencée.

Contrairement à la dilatation du temps par effet de vitesse, la dilation du temps par la gravitation *n’est pas réciproque*. Cela signifie que deux observateurs, l’un situé au repos en un point d’un champ de gravitation avec une horloge et un deuxième situé en un autre point du champ avec une horloge identique, s’accordent sur le fait que l’horloge la plus proche de la source de champ ralentit et ils s’accordent sur la différence constatée.

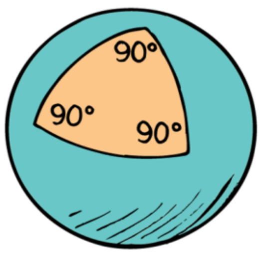
9.2.4 Courbure de l’espace-temps et une nouvelle géométrie

Einstein eut l’intuition géniale d’interpréter la gravitation non pas comme une force, mais *géométriquement*, comme une courbure de l’espace et du temps.

La géométrie à trois dimensions introduites par Euclide est valable dans un espace plat. Or, si on dessine des cercles ou des triangles sur une surface courbe comme une sphère ou un objet en forme de selle, la géométrie euclidienne n’est plus valable. Par exemple, la somme des mesures des angles intérieurs d'un triangle n'est pas toujours de 180°.



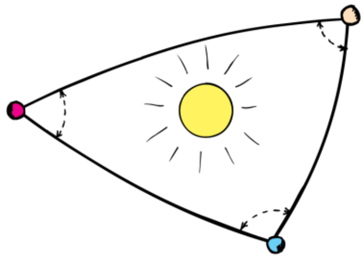
a. Sur une surface plane, la somme est de 180°.
b. Sur une surface sphérique, la somme est supérieure à 180°.
c. Sur une surface en forme de selle, la somme est inférieure à 180°.



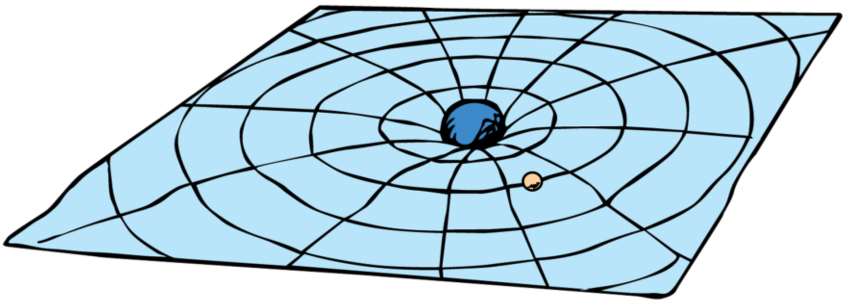
La somme des mesures des angles intérieurs d'un triangle équilatéral sur la surface terrestre est supérieure à 180°. Évidemment, les lignes formant ce triangle ne sont pas "droites" de la vue tridimensionnelle. Mais ce sont les distances les plus "droites" ou les plus courtes entre deux points si l'on se limite à la surface courbe. Ces lignes de plus courte distance sont appelées **géodésiques**.

La trajectoire de vol d'un avion tracée sur une carte plane est courbe. La même ligne tracée sur un globe serait une géodésique, c'est-à-dire le chemin le plus court entre deux points sur la surface sphérique de la Terre. L'espace-temps a quatre dimensions : trois dimensions spatiales et une dimension temporelle (du passé au futur). Einstein a interprété un champ gravitationnel comme une courbure géométrique de cet espace-temps. Selon Einstein, les rayons lumineux suivent des géodésiques dans l'espace-temps à 4 dimensions.

Imaginons trois observateurs répartis sur Terre, Vénus et Mars. Ils s'envoient des faisceaux lumineux entre eux et mesurent les angles intérieurs du triangle formé par les faisceaux. Ils constatent que les faisceaux lumineux se courbent lorsqu'ils passent devant le Soleil, ce qui engendre que la somme des angles du triangle est supérieure à 180°. L'espace tridimensionnel autour du Soleil est courbé et la géométrie euclidienne n'y est plus valable.



Einstein abandonne complètement l'idée de la force gravitationnelle entre les masses et pense à des masses répondant dans leur mouvement à la courbure de l'espace-temps. On ne peut pas visualiser les courbures dans l'espace-temps parce que nous sommes des êtres à trois dimensions. Prenons une analogie simplifiée en deux dimensions : une boule lourde posée au milieu d'un lit à eau. Plus la balle est massive, plus elle déforme la surface bidimensionnelle. Une bille roulée sur une telle surface peut tracer une courbe circulaire ou elliptique et orbiter autour de la balle. Les planètes qui orbitent autour du Soleil voyagent de manière similaire le long de géodésiques à quatre dimensions dans l'espace-temps courbé autour du Soleil. Les satellites et les projectiles en chute libre se déplacent également le long de géodésiques dans cet espace-temps courbé à quatre dimensions.



La courbure de l'espace-temps est causée par les sources de gravitation. Or, en théorie de la relativité, masse, énergie totale et quantité de mouvement sont inextricablement reliées. Ce n'est pas seulement la masse d'un corps qui influence la courbure de l'espace-temps, mais également son état de mouvement (par exemple de sa rotation). Plus généralement[7] :

> Ce sont la matière et les rayonnements qui par leurs caractéristiques dictent la courbure de l'espace-temps. Et c'est la courbure de l'espace-temps qui dicte la trajectoire de la matière et des rayonnements.

[7] John Archibald Wheeler (2000) : *Spacetime tells matter how to move; matter tells spacetime how to curve.*

Exercice résolu

En première approximation, l'intervalle de temps propre Δt_0 entre deux événements mesurés par une horloge au repos située à la distance r du centre d'une masse source M à symétrie sphérique s'écrit :

$$\Delta t_0(r) = \left(1 - \frac{KM}{r\,c^2}\right)\,\Delta t$$

où Δt est l'intervalle de temps correspondant mesuré par un observateur au repos situé à l'infini, en l'absence de gravitation, K la constante de gravitation et c la vitesse de la lumière dans le vide. Puisque le facteur entre parenthèses est inférieur à l'unité, on a que $\Delta t_0 \leq \Delta t$.

De combien le temps est-il dilaté en une journée à la surface de la Terre dû à la gravitation ? Et pour un satellite GPS naviguant à une altitude de 20200 km ?

Solution :

On a :

$$\Delta t_0(R) = \left(1 - \frac{K\,M}{R\,c^2}\right)\,\Delta t$$

A.N. :

$$\Delta t_0(R) = 86400 \cdot \left(1 - \frac{6{,}673 \cdot 10^{-11} \cdot 5{,}98 \cdot 10^{24}}{6370 \cdot 10^3 \cdot (2{,}998 \cdot 10^8)^2}\right) = 86399{,}9999398 \text{ s}$$

Le temps est dilaté de 60,2 µs par jour dû à la gravitation.

Pour un satellite GPS naviguant à 20200 km d'altitude le calcul fournit :

$$\Delta t_0(r_{GPS}) = 86400 \cdot \left(1 - \frac{6{,}673 \cdot 10^{-11} \cdot 5.98 \cdot 10^{24}}{26570 \cdot 10^3 \cdot (2{,}998 \cdot 10^8)^2}\right) = 86399{,}9999856 \text{ s}$$

La différence entre $\Delta t_0(r_{GPS})$ et $\Delta t_0(R)$ vaut $45{,}8$ µs. Les horloges des satellites GPS *avancent* donc de $45{,}8$ µs par jour dû à la gravitation plus faible qu'elles subissent. C'est un effet qu'on a bien vérifié expérimentalement. Bien qu'il soit très faible, il doit être continuellement compensé pour assurer un repérage GPS précis. Il en est de même pour l'effet de la dilation du temps dû à la vitesse des satellites qui fait que leurs horloges *retardent* de 7,2 µs par jour. L'effet combiné cause donc un avancement des horloges de 38,6 µs par jour.

9.3 Masse inerte et masse grave

Suite à ses expériences de chute libre, Galilée formula en 1604 la loi de la chute libre des corps :

Le mouvement des corps en chute libre est indépendant de leur masse.

Newton pouvait expliquer la loi de Galilée. D'après son principe fondamental de la dynamique, un corps de masse m subit une accélération $\vec{a}$ tel que :

$$\vec{F}_{res} = m\,\vec{a} \tag{14}$$

où $\vec{F}_{res}$ est la résultante des forces extérieures qui s'exercent sur le corps.
La masse qui figure dans l'équation (14) est appelée **masse inerte** puisqu'elle est une mesure de l'inertie du corps c.-à-d. de la résistance avec laquelle il s'oppose à une accélération.

D'autre part, le poids du corps s'écrit :

$$\vec{P} = m\,\vec{g} \tag{15}$$

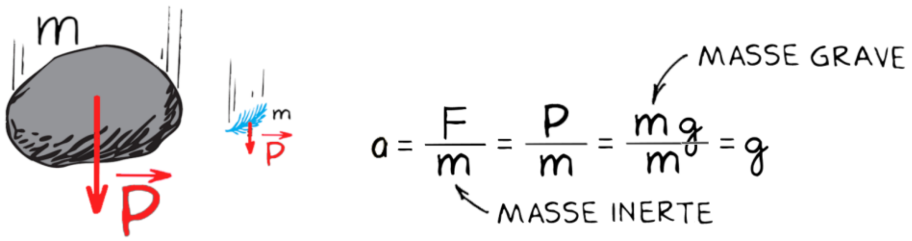
où $\vec{g}$ désigne le champ de pesanteur.
La masse qui figure dans l'équation (15) est appelée **masse grave** puisque la force de gravitation lui est proportionnelle.

Puisque $\vec{F}_{res} = \vec{P}$, on a que :

$$\vec{a} = \vec{g}$$

L'accélération est donc en effet indépendante de la masse.

Toutefois, Newton savait que sa conclusion pouvait seulement être correcte si la masse inerte et la masse grave étaient identiques. Toutes les expériences à ce jour confirment que *la masse inerte est identique à la masse grave*[8]. Il n'y a donc pas besoin de distinguer entre ces deux types de masses.

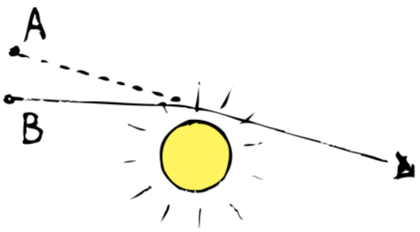


9.4 Vérifications expérimentales de la théorie de la relativité générale

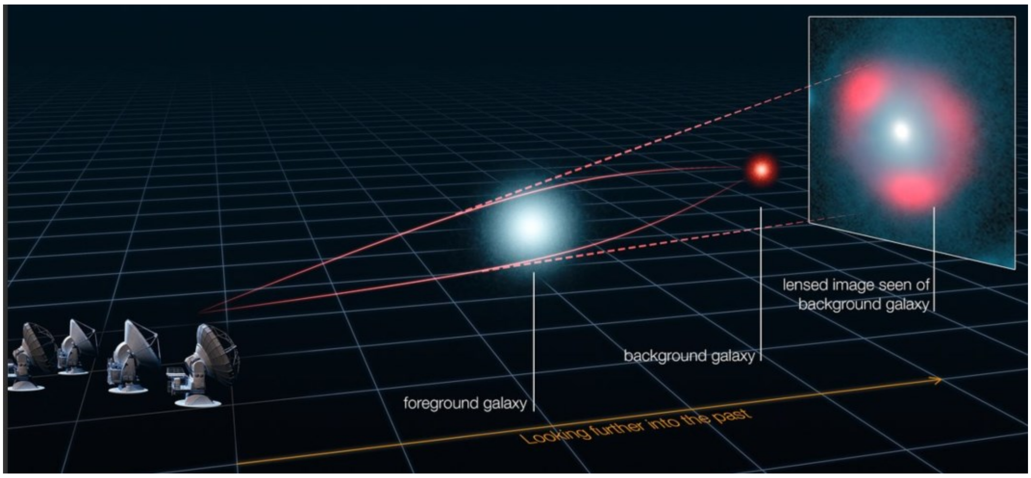
- Au 19ème siècle, les astronomes avaient mesuré que le **mouvement de précession du périhélie** pour l'orbite de Mercure était d'un angle de 574'' par siècle. Les perturbations par les autres planètes pouvaient expliquer la précession de Mercure - à l'exception de 43'' par siècle. Les équations de la relativité générale d'Einstein, appliquées à l'orbite de Mercure prédisent exactement les 43''supplémentaires par siècle.

[8] L'égalité entre masse inerte et masse grave est parfois appelée principe d'équivalence de Galilée.

- La déviation de la lumière dans le champ de gravitation terrestre est trop faible pour être observée. Cependant, Einstein avait prédit que la lumière provenant d'étoiles serait déviée par le champ de gravitation du Soleil d'un angle de $1{,}75'' = 0{,}0292°$. Même si les étoiles ne sont pas visibles lorsque le Soleil brille, la déviation de la lumière d'étoiles peut être observée durant les **éclipses solaires**. C'est de cette manière que l'astronome Arthur Eddington a pu confirmer en 1919 les prédictions d'Einstein.



- Lorsque de la lumière d'étoiles ou de galaxies est déviée par une très grande masse (p.ex. amas de galaxies), la lumière recueillie par un télescope donne lieu à une image déformée ou multiple. On dit que la très grande masse constitue une **lentille gravitationnelle**. L'effet de lentille gravitationnelle a été observé sur de nombreuses images astronomiques.



Credit: ALMA (ESO/NRAO/NAOJ), L. Calçada (ESO), Y. Hezaveh et al.

- Lorsqu'un corps de grande masse accélère, la courbure de l'espace-temps se réadapte et ces réajustements produisent des ondulations dans la géométrie globale de l'espace-temps. Ces **ondes gravitationnelles** se déplacent à la vitesse de la lumière à partir d'une source de gravitation. Or, les ondes gravitationnelles produites par les événements astronomiques ordinaires sont très faibles et leur détection est extrêmement difficile. Leur première confirmation a eu lieu en 2016 (un siècle après la prédiction de leur existence par Einstein) alors que de minuscules distorsions de l'espace (de l'ordre d'un millième du diamètre d'un proton !) ont été détectées par deux détecteurs au *Laser Interferometer Gravitational Wave Observatory* (LIGO). Les ondes découvertes proviennent de la fusion d'une paire de trous noirs il y a environ 1,3 milliard d'années.

- Einstein a suggéré un moyen de mesurer la dilatation du temps par la gravitation. On devrait observer que la lumière qui se déplace « contre la gravité » a une fréquence légèrement inférieure en raison d'un effet appelé le **décalage gravitationnel vers le rouge**. Bien que cet effet soit faible dans le champ gravitationnel du Soleil, il est plus fort dans les étoiles plus compactes avec une plus grande gravitation de surface. Une expérience confirmant la prédiction d'Einstein a été réalisée en 1960 avec des rayons gamma à haute fréquence envoyés entre les étages supérieur et inférieur d'un bâtiment de laboratoire à l'Université de Harvard. Des mesures incroyablement précises ont confirmé la dilatation du temps par la gravitation.

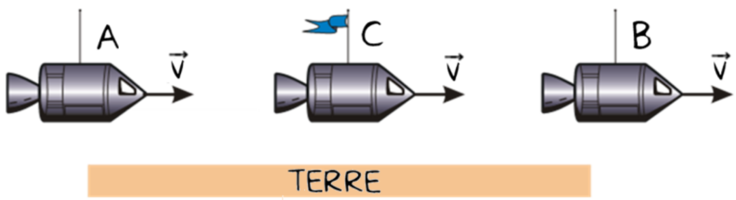
10 Exercices

1. Pourquoi les effets de la dilatation du temps ne sont-ils pas aisément observables dans la vie de tous les jours ?

2. Deux événements se produisent au même point mais à des instants différents dans un référentiel d'inertie. Ces deux événements peuvent-ils être simultanés dans un autre référentiel en mouvement rectiligne uniforme par rapport au premier ?

3. Considérer l'expérience de pensée suivante :

Trois astronautes se déplacent à travers l'espace, d'un mouvement rectiligne et uniforme par rapport à la Terre, au moyen des vaisseaux spatiaux A, C et B. Les vaisseaux se suivent à des distances rigoureusement égales. C porte le commandement pour l'ensemble de la flotte. Un ordre est transmis aux vaisseaux A et B via des ondes radio se propageant à la vitesse c.



Trouver un référentiel où :

a. l'arrivée du signal en A et en B est simultanée ;
b. A reçoit le signal avant B ;
c. B reçoit le signal avant A.

4. Un observateur au repos percevra un objet se déplaçant à une très grande vitesse :

A. raccourci dans la direction du déplacement

B. raccourci dans toutes les directions

C. raccourci dans la direction perpendiculaire au déplacement

D. allongé dans toutes les directions

5. Pourquoi n'est-il pas possible pour un électron ou un proton de voyager à la vitesse de la lumière ?

6. Sous quelle condition, l'équation $p = E/c$ est-elle valable pour…

a. un électron ?

b. un proton ?

c. Un photon ?

7. Un train de 100 m de longueur au repos mesure 80 m lorsqu'il est en mouvement.

a. Calculer sa vitesse.

b. Calculer le temps qu'il pour passer devant un arbre dans :

- le référentiel lié au sol ;
- le référentiel du train.

8. Dans un laboratoire on mesure qu'une particule α possède une énergie totale égale au double de son énergie au repos et qu'elle passe à travers un tunnel droit en un intervalle de temps de 200 ns.

   a. Calculer la tension sous laquelle elle a été accélérée à partir du repos.

   b. Calculer sa vitesse et sa quantité de mouvement.

   c. Après avoir précisé et justifié la nature de l'intervalle de temps qu'on mesurerait dans le référentiel au repos de la particule α, calculer cet intervalle de temps.

9. Calculez l'énergie nécessaire pour accélérer un électron de :

   a. $0{,}6\ c$ à $0{,}8\ c$

   b. $0{,}995\ c$ à $0{,}998\ c$

10. Un électron se déplace à 99,9% de la vitesse la lumière dans le vide. Trouver son énergie totale et sa quantité de mouvement.

11. Un proton ayant une énergie totale de 5 GeV traverse un tube de longueur 200 m dans un accélérateur.

   a. Déterminer la longueur du tube dans le référentiel au repos du proton.

   b. Combien de temps lui faut-il pour traverser le tube :

   - dans son référentiel au repos ?
   - dans le référentiel lié au tube ?

   Justifier.

12. La puissance rayonnée par le Soleil correspond à $3{,}83 \cdot 10^{26}$ W. Sa masse est de $1{,}99 \cdot 10^{30}\ \mathrm{kg}$. Calculer la masse le Soleil perd chaque seconde par rayonnement.

13. Proxima Centauri est l'étoile la plus proche de la Terre après le Soleil. Elle se trouve à une distance de 4,24 a.l. (a.l. signifie année-lumière et représente la distance parcourue par la lumière dans le vide en une année).

   Des jumeaux A et B se séparent. B part pour un voyage à partir de la Terre vers cette étoile à bord d'un vaisseau qui navigue à une vitesse constante de $0{,}95\ c$ par rapport au Soleil. Dans la suite, on fera abstraction des phases d'accélération et de décélération, et on supposera que tout le voyage se poursuit en un mouvement rectiligne et uniforme.

   a. De combien d'années l'astronaute B a-t-il vieilli, selon sa propre montre, entre son départ et son arrivée. Justifier par un calcul.

   b. Calculer la différence d'âge due à ce voyage spatial entre les jumeaux.

Crédits Photos

© Wikimedia Commons / Ferdinand Schmutzer – **page titre** (Albert Einstein during a lecture in Vienna 1921 ; domaine public)

Crédits Illustrations

© Wikimedia Commons / Pcharito – **p.13** (One of the LHC's first lead-ion collisions, as recorded by the ALICE detector, sous licence - CC BY-SA 3.0)

© Credit: ALMA (ESO/NRAO/NAOJ), L. Calçada (ESO), Y. Hezaveh et al. – **p.24** (gravitational lensing of distant star-forming galaxies)

Des remerciements particuliers sont adressés à Paul G. HEWITT. Les illustrations sont, sauf indication contraire, l'œuvre de Paul G. Hewitt et des auteurs du cours. Les illustrations de Paul G. HEWITT ont été retravaillées par Laurent HILD, avec l'autorisation écrite et personnelle de l'auteur. Les illustrations originales sont des livres :

© HEWITT, Paul G., *Conceptual physics*, 2015, Pearson

© HEWITT, Paul G., SUCHOCKI John, *Conceptual physical science – Practice Book*, 2012, Pearson

© EPSTEIN Lewis C., HEWITT, Paul G., *Thinking Physics* – 1981, Insight Press