

5.

Ondes et lumière



© Frank Chen Photography Shutterstock.com

Sommaire

1	Propagation d'une onde mécanique	1
1.1	Signal transversal, signal longitudinal, onde.....	1
1.2	Célérité.....	1
1.3	Longueur d'onde et période	2
1.4	Double périodicité d'une onde	3
1.4.1	Périodicité temporelle	3
1.4.2	Périodicité dans l'espace	4
1.5	Équation d'onde.....	5
2	Interférences mécaniques	7
2.1	Conditions d'interférences	7
2.2	Superposition de petits mouvements	8
2.3	Réflexion d'un signal à l'extrémité du milieu	8
2.4	Interférences dans un milieu à une dimension : Expérience de Melde	9
2.4.1	Description de l'expérience	9
2.4.2	Observations	9
2.4.3	Interprétation	10
2.4.4	Étude théorique	10
2.4.5	Ondes progressives et stationnaires.....	12
2.4.6	Application aux instruments à cordes	12
2.4.7	Ondes acoustiques stationnaires.....	14
2.5	Interférences dans un milieu à deux dimensions	16
2.5.1	Description de l'expérience	16
2.5.2	Observations	16
2.5.3	Interprétation	16
2.6	Interférences dans un milieu à trois dimensions.....	19
2.7	Le phénomène de diffraction	20
2.7.1	Mise en évidence du phénomène	20
2.7.2	Principe de Huygens-Fresnel	20
3	Interférences lumineuses	21
3.1	La double fente	21
3.1.1	Expérience des fentes de Young	21
3.1.2	Calcul de la différence de marche	22
3.1.3	Positions des franges brillantes	23

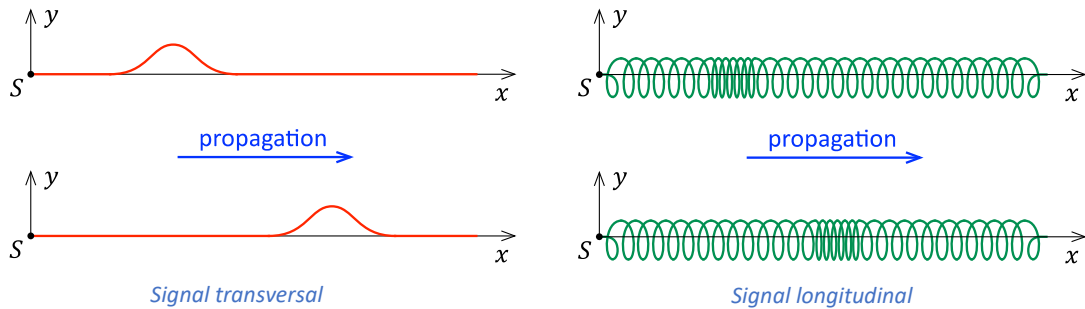
3.1.4	Positions des franges obscures	24
3.1.5	Interfrange et longueur d'onde de la lumière	24
3.1.6	Spectres lumineux.....	25
3.2	Le réseau de diffraction	26
4	Exercices	28

1 Propagation d'une onde mécanique

1.1 Signal transversal, signal longitudinal, onde

Un **signal mécanique** est une déformation de courte durée d'un **milieu élastique**. Cette déformation ne reste pas localisée à l'endroit où elle est produite, mais elle se déplace dans le milieu élastique : elle se **propage**. Après le passage du signal le milieu reprend son état initial.

Le point de départ du signal est la **source S** ; la direction et le sens dans lesquels le signal se déplace constituent la **direction** et le **sens de propagation**.



Si, lors du passage de la déformation, les différents points du milieu se déplacent perpendiculairement à la direction de propagation, la déformation est un signal **transversal**.

Si, lors du passage de la déformation, les différents points du milieu se déplacent dans la direction de propagation, la déformation est un signal **longitudinal**.

La propagation du signal se fait sans transport de matière, c'est la déformation du milieu qui se déplace d'un élément du milieu à l'élément voisin. Le mouvement d'un élément du milieu élastique se fait uniquement autour de sa position d'équilibre.

Une **onde** est une série de signaux qui se suivent à des intervalles de temps réguliers ; elle peut être transversale ou longitudinale.

1.2 Célérité

On appelle **célérité** c la vitesse de propagation d'un signal ou d'une onde.

Considérons un signal qui se propage selon l'axe des x . Soient deux points du milieu dans la direction de propagation séparés par la distance Δx . Si le signal met le temps Δt pour se propager d'un point à l'autre, la célérité est donnée par l'expression :

$$c = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Remarque :

La célérité n'est pas à confondre avec la vitesse d'un point du milieu autour de sa position d'équilibre.

Propriétés de la célérité :

- Dans un milieu homogène, la célérité c est la même en tout point.
- Dans un milieu isotrope à deux ou à trois dimensions, la célérité c est la même dans toutes les directions. La célérité c ne dépend pas de la forme du signal.
- La célérité c dépend de la nature et de l'état du milieu de propagation.

Exemples :

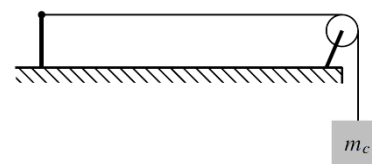
signal	milieu de propagation	célérité en m/s
son	air à 0 °C	330,7
	air à 20 °C	342,6
	air à 40 °C	354,1
	eau de mer à 15 °C	1500
	acier	5000
	hydrogène à 20 °C	1300
lumière	vide	$3 \cdot 10^8$
	eau	$2,25 \cdot 10^8$
	verre	$2 \cdot 10^8$

- Le long d'une corde tendue, la célérité c d'un signal ou d'une onde transversale dépend de la tension F de la corde et de sa masse par unité de longueur, appelée **masse linéique** μ , selon la relation :

$$c = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

■ As-tu-compris ?

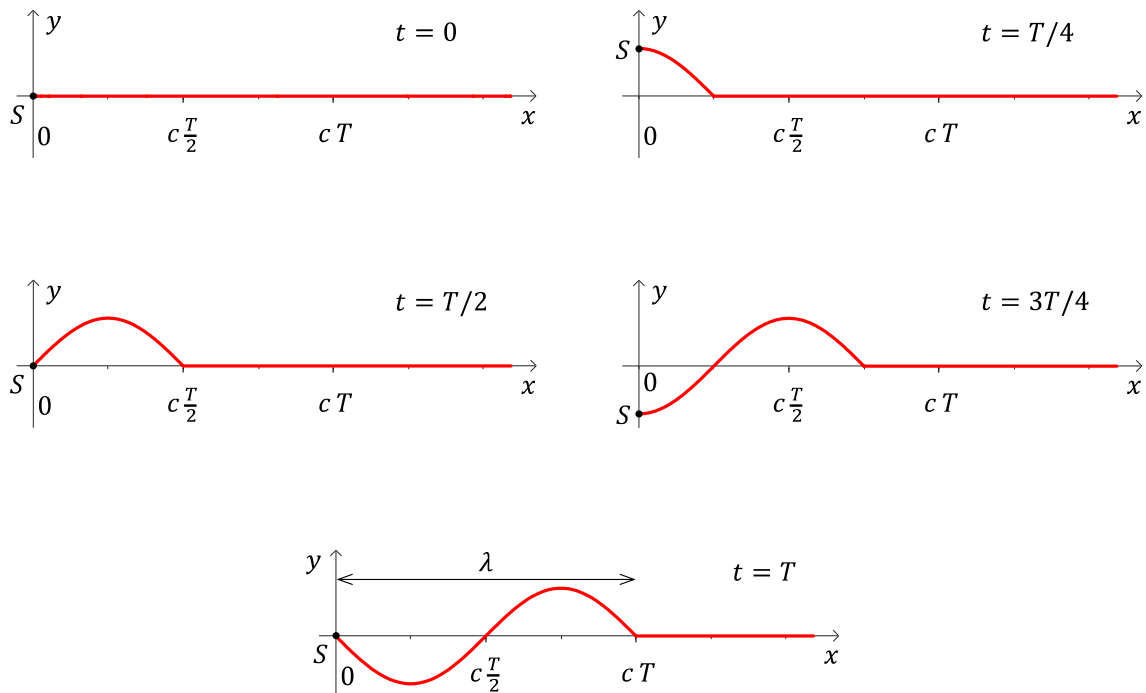
1. Une corde de masse 5 g et de longueur 2,5 m est tendue par un corps de masse $m_c = 3$ kg. Calculer la célérité d'un signal transversal dans la corde.



1.3 Longueur d'onde et période

Soit une source S fixée à l'extrémité gauche d'une corde tendue selon l'axe des x . Le mouvement de la source est sinusoïdal de période T selon l'axe des y , l'onde qui en résulte est dite **harmonique**.

Pour comprendre la déformation progressive de la corde, il est utile de la représenter à des instants séparés d'un quart de période. Durant un quart de période, l'onde progresse selon l'axe des x d'une distance de $c \frac{T}{4}$.



La **longueur d'onde** λ est la distance parcourue par l'onde en une période T :

$$\lambda = c T$$

La longueur d'onde dépend à la fois de la période T , donc de la source, et de la célérité c , donc du milieu de propagation.

La fréquence $f = \frac{1}{T}$ de la source permet d'écrire $\lambda = \frac{c}{f}$ ou encore :

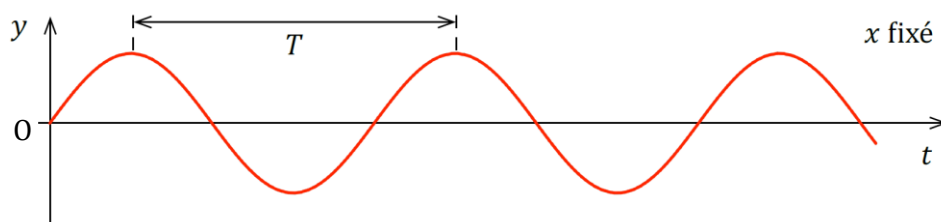
$$c = \lambda f$$

1.4 Double périodicité d'une onde

1.4.1 Périodicité temporelle

Un point donné du milieu exécute, comme la source, une vibration sinusoïdale qui se reproduit identiquement à elle-même après le temps T . La durée T est la période dans le temps ou **période temporelle**.

La sinusoïde qui représente l'élongation d'un point en fonction du temps est appelée **sinusoïde des temps**.

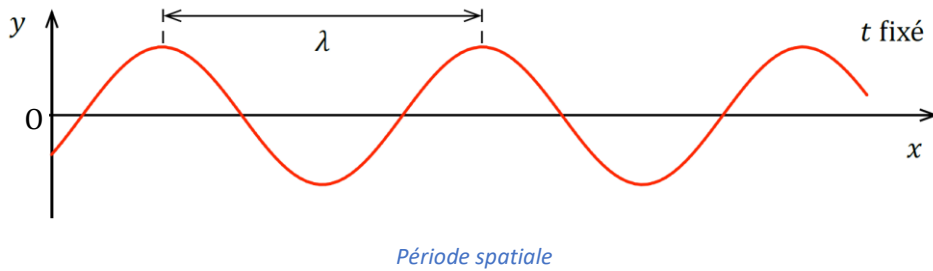


Période temporelle

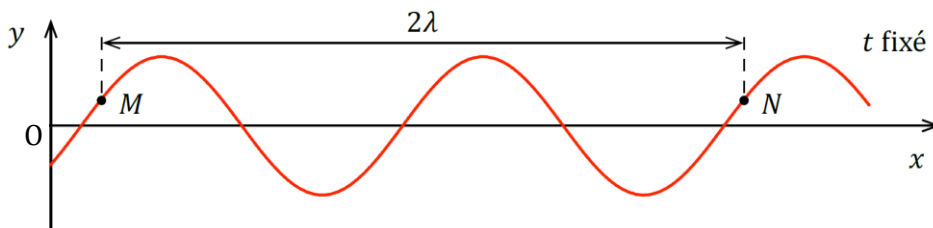
1.4.2 Périodicité dans l'espace

À un instant t donné, on retrouve le même état vibratoire dans la direction de propagation à une distance égale à la longueur d'onde λ . La distance λ est la période dans l'espace ou **période spatiale**.

La sinusoïde qui représente l'élongation en fonction de l'abscisse x , à un instant donné, est appelée **sinusoïde des espaces**.

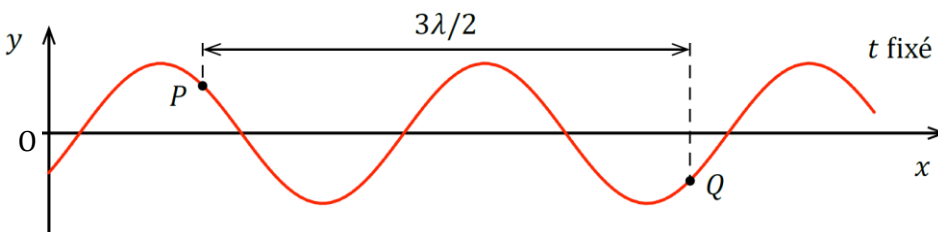


Deux points du milieu M et N , séparés des distances $\lambda, 2\lambda, \dots, n\lambda$ avec $n \in \mathbb{Z}$, ont à tout instant la même élongation ; ils vibrent **en phase**.



Ainsi, deux points quelconques vibrent en phase s'ils sont distants d'un multiple entier d'une longueur d'onde (ou d'un multiple pair d'une demi-longueur d'onde) : $\Delta x = n\lambda = 2n\frac{\lambda}{2}, n \in \mathbb{Z}$.

Deux points du milieu P et Q , séparés des distances $\lambda/2, 3\lambda/2, \dots, (2n' + 1)\lambda/2$ avec $n' \in \mathbb{Z}$, ont à tout instant des élongations opposées ; ils vibrent **en opposition de phase**.



Ainsi, deux points quelconques vibrent en opposition de phase s'ils sont distants d'un multiple impair d'une demi-longueur d'onde : $\Delta x = (2n' + 1)\frac{\lambda}{2}, n' \in \mathbb{Z}$.

1.5 Équation d'onde

Un oscillateur harmonique, placé en un point d'un milieu élastique, est la source S d'une onde se propageant dans la direction de l'axe des x , la position d'équilibre de l'oscillateur étant confondue avec l'origine de cet axe. L'équation horaire de la source peut s'écrire sous la forme :

$$y_S(t) = y_m \sin(\omega t + \varphi)$$

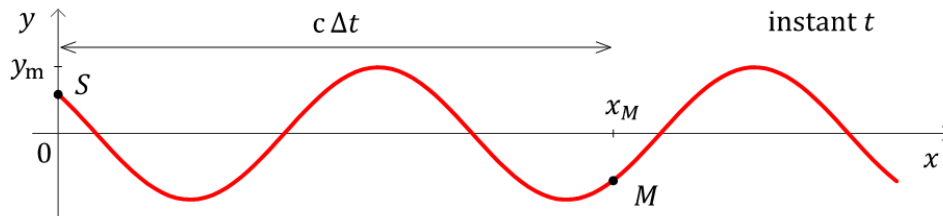
où $y_S(t)$ désigne l'élongation de la source à la date t , y_m , ω et φ sont respectivement l'amplitude, la pulsation et la phase initiale des oscillations. La période T et la pulsation ω sont reliées par l'expression :

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

Nous supposons que la propagation se fait sans amortissement dans le sens des x positifs.

Pour atteindre le point M d'abscisse x_M , l'onde met le temps :

$$\Delta t = \frac{x_M}{c}$$



L'élongation $y_M(t)$ du point M à la date t est égale à l'élongation de la source à la date antérieure $t - \Delta t$:

$$\begin{aligned} y_M(t) &= y_S(t - \Delta t) \\ &= y_m \sin[\omega(t - \Delta t) + \varphi] \\ &= y_m \sin\left[\omega\left(t - \frac{x_M}{c}\right) + \varphi\right] \\ &= y_m \sin\left[\frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{x_M}{c}\right) + \varphi\right] \\ &= y_m \sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_M}{cT}\right) + \varphi\right] \end{aligned}$$

et avec $cT = \lambda$ il vient :

$$y_M(t) = y_m \sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_M}{\lambda}\right) + \varphi\right]$$

Tous les points ont la même amplitude et la même période que la source, mais leur mouvement est retardé par rapport à celui de la source.

L'équation d'onde $y(x, t)$ représente l'élongation d'un point d'abscisse x à l'instant t :

$$y(x, t) = y_m \sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) + \varphi\right]$$

Remarque :

Pour une onde se propageant dans le sens des x négatifs il faut écrire :

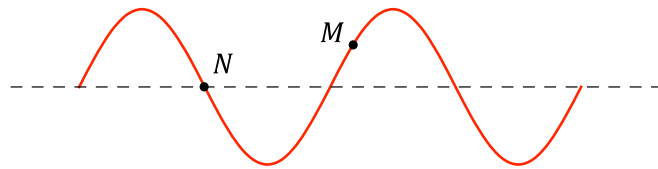
$$\Delta t = \frac{|x_M|}{c} = -\frac{x_M}{c}$$

de sorte que l'équation d'onde devient :

$$y(x, t) = y_m \sin \left[2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda} \right) + \varphi \right]$$

■ **As-tu compris ?**

2. Un certain nombre de dominos sont positionnés l'un à côté de l'autre le long d'une ligne droite. On fait tomber le premier des dominos, puis l'un après l'autre tombent.
 - a. Expliquer pourquoi ceci est un exemple de la propagation d'un signal.
 - b. Comment pourrait-on augmenter la célérité du signal ?
3. Expliquer, dans le contexte de la propagation d'une onde, le terme élongation. En se basant sur la réponse, expliquer la différence entre une onde transversale et une onde longitudinale.
4. La figure montre, à un instant donné, deux points N et M sur une corde sur laquelle se propage une onde vers la droite.



- a. Donner le mouvement des points à l'instant juste après.
 - b. Comment change la réponse si l'onde se propage vers la gauche ?
 - c. Indiquer les positions des points une demi-période après l'instant représenté.
5. Une corde tendue est animée sur une de ses extrémités d'un mouvement sinusoïdal de fréquence f . Ce mouvement crée une onde transversale de longueur d'onde λ et de célérité c . La fréquence est maintenant doublée. Indiquer la nouvelle longueur d'onde et la nouvelle célérité.

	Longueur d'onde	Célérité
A	λ	c
B	λ	$2c$
C	$\lambda/2$	c
D	$\lambda/2$	$2c$

Exercice résolu

Une source S , fixée à une extrémité d'une corde horizontale, impose une oscillation harmonique verticale d'équation, en unités SI : $y_S(t) = 0,05 \sin\left(250\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$. La corde, dont 3 m ont une masse de 18 g, est tendue par une force de 15 N. On néglige l'amortissement et toute réflexion. L'onde se propage dans le sens des x positifs.

- Calculer la période temporelle, la longueur d'onde et la célérité de l'onde.
- Quelle est l'équation horaire du point M situé à 50 cm de la source ? Simplifier le résultat autant que possible.

Solution :

- De l'équation horaire de la source on déduit la pulsation :

$$\omega = 250\pi = \frac{2\pi}{T}$$

d'où la période temporelle :

$$T = \frac{2\pi}{250\pi} \text{ s} = 8 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

La célérité de l'onde est donnée par :

$$c = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

avec la masse linéique : $\mu = \frac{18 \cdot 10^{-3}}{3} \text{ kg/m} = 6 \cdot 10^{-3} \text{ kg/m}$. D'où :

$$c = \sqrt{\frac{15}{6 \cdot 10^{-3}}} \text{ m/s} = 50 \text{ m/s}$$

La longueur d'onde vaut :

$$\lambda = cT = 50 \cdot 8 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 0,4 \text{ m}$$

- L'élongation du point M d'abscisse $x_M = 0,5 \text{ m}$ à l'instant t est égale à l'élongation de la source S à l'instant antérieur $t - \Delta t$, où $\Delta t = \frac{x_M}{c}$:

$$y_M(t) = y_S(t - \Delta t) = 0,05 \sin\left[250\pi(t - \Delta t) + \frac{\pi}{2}\right]$$

et donc :

$$y_M(t) = 0,05 \sin\left(250\pi t - 250\pi \frac{0,5}{50} + \frac{\pi}{2}\right) = 0,05 \sin\left(250\pi t - 5\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}\right)$$

ce qui s'écrit, après simplification :

$$y_M(t) = 0,05 \sin(250\pi t)$$

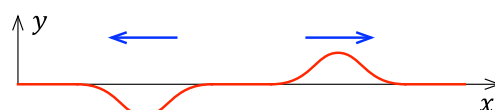
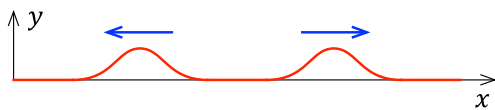
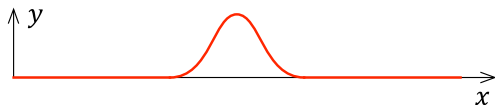
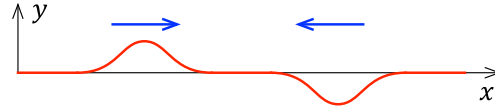
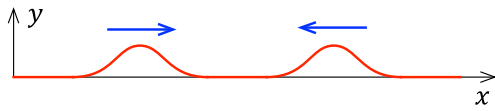
2 Interférences mécaniques

2.1 Conditions d'interférences

L'**interférence** est un phénomène qui résulte de la **superposition** de deux (ou plusieurs) ondes de même nature. Le phénomène devient observable lorsque les sources émettrices de ces ondes respectivement les ondes sont **cohérentes**, c.-à-d. lorsqu'elles présentent l'une sur l'autre un **déphasage** (différence de phase) *constant*. Si le déphasage est nul, donc si les sources sont en phase, elles sont dites **synchrone**s. Des ondes harmoniques sont cohérentes lorsqu'elles ont même fréquence.

2.2 Superposition de petits mouvements

Quand deux signaux se rencontrent, ils se croisent sans se gêner ; leur propagation et leur forme ne sont pas modifiées après le croisement.



Superposition de signaux de même signe

Superposition de signaux de signes contraires

Pendant le croisement, l'élongation résultante est donnée par le **principe de superposition des petits mouvements** :

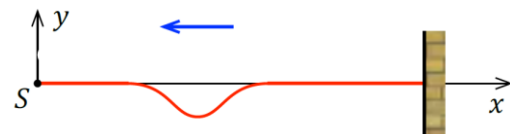
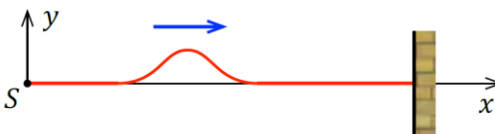
Lorsque deux signaux colinéaires de faible amplitude se superposent en un point M , l'élongation résultante y est égale à la somme algébrique des élongations y_1 et y_2 que provoqueraient en M les deux signaux en se propageant seuls :

$$y = y_1 + y_2$$

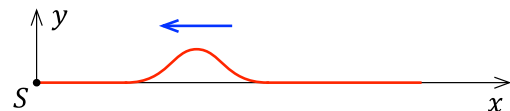
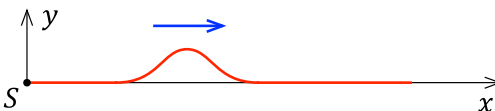
Les deux signaux peuvent ainsi s'affaiblir ou se renforcer lors de leur croisement.

2.3 Réflexion d'un signal à l'extrémité du milieu

Lors de la réflexion sur une extrémité fixe, l'élongation change de signe.



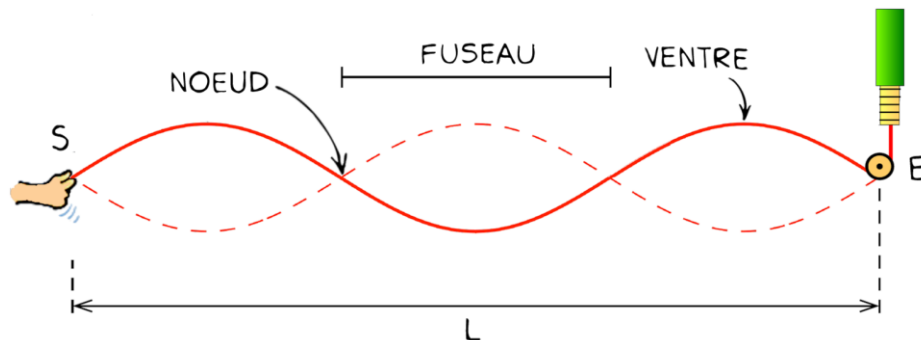
La réflexion à l'extrémité libre se fait sans changement de signe.



2.4 Interférences dans un milieu à une dimension : Expérience de Melde

2.4.1 Description de l'expérience

Un vibreur anime l'extrémité S d'une corde tendue d'un mouvement vibratoire sinusoïdal. Ce mouvement engendre une onde qui se propage le long de la corde. À l'extrémité E , au contact de la poulie, une onde réfléchie de même fréquence prend naissance et se propage en sens opposé.



On peut varier la longueur utile L de la corde, la tension F de la corde mesurée par un dynamomètre et la fréquence f du vibreur.

2.4.2 Observations

Pour un réglage convenable, la corde vibre en plusieurs **fuseaux** d'égale longueur. Les extrémités des fuseaux sont appelées **nœuds**, les milieux des fuseaux sont appelés **ventres** de vibration. La longueur d'un fuseau est égale à $\lambda/2$.

L'extrémité E de la corde en contact avec la poulie est un nœud. On constate que l'amplitude des oscillations du vibreur est petite par rapport à l'amplitude d'un ventre de sorte que l'extrémité S de la corde peut également être assimilée à un nœud.

Vu de loin, le système paraît immobile ; il n'y a pas de progression le long de la corde. Pour cette raison le phénomène est appelé **onde stationnaire**.

L'éclairage stroboscopique¹ permet de voir que la corde se déforme sur place. La figure montre la corde en ses deux positions extrêmes (sinusoïdes pleine et en tirets), les deux instants correspondants étant séparés d'une demi-période. L'amplitude des vibrations de la corde est nulle aux nœuds et maximale aux ventres.

L'aspect de la corde dépend de la tension F de la corde, de la longueur utile L la corde et de la fréquence f du vibreur. L'apparence en fuseaux n'est obtenue que pour des valeurs discrètes de ces paramètres. Le nombre n de fuseaux :

- diminue quand on augmente la tension F de la corde (L et f ne varient pas) ;
- augmente quand on augmente la longueur utile L de la corde (F et f ne varient pas) ;
- augmente lorsqu'on augmente la fréquence f du vibreur (L et F ne varient pas).

¹ Le stroboscope est un appareil qui permet d'émettre des flashes lumineux à une fréquence donnée. Si cette fréquence des éclairs est égale à la fréquence de l'oscillateur, alors on observe un repos apparent. Si la fréquence des éclairs est légèrement inférieure à la fréquence de l'oscillateur, alors on observe un mouvement ralenti apparent.

2.4.3 Interprétation

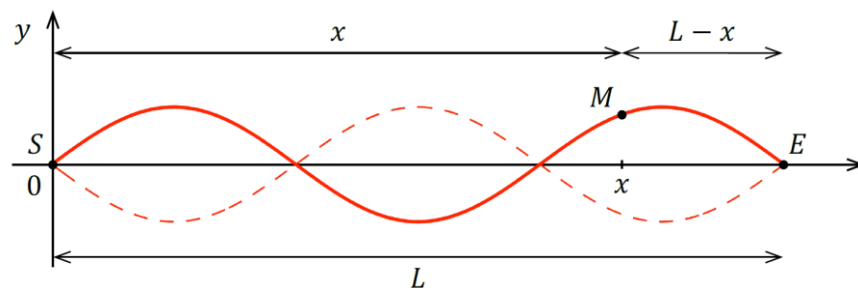
Une onde stationnaire résulte de la superposition de deux ondes qui se propagent suivant la même direction en sens opposés : l'onde incidente issue de la source en S et l'onde réfléchie qui prend naissance à l'extrémité fixe E . Ces deux ondes ont la même fréquence et la même amplitude. Les deux sources S et E présentent un déphasage constant ; elles sont cohérentes et peuvent donner naissance à des phénomènes d'interférences.

Aux ventres les deux ondes arrivent à tout instant en phase, il y a **interférence constructive**. D'après le principe de superposition, l'amplitude résultante est égale à la somme des amplitudes des ondes composantes.

Aux nœuds les deux ondes arrivent à tout instant en opposition de phase, il y a **interférence destructive**. D'après le principe de superposition, l'amplitude résultante est nulle.

2.4.4 Étude théorique

La figure suivante montre une onde stationnaire avec trois fuseaux.



Soit T la période du vibreur en S dont l'équation horaire peut s'écrire sous la forme :

$$y(t) = y_m \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right)$$

Le point M d'abscisse x est sollicité à la fois par l'onde incidente $y_1(x, t)$ issue de S et par l'onde $y_2(x, t)$ réfléchie en E .

Pour arriver en M à partir de la source, l'onde incidente a parcouru la distance x . L'équation du mouvement du point M qui en résulte s'écrit :

$$y_1(x, t) = y_m \sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)\right]$$

Pour arriver en M à partir de la source, l'onde réfléchie a parcouru la distance $L + (L - x) = 2L - x$ et subit un **saut de phase** de π à l'extrémité fixe E . L'équation du mouvement du point M qui en résulte s'écrit :

$$y_2(x, t) = y_m \sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{2L - x}{\lambda}\right) + \pi\right]$$

Le mouvement résultant de M s'obtient en additionnant les élongations y_1 et y_2 :

$$y(x, t) = y_1(x, t) + y_2(x, t)$$

Le point M de la corde est un *ventre* si les deux ondes y sont à tout instant *en phase*. Cette condition se traduit par :

$$y_1 = y_2 \Leftrightarrow 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{2L - x}{\lambda}\right) + \pi + k 2\pi \quad k \in \mathbb{Z}$$

et après simplification :

$$\frac{x}{\lambda} = \frac{2L - x}{\lambda} - \left(k + \frac{1}{2}\right)$$

d'où :

$$x_k = L - \left(k + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{2} \quad k \in \mathbb{N} \quad (0 < x_k < L)$$

Le point M de la corde est un *nœud* si les deux ondes y sont à tout instant *en opposition de phase*.

Cette condition se traduit par :

$$y_1 = -y_2 \Leftrightarrow 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) = 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{2L - x}{\lambda}\right) + \pi + \left(k' - \frac{1}{2}\right) 2\pi \quad k' \in \mathbb{Z}$$

et après simplification :

$$\frac{x}{\lambda} = \frac{2L - x}{\lambda} - k'$$

d'où :

$$x_{k'} = L - k' \frac{\lambda}{2} \quad k' \in \mathbb{N} \quad (0 \leq x_{k'} \leq L)$$

Il est à remarquer que les équations $y_1 = \pm y_2$ admettent une deuxième solution, supplémentaire à la première, qui donne des positions qui dépendent du temps, donc à rejeter physiquement.

La distance entre deux nœuds voisins est égale à la longueur d'un fuseau :

$$\Delta x = x_{k'} - x_{k'+1} = \frac{\lambda}{2}$$

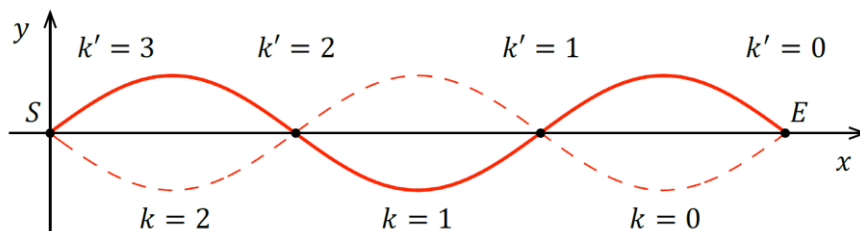
L'amplitude de la source est faible par rapport à celle d'un ventre. La source en $x = 0$ peut être considéré comme un nœud, ce qui détermine la valeur maximale de k' notée n :

$$0 = L - n \frac{\lambda}{2}$$

$$L = n \frac{\lambda}{2}$$

Sur la corde de longueur L il y a formation d'un nombre entier de fuseaux de longueur $\frac{\lambda}{2}$. Il en suit que le nombre de fuseaux est égal à n .

La figure ci-dessous montre les différents ventres et nœuds pour une onde stationnaire avec trois fuseaux.



2.4.5 Ondes progressives et stationnaires

Une **onde progressive** est périodique dans le temps et dans l'espace. Tout point du milieu oscille avec la même période et avec la même amplitude que la source, il effectue le même mouvement que la source mais avec un déphasage qui dépend de sa position.

Une **onde stationnaire** est périodique dans le temps et dans l'espace, avec les mêmes périodes temporelle et spatiale que les ondes progressives composantes. Tous les points passent en même temps par $y = 0$ et atteignent en même temps une position extrême, ils oscillent avec la même période mais avec des amplitudes différentes.

2.4.6 Application aux instruments à cordes

La corde d'un instrument de musique de masse linéique μ est tendue avec une tension F entre deux points fixes séparés d'une longueur L . Lorsque la corde est sollicitée par le musicien, toutes les ondes stationnaires possibles coexistent sur la corde avec des amplitudes différentes.

Pour une onde stationnaire donnée, la corde vibre en un nombre entier de fuseaux, donc sa longueur est égale à un multiple entier de la demi-longueur d'onde :

$$L = n \frac{\lambda_n}{2} = n \frac{c}{2 f_n} = \frac{n}{2 f_n} \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

avec :

n	nombre de fuseaux
F	tension de la corde
μ	masse linéique de la corde
c	célérité le long de la corde $\left(c = \sqrt{\frac{F}{\mu}}\right)$
f_n	fréquence des vibrations $\left(f_n = \frac{c}{\lambda_n}\right)$

Pour F , μ et L donnés, on obtient une onde stationnaire avec une fréquence vérifiant la relation :

$$f_n = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{F}{\mu}} \quad n \in \mathbb{N}^*$$

Ces fréquences sont appelées **fréquences propres** de la corde vibrante.

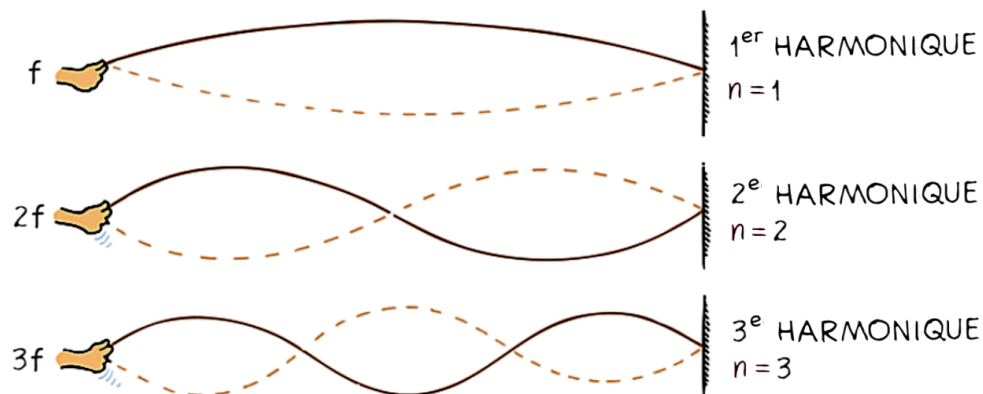
La valeur $n = 1$ correspond à une onde stationnaire avec un seul fuseau appelée **premier harmonique** dont la fréquence, appelée **fréquence fondamentale**, est :

$$f_1 = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

Au premier harmonique s'ajoutent les ondes stationnaires qui correspondent aux valeurs $n = 2, 3, \dots$ avec 2, 3, ... fuseaux appelées **harmoniques supérieurs**. Leurs fréquences sont des multiples de la fréquence du premier harmonique :

$$f_n = n f_1 \quad n \in \mathbb{N}^*$$

La **hauteur** du son émis par la corde, correspondant à sa fréquence, est fixée par le premier harmonique. Le **timbre** de l'instrument est essentiellement déterminé par la distribution des harmoniques qui existent sur la corde.



La formule pour la fréquence du premier harmonique montre que :

- plus la tension de la corde est grande, plus la fréquence du son émis est élevée, donc plus le son émis est aigu ; cette propriété est utilisée pour accorder les instruments ;
- plus la masse linéique est grande, plus la fréquence du son émis est faible, donc plus le son est grave, pour une tension et une longueur données ; les différentes cordes d'une guitare ont des masses linéiques différentes ;
- plus la corde est courte, plus le son émis est aigu, pour une tension et une masse linéique données ; les cordes d'un piano ont des longueurs différentes.

■ As-tu compris ?

- Les affirmations suivantes sont-elles vraies pour les ondes progressives, les ondes stationnaires ou les deux ?
 - Chaque point du milieu répète le mouvement de la source avec un décalage dans le temps.
 - Deux points séparés d'une demi-longueur d'onde vibrent en opposition de phase.
 - Tous les points n'ont pas la même amplitude ; certains vibrent avec une amplitude maximale, d'autres restent immobiles.
- Un vibreur anime une corde fixée à une extrémité avec des fréquences entre 1 Hz et 100 Hz. On observe 6 fuseaux pour une fréquence de 72 Hz.
 - Quelle est la fréquence du premier harmonique ?
 - Quelles sont les fréquences du deuxième et troisième harmonique ?
 - Quel est le nombre maximal de fuseaux que l'on pourrait observer ?

2.4.7 Ondes acoustiques stationnaires

Des ondes stationnaires peuvent également apparaître dans un tuyau rempli d'un gaz, en particulier de l'air pour les instruments à vent. Ce sont des **ondes stationnaires acoustiques** qui résultent de la superposition de deux ondes acoustiques progressives se propageant dans la direction du tuyau mais dans des sens contraires.

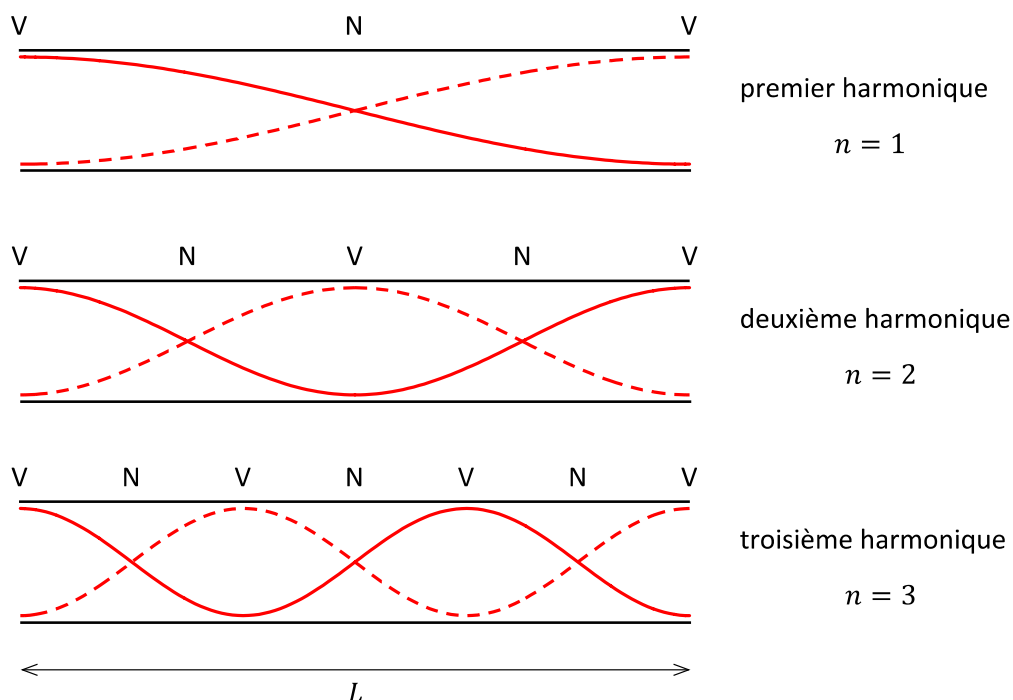
Un tuyau peut avoir des extrémités fermées ou ouvertes. De même que pour une onde sur une corde tendue, une onde acoustique incidente sur une extrémité du tuyau sera réfléchi, sans changement de phase sur une extrémité ouverte, avec un saut de phase de π sur une extrémité fermée. Il en résulte que l'amplitude des molécules d'air est maximale sur une extrémité ouverte et nulle sur une extrémité fermée ; il y a apparition d'un *ventre* sur une *extrémité ouverte* et d'un *nœud* sur une *extrémité fermée*.

Dans le tuyau apparaissent une succession de nœuds et de ventres, la distance entre un nœud et un ventre voisin est de $\lambda/4$, entre deux nœuds ou deux ventres voisins elle est de $\lambda/2$.

Les cas les plus fréquents sont les tuyaux avec deux extrémités ouvertes, par exemple la flûte, et les tuyaux avec une extrémité ouverte et une extrémité fermée, par exemple les tuyaux d'orgue.

2.4.7.1 Tuyau avec deux extrémités ouvertes

La figure suivante montre les trois premiers harmoniques dans un tuyau de longueur L avec deux extrémités ouvertes. Les nœuds (N) et ventres (V) de ces ondes stationnaires sont indiqués.



Les expressions suivantes peuvent en être déduites :

$$L = n \frac{\lambda_n}{2} \quad n \in \mathbb{N}^*$$

avec $n = 1$ pour le **premier harmonique** et $n = 2, 3, \dots$ pour les **harmoniques supérieurs**. Il en suit les longueurs d'onde des différentes ondes stationnaires :

$$\lambda_n = \frac{2L}{n} \quad n \in \mathbb{N}^*$$

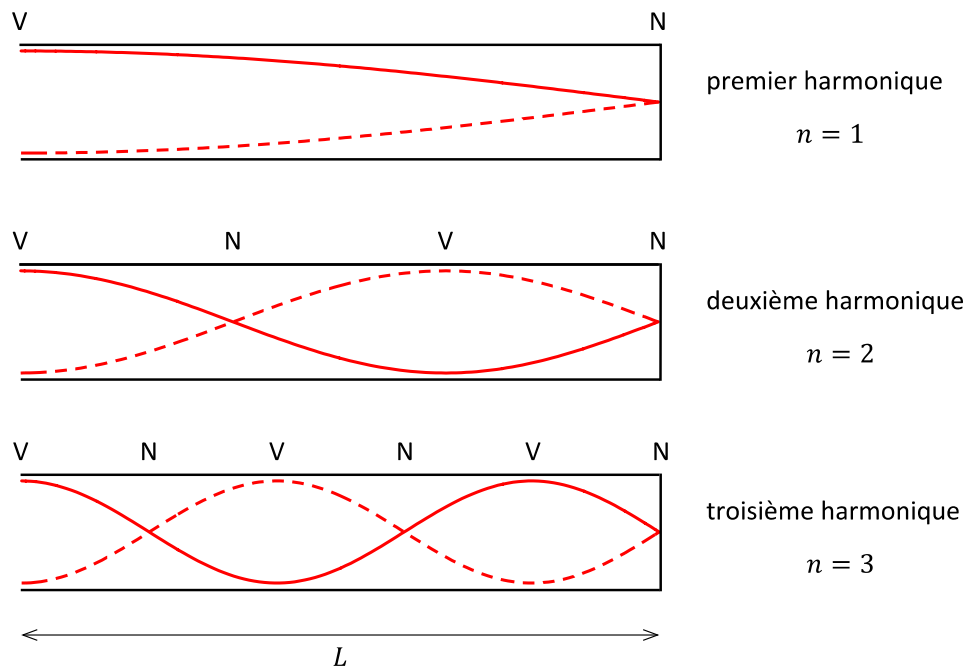
Les fréquences des ondes stationnaires sont obtenues avec $f = \frac{c}{\lambda}$:

$$f_n = n \frac{c}{2L} \quad n \in \mathbb{N}^*$$

où c est la célérité du son.

2.4.7.2 Tuyau avec une extrémité ouverte et une extrémité fermée

Les figures suivantes montrent les trois premiers harmoniques dans un tuyau de longueur L avec une extrémité ouverte et une extrémité fermée. Les nœuds (N) et ventres (V) de ces ondes stationnaires sont indiqués.



Les expressions suivantes peuvent en être déduites :

$$L = (2n - 1) \frac{\lambda_n}{4} \quad n \in \mathbb{N}^*$$

avec $n = 1$ pour le **premier harmonique** et $n = 2, 3, \dots$ pour les **harmoniques supérieurs**. Il en suit les longueurs d'onde des différentes ondes stationnaires :

$$\lambda_n = \frac{4L}{2n - 1} \quad n \in \mathbb{N}^*$$

Les fréquences des ondes stationnaires sont obtenues avec $f = \frac{c}{\lambda}$:

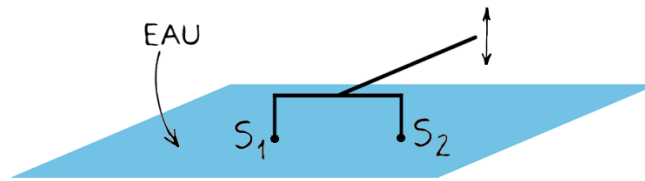
$$f_n = (2n - 1) \frac{c}{4L} \quad n \in \mathbb{N}^*$$

où c est la célérité du son.

2.5 Interférences dans un milieu à deux dimensions

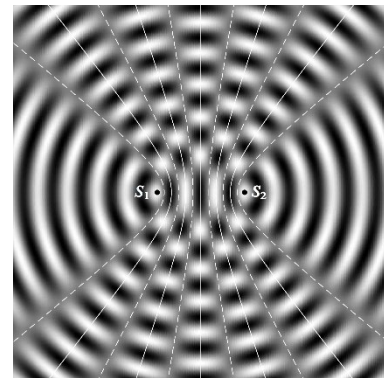
2.5.1 Description de l'expérience

Une fourche munie de deux points est fixée à l'extrémité d'un vibreur. Les points S_1 et S_2 ont ainsi la même fréquence et constituent deux sources cohérentes. Elles font naître à la surface de l'eau des ondes circulaires.



2.5.2 Observations

À la surface libre du liquide on observe des rides fixes, bien nettes entre S_1 et S_2 . Elles ont la forme d'arcs d'hyperboles dont les foyers sont S_1 et S_2 . On les appelle des **lignes** ou des **franges d'interférences**. Elles disparaissent si l'une des pointes vibre sans toucher l'eau.



2.5.3 Interprétation

Supposons que les deux pointes frappent l'eau exactement au même instant. S_1 et S_2 constituent alors deux sources non seulement cohérentes mais synchrones. Supposons de plus qu'elles pénètrent à la même profondeur dans l'eau : S_1 et S_2 constituent alors deux sources synchrones de même amplitude. Avec un choix convenable de l'origine des temps leur équation horaire est du type :

$$y(t) = y_m \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right)$$

Soit M un point de la surface de l'eau situé à la distance d_1 de S_1 et à la distance d_2 de S_2 .

L'onde venant de S_1 impose au point M le mouvement d'équation horaire :

$$y_1(t) = y_m \sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{d_1}{\lambda}\right)\right]$$

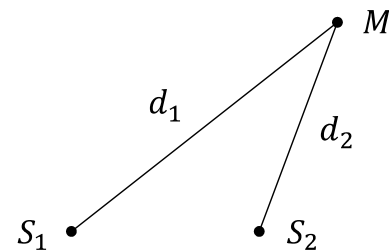
L'onde venant de S_2 impose au point M le mouvement d'équation horaire :

$$y_2(t) = y_m \sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{d_2}{\lambda}\right)\right]$$

Le mouvement résultant en M est $y = y_1 + y_2$.

L'amplitude du mouvement résultant est **maximale** aux points où les deux vibrations y_1 et y_2 sont en phase :

$$y_1 = y_2 \Leftrightarrow 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{d_1}{\lambda}\right) = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{d_2}{\lambda}\right) + n 2\pi \quad n \in \mathbb{Z}$$



D'où la condition que doit vérifier un point d'une frange d'amplitude maximale :

$$d_2 - d_1 = 2n \frac{\lambda}{2} \quad n \in \mathbb{Z}$$

Les points qui obéissent à la condition $n = 0$ sont ceux appartenant à la médiatrice de $[S_1 S_2]$. Les points qui obéissent à la condition $n \neq 0$ appartiennent à une famille d'hyperboles de foyers S_1 et S_2 .

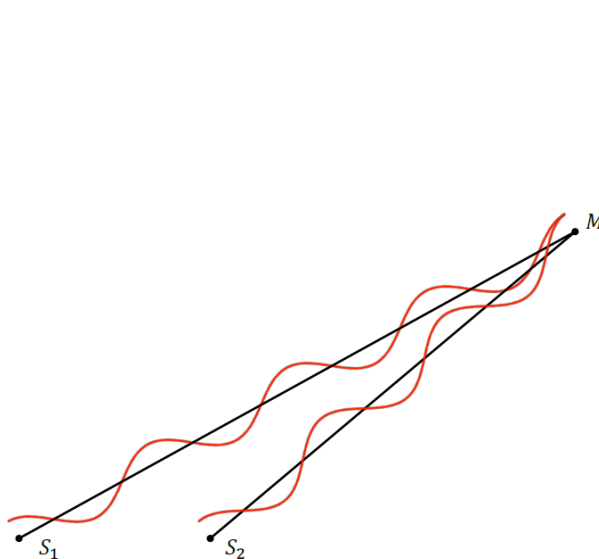
L'amplitude du mouvement résultant est **minimale** aux points où les deux vibrations y_1 et y_2 sont en opposition de phase :

$$y_1 = -y_2 \Leftrightarrow 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d_1}{\lambda} \right) = 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d_2}{\lambda} \right) + (2n' + 1)\pi \quad n' \in \mathbb{Z}$$

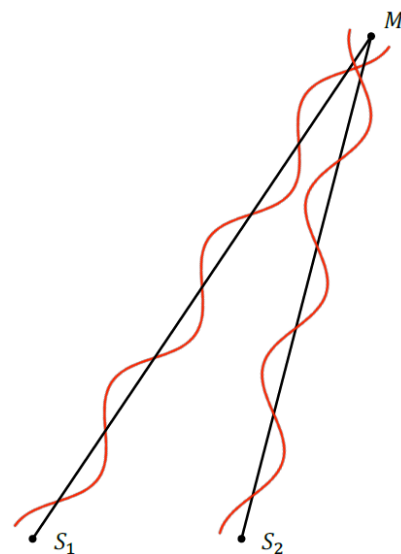
D'où la condition que doit vérifier un point d'une frange d'amplitude minimale :

$$d_2 - d_1 = (2n' + 1) \frac{\lambda}{2} \quad n' \in \mathbb{Z}$$

Les points qui obéissent à cette condition appartiennent à une autre famille d'hyperboles de foyers S_1 et S_2 qui s'intercalent entre celles des interférences constructives.



Les ondes issues de S_1 et S_2 arrivent en phase au point M



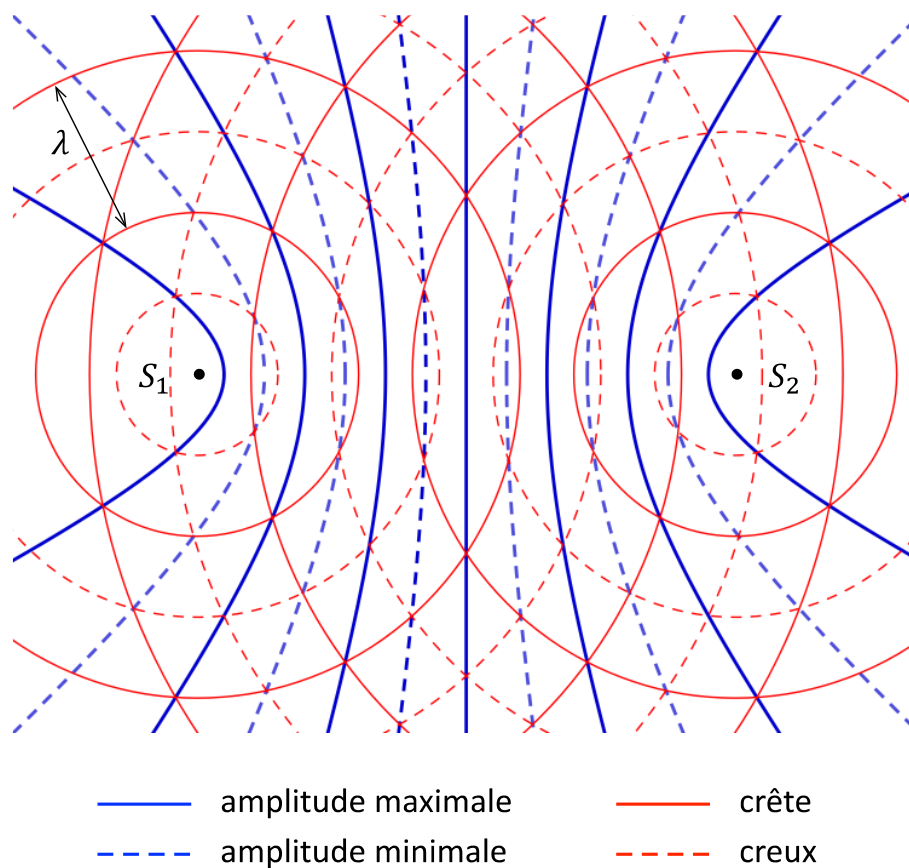
Les ondes issues de S_1 et S_2 arrivent en opposition de phase au point M

L'état vibratoire en un point M dépend donc de la différence des distances de ce point aux deux sources, appelée **différence de marche** δ :

$$\delta = d_2 - d_1$$

Les conditions d'interférences constructives ou destructives peuvent se résumer comme suit :

- Si la différence de marche en M est égale à un nombre pair de demi-longueurs d'onde, c'est-à-dire la différence de marche est un nombre entier de longueurs d'onde, l'amplitude en M est maximale.
- Si la différence de marche en M est égale à un nombre impair de demi-longueurs d'onde, l'amplitude en M est minimale.

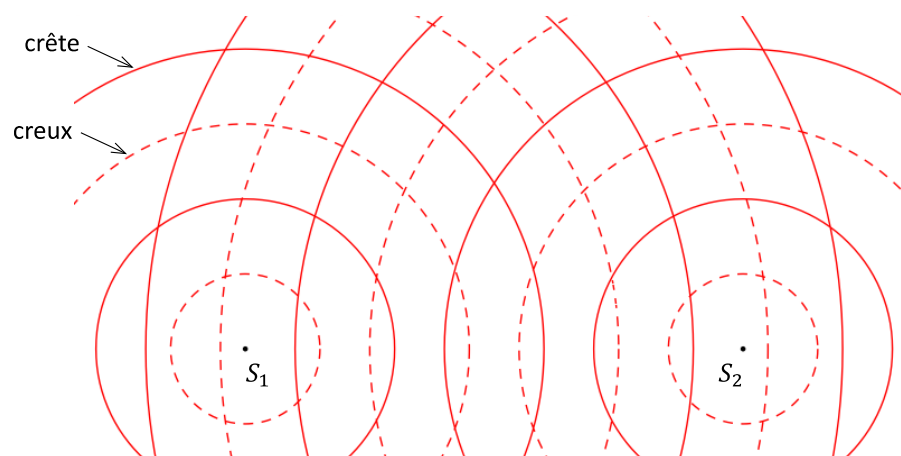


Remarque :

Les équations $y_1 = \pm y_2$ admettent une deuxième solution, supplémentaire à la première, qui donne des positions qui dépendent du temps, donc à rejeter physiquement.

■ **As-tu compris ?**

8. Des ondes circulaires issues de deux sources synchrones placées respectivement en S_1 et en S_2 se propagent dans un même milieu.



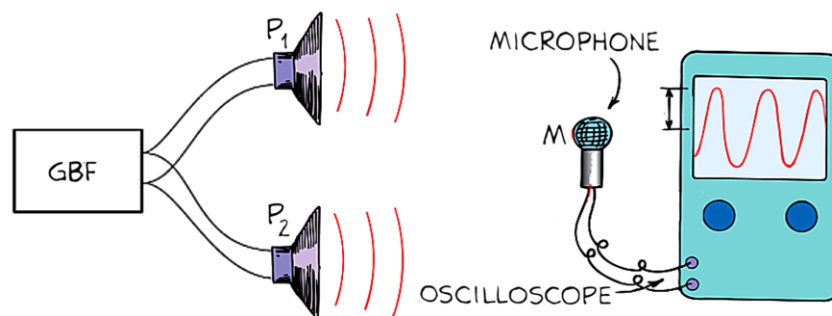
Indiquer sur la figure deux points P et Q dont la différence de marche est égale à une longueur d'onde et qui vibrent en opposition de phase.

2.6 Interférences dans un milieu à trois dimensions

Les ondes **sonores** ou **acoustiques** sont des ondes qui se propagent dans tout milieu élastique, en particulier dans l'air. Les ondes se propagent dans toutes les directions de l'espace à partir de la source. Une onde sonore dans un milieu fluide est toujours longitudinale, dans un solide elle peut également être transversale.

L'oreille mise à part, le détecteur de choix est le microphone. Sa pièce maîtresse est une membrane élastique que l'onde sonore met en vibrations. Les vibrations mécaniques de la membrane sont ensuite transformées en vibrations électriques, c'est-à-dire en tension alternative qu'on peut visualiser sur l'écran d'un oscilloscope.

Pour mettre en évidence les interférences de deux ondes acoustiques, deux haut-parleurs P_1 et P_2 , alimentés par un même générateur basse fréquence, sont placés l'un à côté de l'autre. Un microphone mobile placé en M est relié à un oscilloscope.



Quand on déplace le microphone parallèlement à l'alignement des deux haut-parleurs, l'amplitude de la vibration sonore qu'il détecte passe alternativement par un minimum et par un maximum. Ces variations de l'amplitude du son détecté peuvent être observées non seulement dans le plan des deux haut-parleurs, mais dans tout l'espace compris entre eux.

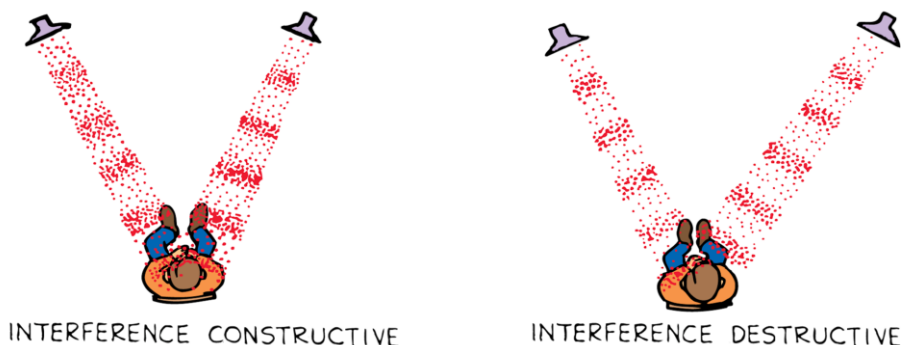
L'onde sonore détectée résulte de la superposition des deux ondes acoustiques émises par les deux haut-parleurs qui constituent des sources cohérentes.

En tout point M où l'amplitude est maximale, la différence de marche des deux ondes acoustiques est telle que :

$$P_1M - P_2M = n\lambda = 2n \frac{\lambda}{2} \quad n \in \mathbb{Z}$$

En tout point N où l'amplitude est minimale, la différence de marche des deux ondes acoustiques est telle que :

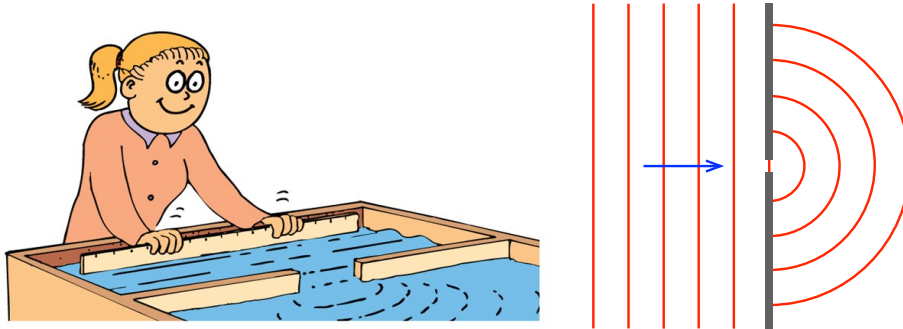
$$P_1N - P_2N = (2n' + 1) \frac{\lambda}{2} \quad n' \in \mathbb{Z}$$



2.7 Le phénomène de diffraction

2.7.1 Mise en évidence du phénomène

À l'aide d'une lame rectiligne on crée une onde progressive plane à la surface de l'eau dans une cuve à ondes. On interpose sur le parcours de l'onde un écran muni d'une fente étroite d'une largeur inférieure à la longueur d'onde.



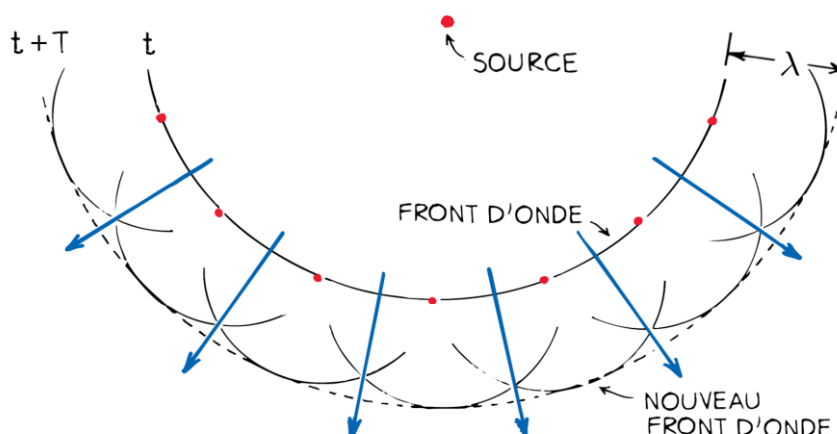
Diffraction d'une onde rectiligne par une fente étroite

On remarque que l'onde pénètre dans la « zone d'ombre » de l'écran ; la fente se comporte comme une **source secondaire** d'ondes circulaires. On dit qu'il y a **diffraction** de l'onde plane par la fente.

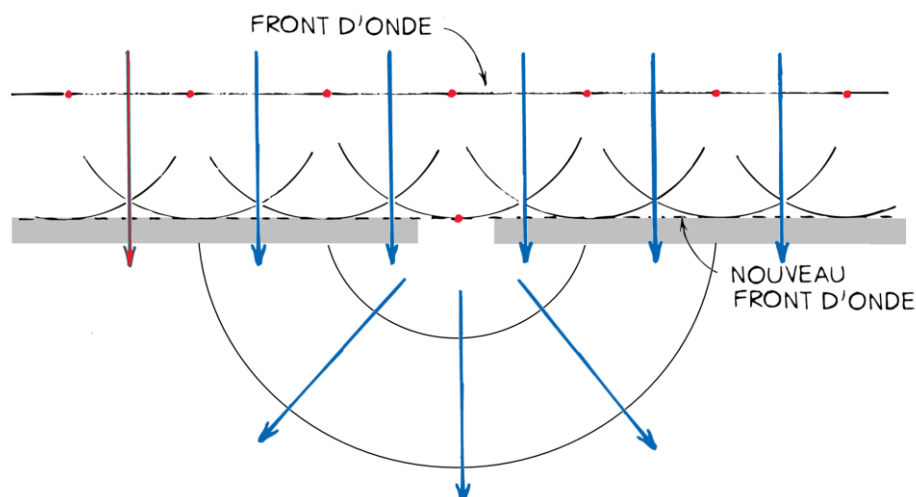
2.7.2 Principe de Huygens-Fresnel

On peut comprendre ce phénomène en appliquant le **principe de Huygens-Fresnel**. Ce principe est une théorie ondulatoire qui permet de déterminer la propagation d'une onde par construction géométrique.

Soit un front d'onde à l'instant t . Chaque point de ce front d'onde peut être considéré comme une source émettant une onde circulaire. Ces ondes secondaires interfèrent entre elles et le nouveau front d'onde est l'enveloppe formée par les cercles d'ondes secondaires. Ainsi, à l'instant $t + T$ par exemple, le front d'onde s'est propagé d'une distance $cT = \lambda$ dans la direction et dans le sens indiqués par les rayons de propagation.



Lorsqu'une onde plane arrive sur une fente étroite, la longueur du front d'onde est quasiment réduite à un point. D'après le principe de Huygens-Fresnel, ce point peut être considéré comme une source d'onde circulaire.



La diffraction est le phénomène par lequel une onde est déviée de sa trajectoire initiale lorsqu'elle rencontre une ouverture dont la dimension est de l'ordre de la longueur d'onde.

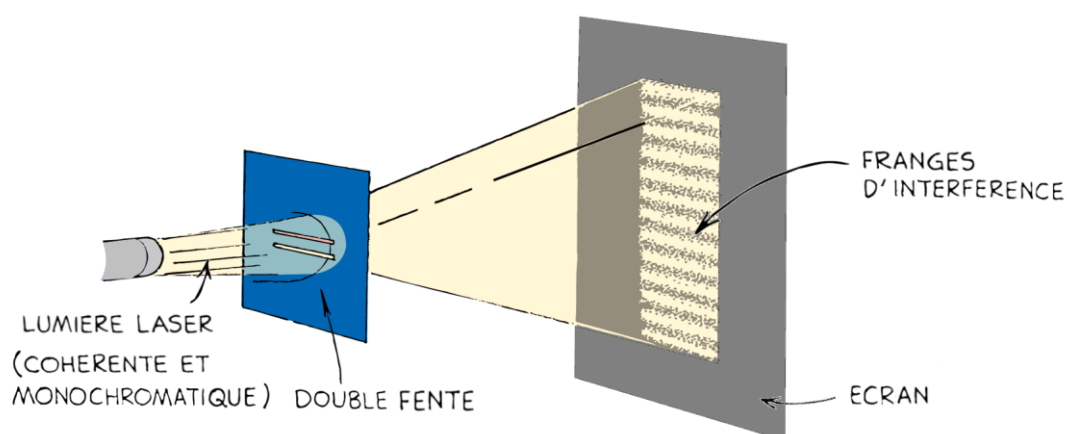
3 Interférences lumineuses

3.1 La double fente

3.1.1 Expérience des fentes de Young

Description de l'expérience :

Un rayon laser éclaire un écran percé de deux fentes très fines et parallèles, appelées **fentes de Young**. Par le phénomène de diffraction, les deux fentes se comportent comme des sources identiques divergentes. Un écran, placé parallèlement au plan des fentes, recueille la lumière issue de la double fente².



Observation :

Sur l'écran on observe une série de raies parallèles, de même largeur, alternativement brillantes et obscures : ce sont des **franges d'interférences**. Elles ne sont observables que si l'écran est placé dans la zone de recouvrement des faisceaux issus des deux fentes

² Un dispositif similaire a permis au physicien britannique Thomas Young (1773–1829) de démontrer la nature ondulatoire de la lumière, avec une source lumineuse pourvue d'une fente simple à la place d'un laser.

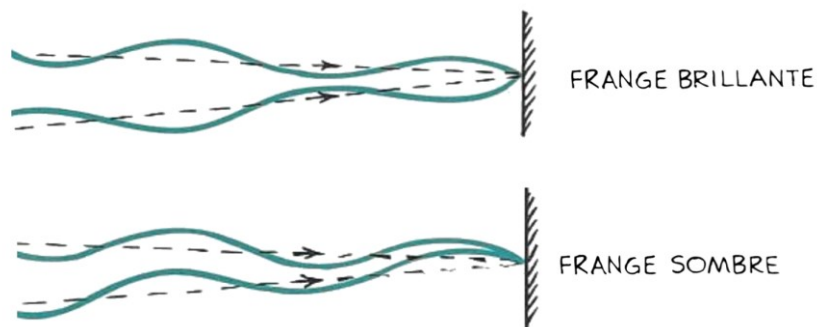
Interprétation :

Il est surprenant de voir qu'en certains points de l'espace, le recouvrement de deux faisceaux lumineux donne obscurité. Ceci rappelle le phénomène des interférences destructives observé pour des ondes mécaniques.

Par analogie, il faut admettre qu'une lumière monochromatique est une vibration sinusoïdale qui se propage à partir de la source lumineuse. La fréquence de l'onde lumineuse est caractéristique de la couleur de la lumière. Ces hypothèses constituent le **modèle ondulatoire de la lumière**.

La lumière issue du laser éclaire les deux fentes fines S_1 et S_2 . Celles-ci se comportent, par le phénomène de diffraction, comme deux nouvelles sources de lumière cohérentes et identiques. En un point M de la région où les deux faisceaux divergents se superposent, les ondes lumineuses interfèrent :

- il y a lumière en M (frange brillante) si l'interférence y est constructive ;
- il y a obscurité en M (frange sombre) si l'interférence y est destructive.

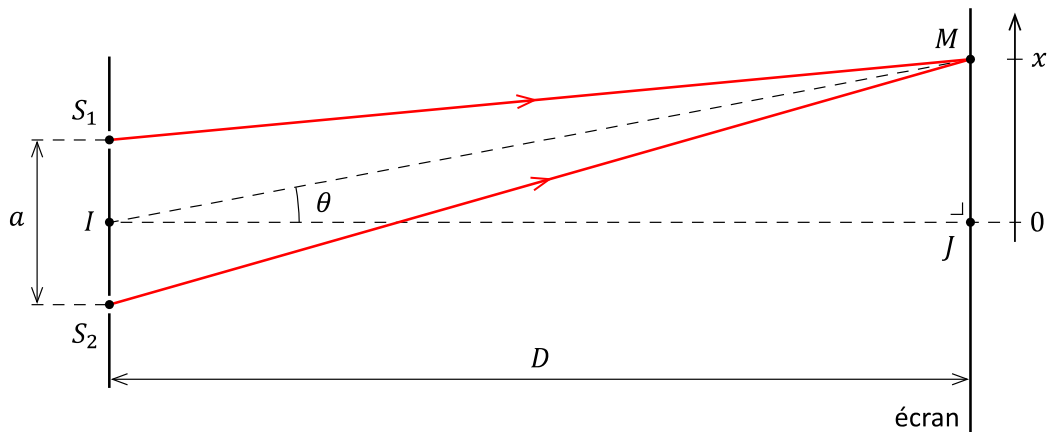


3.1.2 Calcul de la différence de marche

L'état vibratoire en un point M dépend de la différence de marche de ce point aux deux sources S_1 et S_2 :

$$\delta = S_2M - S_1M$$

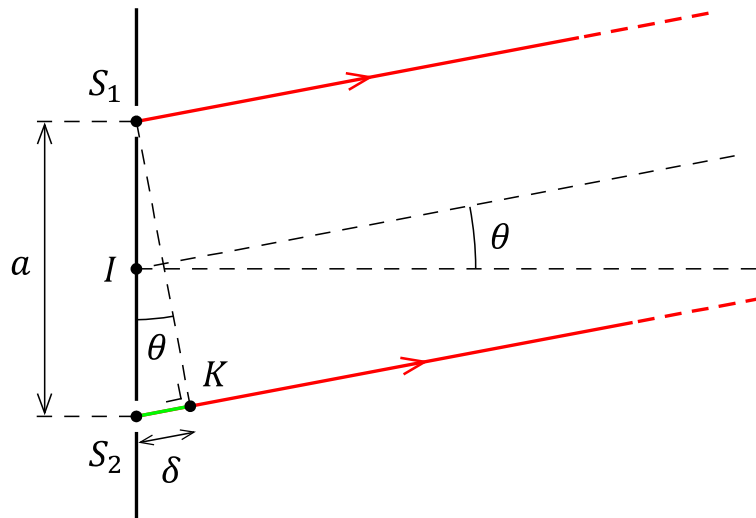
Soit D la distance séparant le plan des fentes du plan de l'écran, a la distance séparant les milieux des deux fentes et x l'abscisse du point M de l'écran repéré par rapport à la médiatrice (IJ) de $[S_1S_2]$.



La distance a est de l'ordre du dixième de millimètre, l'abscisse x est de l'ordre du centimètre tandis que la distance D est de l'ordre du mètre.

Puisque $a \ll D$, les rayons lumineux issus des deux fentes et arrivant en M sont approximativement parallèles à la droite (IM) . Ceci nous permet d'écrire, dans le triangle rectangle S_1S_2K :

$$\delta = a \sin \theta .$$



Dans le triangle rectangle IJM nous avons :

$$\tan \theta = \frac{x}{D}$$

Étant donné que $x \ll D$, l'angle θ est suffisamment petit pour pouvoir écrire :

$$\sin \theta \simeq \tan \theta$$

Il en suit :

$$\delta = a \tan \theta$$

d'où l'expression de la différence de marche :

$$\delta = \frac{a x}{D}$$

3.1.3 Positions des franges brillantes

On observe une frange brillante en M si l'interférence y est constructive, c'est-à-dire si :

$$\delta = 2n \frac{\lambda}{2} \quad n \in \mathbb{Z}$$

et en tenant compte de l'expression de la différence de marche :

$$\begin{aligned} \frac{a x}{D} &= n \lambda \\ x_n &= n \frac{\lambda D}{a} \quad n \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

La frange centrale en $x = 0$ avec $n = 0$ est brillante. Deux franges brillantes voisines sont séparées par la distance constante :

$$x_{n+1} - x_n = (n + 1 - n) \frac{\lambda D}{a} = \frac{\lambda D}{a}$$

3.1.4 Positions des franges obscures

On observe une frange obscure en M si l'interférence y est destructive, c'est-à-dire si :

$$\delta = (2n' + 1) \frac{\lambda}{2} \quad n' \in \mathbb{Z}$$

et en tenant compte de l'expression de la différence de marche :

$$\frac{ax}{D} = (2n' + 1) \frac{\lambda}{2}$$

$$x_{n'} = \frac{2n' + 1}{2} \frac{\lambda D}{a} \quad n' \in \mathbb{Z}$$

Deux franges obscures voisines sont séparées par la distance constante :

$$x_{n'+1} - x_{n'} = \frac{2(n' + 1) + 1 - 2n' - 1}{2} \frac{\lambda D}{a} = \frac{\lambda D}{a}$$

3.1.5 Interfrange et longueur d'onde de la lumière

L'**interfrange** i est la distance constante qui sépare deux franges voisines de même nature :

$$i = \frac{\lambda D}{a}$$

Pour une lumière monochromatique donnée, les franges sont d'autant plus éloignées que les fentes sont rapprochées ou que l'écran se trouve loin des fentes.

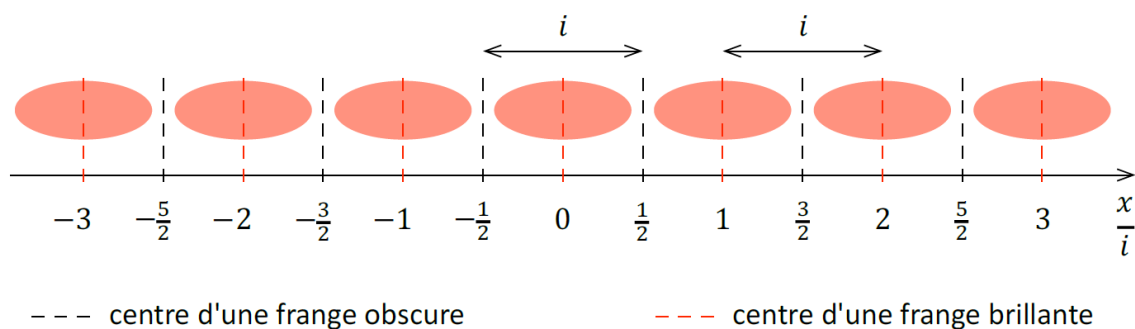
L'interfrange dépend de la longueur d'onde de la lumière. La mesure de l'interfrange permet de déterminer la longueur d'onde de la lumière utilisée. Dans le domaine de la lumière visible, on trouve des longueurs d'onde comprises entre $0,4 \mu\text{m}$ (lumière violette) et $0,7 \mu\text{m}$ (lumière rouge).

Les positions des franges respectivement brillantes et sombres s'expriment en fonction de l'interfrange :

$$x_n = n i \quad n \in \mathbb{Z}$$

et :

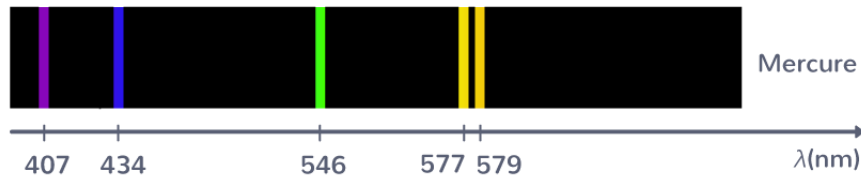
$$x_{n'} = \frac{2n' + 1}{2} i \quad n' \in \mathbb{Z}$$



3.1.6 Spectres lumineux

Lorsque la lumière qui tombe sur la double fente est composée de plusieurs longueurs d'onde, les franges d'interférence qui correspondent aux différentes lumières monochromatiques se superposent. Il n'y a pas d'interférences entre des ondes de longueurs d'onde différentes. Sur l'écran le spectre de la lumière devient visible.

La figure ci-dessous montre le **spectre discret** du mercure contenant un ensemble discret de longueurs d'onde. Le spectre a été obtenu avec un réseau de diffraction (voir point 3.2).

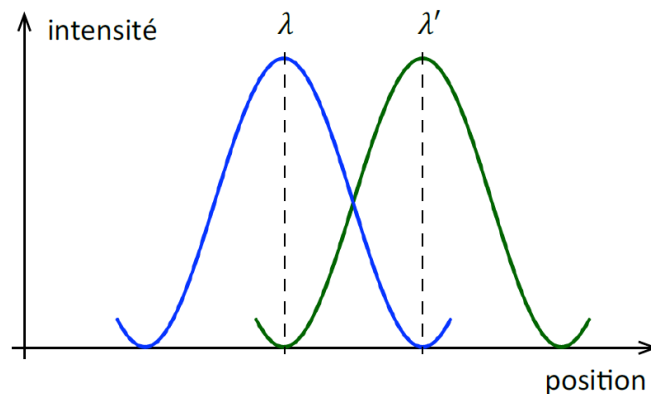


Le spectre du mercure contient deux franges brillantes jaunes avec des longueurs d'onde valant respectivement $\lambda = 577 \text{ nm}$ et $\lambda' = 579 \text{ nm}$. Pour l'analyse d'un spectre il est important de pouvoir distinguer des franges brillantes voisines de longueurs d'onde proches. Le **pouvoir de résolution** R est défini par :

$$R = \frac{\lambda}{\lambda' - \lambda} = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$$

où λ et λ' sont les longueurs d'onde qui correspondent à deux franges brillantes proches l'une de l'autre mais pouvant encore être tout juste résolues. Pour l'exemple des deux franges jaunes du mercure le pouvoir de résolution minimal nécessaire est $R = 289$.

Le pouvoir de résolution d'une double fente est déterminé en appliquant le **critère de Rayleigh** : deux franges brillantes peuvent tout juste encore être résolues si la position du maximum d'une des franges coïncide avec celle du minimum voisin de l'autre.



Pour une double fente, la position du maximum d'ordre n pour la longueur d'onde λ' est :

$$x'_n = n \frac{\lambda' D}{a}$$

La position du minimum d'ordre n pour la longueur d'onde λ s'écrit :

$$x_n = \frac{2n + 1}{2} \frac{\lambda D}{a}$$

L'application du critère de Rayleigh s'écrit $x'_n = x_n$ et donne :

$$\begin{aligned} n \frac{\lambda' D}{a} &= \frac{2n+1}{2} \frac{\lambda D}{a} \\ 2n \lambda' &= (2n+1) \lambda \\ 2n (\lambda' - \lambda) &= \lambda \end{aligned}$$

Il en résulte :

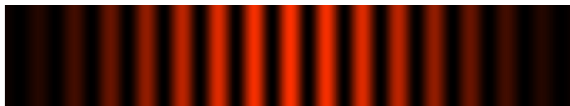
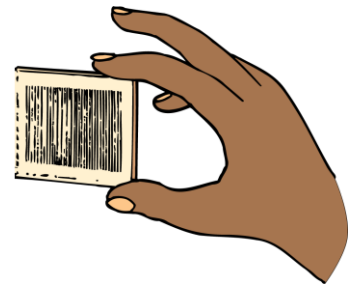
$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = 2n$$

Le pouvoir de résolution pour une double fente est proportionnel à l'ordre du maximum observé.

3.2 Le réseau de diffraction

Le pouvoir de résolution d'une double fente est limité par le fait que les franges brillantes voisines associées à une longueur d'onde ont une largeur qui est égale à la distance qui les sépare. L'ordre est limité par le fait que l'intensité lumineuse des franges brillantes décroît rapidement avec n . Par exemple, pour séparer les deux franges brillantes jaunes du mercure il faudrait les observer dans un ordre supérieur à 144.

En augmentant le nombre de fentes, l'intensité lumineuse des franges brillantes augmente, leur largeur diminue et la distance qui les sépare augmente. Un tel dispositif est appelé **réseau de diffraction**. Un tel réseau est constitué d'un grand nombre de fentes étroites parallèles, il est possible de réaliser des réseaux avec plusieurs centaines de fentes par millimètre.

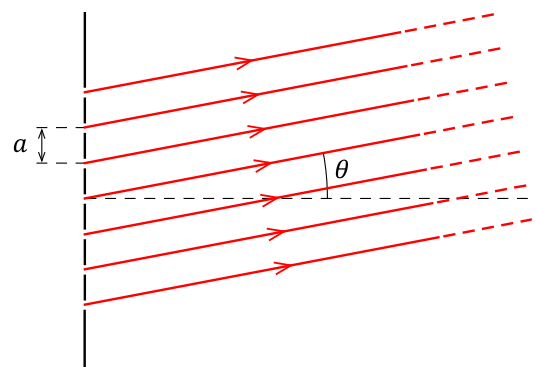


Spectre lumineux créé par une double fente



Spectre lumineux créé par un réseau de diffraction

Un réseau est éclairé par un faisceau lumineux parallèle à l'axe du réseau, couvrant un nombre N de fentes. La lumière transmise par le réseau est observée dans la direction définie par l'angle θ . La distance entre les milieux de deux fentes voisines est appelée le **pas du réseau** a . Le pas du réseau est très petit comparé à la distance entre le réseau et l'écran de sorte que les rayons transmis par les fentes peuvent être considérés comme parallèles.



Par exemple, pour un réseau de 600 fentes par millimètre, le pas du réseau vaut :

$$a = \frac{1 \text{ mm}}{600} = 1,7 \text{ } \mu\text{m}$$

Sur l'écran on observe des maxima lumineux et étroits, appelés **maxima principaux**. Un maximum principal est observé dans la direction pour laquelle la différence de marche entre deux fentes

voisines est égale à un multiple entier d'une longueur d'onde. C'est une condition nécessaire et suffisante. En appliquant les résultats pour la double fente il vient :

$$\delta = a \sin \theta = n \lambda \quad n \in \mathbb{Z}$$

où n est appelé **ordre de diffraction** ou **ordre du spectre**. Le maximum principal d'ordre n est observé dans la direction pour laquelle l'angle θ_n vérifie :

$$\sin \theta_n = n \frac{\lambda}{a}.$$

Le pouvoir de résolution d'un réseau est donné par l'expression :

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = N |n|$$

Le pouvoir de résolution est d'autant plus grand que le nombre de fentes éclairées est grand et que l'ordre dans lequel on observe les maxima est grand.

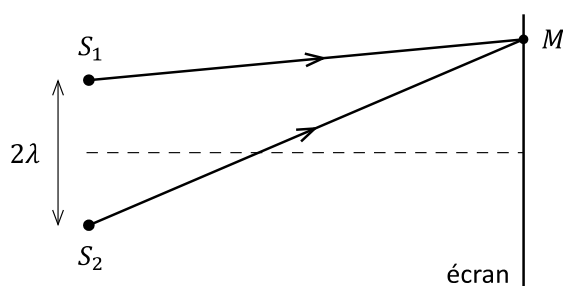
Remarques

- Les rayures sur la surface réfléchissante d'un CD diffractent la lumière en ses couleurs composantes.
- Les plumes des oiseaux sont les réseaux de diffraction de la nature.
- Les couleurs saisissantes des opales proviennent de couches de minuscules sphères de silice qui agissent comme des réseaux de diffraction.

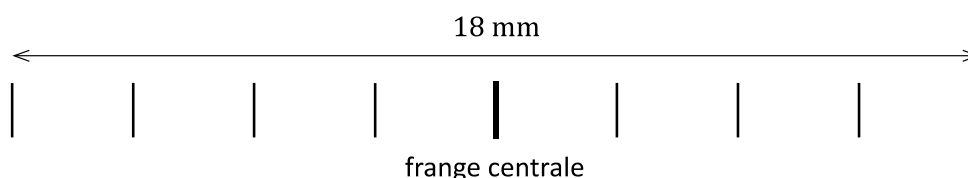
■ As-tu compris ?

9. Les ondes lumineuses issues des deux sources cohérentes S_1 et S_2 de la figure ci-dessous se superposent en un point M de l'écran.

Montrer, à l'aide des indications et de distances mesurées sur la figure, qu'il y a obscurité au point M .



10. La figure montre les centres des franges brillantes obtenues avec un dispositif de Young en lumière rouge.



- Déterminer l'interfrange.
- Pour une longueur d'onde donnée, de quelles façons peut-on changer le dispositif pour augmenter l'interfrange ?
- Ajouter sur la figure quelques franges obtenues avec le même dispositif en lumière verte. Le rapport des deux longueurs d'onde est $5/8$.

4 Exercices

1. L'équation du mouvement d'une source est de la forme $y(t) = y_m \sin(\omega t + \varphi)$. La période du mouvement est égale à 8 s. La trajectoire est un segment de droite de 12 cm de longueur. À l'origine des temps la source passe par sa position d'équilibre et se déplace vers le bas.

a. Déterminer les valeurs des trois paramètres y_m , ω et φ .

On suppose que le mouvement vibratoire de la source se propage sans amortissement dans le milieu environnant, la période dans l'espace (ou longueur d'onde) étant égale à 320 cm.

b. Calculer la célérité c dans le milieu considéré.

c. Calculer et l'élongation y_M d'un point M du milieu situé à 20 cm de la source.

2. L'extrémité S d'une corde est reliée à un vibreur harmonique transversal de fréquence $f = 50$ Hz et d'amplitude 2 cm. On suppose qu'il n'y a pas de réflexion à l'autre extrémité de la corde. Cette corde, de masse linéaire $\mu = 200$ g/m, est tendue par un poids de 20 N. On définit un axe Ox parallèle à la corde, orienté dans le sens de propagation des ondes et tel que $x_S = 0$.

a. Montrer que le point M d'abscisse $x_M = 1,2$ m est en phase avec la source S . Trouver un point de la corde qui est en opposition de phase avec M et S .

b. L'origine des temps correspond à un passage de la source S par sa position d'élongation maximale. Déterminer l'équation d'onde.

c. Déterminer l'élongation y_M du point M ainsi que la vitesse de déplacement v_{My} du point M à l'instant $t = 0,012$ s.

3. Une corde tendue très longue est excitée à l'une de ses extrémités par un mouvement transversal d'amplitude $A = 10$ cm et d'équation :

$$y(t) = A \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right)$$

a. Établir l'équation de l'onde progressive se propageant dans la corde. Expliquer ce qu'on entend par double périodicité de ce phénomène.

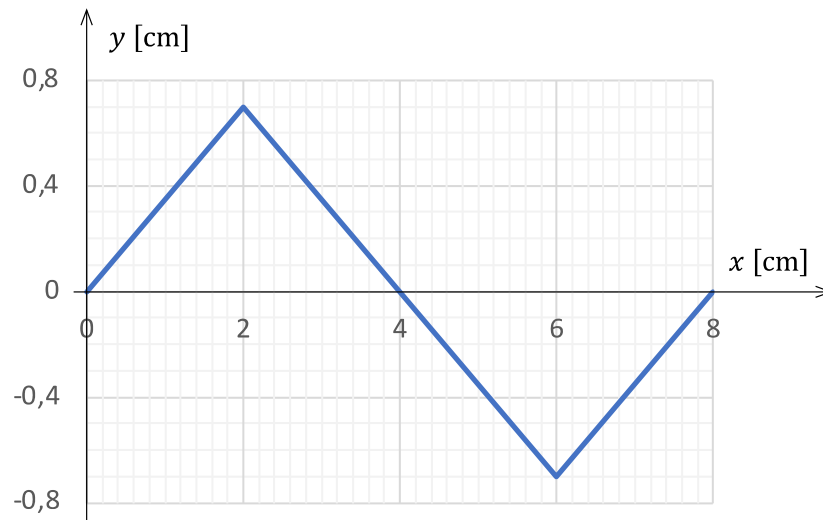
b. En admettant que la corde ait une masse de 100 g pour 10 m de longueur, et qu'elle soit soumise à une tension $F = 15$ N, calculer la célérité c de l'onde progressive ainsi que sa longueur d'onde λ sachant que la fréquence vaut 16 Hz.

c. Écrire l'équation du mouvement d'un point M distant de 5 m de la source. Calculer son élongation à l'instant $t = 2,5$ s.

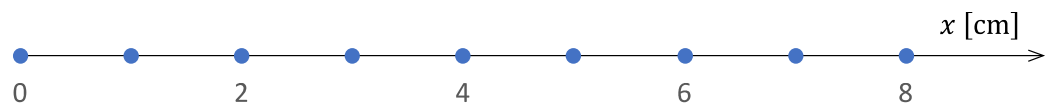
d. À quelle distance se trouvent deux points voisins vibrant en opposition de phase ? Cette distance dépend-elle de la tension F ?

e. Comment faut-il varier F pour doubler la longueur d'onde ?

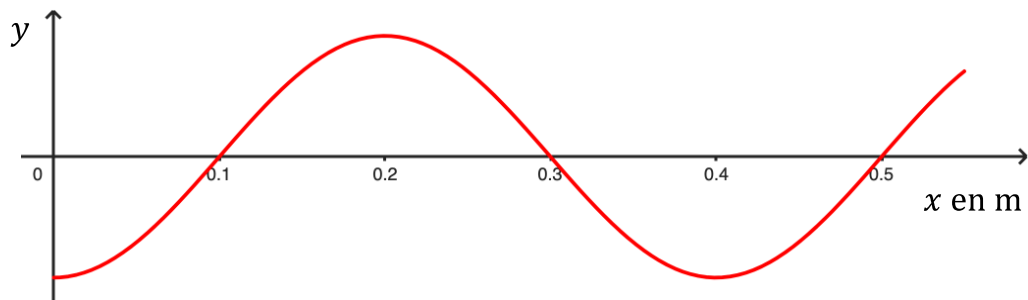
4. Le graphique ci-dessous montre l'élongation y à l'instant $t = 0$ des particules d'un milieu en fonction de leur position x quand une impulsion longitudinale traverse le milieu vers dans le sens positif avec la célérité $c = 1$ cm/s.



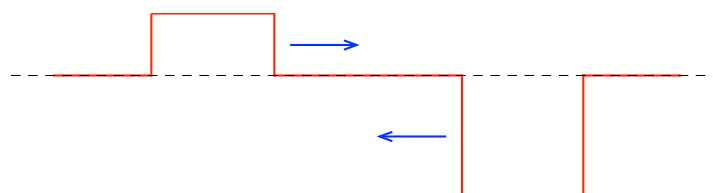
Le diagramme ci-dessous montre les positions d'équilibre des particules pour $0 \leq x \leq 8$ cm.



- a. Représenter les positions de ces particules à l'instant $t = 0$. Indiquer la position de la compression.
 - b. Reprendre la question précédente pour $t = 1$ s.
5. La figure montre, à l'instant t , l'élongation y de molécules d'air en fonction de la position x lorsqu'une onde sonore de célérité $c = 340$ m/s se propage dans la direction et dans le sens positif des x .



- a. Déterminer la fréquence de l'onde sonore.
 - b. Représenter la vitesse des molécules d'air à l'instant t .
 - c. En déduire la position d'une compression.
6. Deux signaux rectangulaires transversaux se propagent avec une vitesse de 1 cm/s. Leur largeur est de 2 cm, leurs hauteurs sont respectivement 1 cm et 2 cm. Ils se déplacent l'une vers l'autre dans les sens indiqués sur la figure.



Déterminer le signal résultant aux instants $t = 0,5 \text{ s}$, $t = 1,0 \text{ s}$ et $t = 1,5 \text{ s}$. Prendre $t = 0$ l'instant où les deux signaux vont se rencontrer.

7. Par quelle force faut-il tendre une corde de longueur $0,5 \text{ m}$ et de masse $0,8 \text{ g}$ pour que le son émis par le premier harmonique soit le « la » de fréquence 220 Hz ? Quelles sont les fréquences du deuxième et du troisième harmonique dans les mêmes conditions ?
8. Avec un réglage convenable de fréquence, tension et longueur, on peut observer 4 fuseaux sur une corde. Comment peut-on réduire le nombre de fuseaux à moitié ?
 - a. En changeant uniquement la tension.
 - b. En changeant uniquement la longueur.
9. Le premier harmonique de la corde « ré » d'une guitare a pour fréquence $293,7 \text{ Hz}$; la corde « sol » voisine vibre à 392 Hz . La longueur des parties vibrantes des deux cordes est 65 cm . On souhaite raccourcir la partie vibrante de l'une des deux cordes de manière qu'elle sonne à la même fréquence que l'autre.
 - a. Quelle corde faut-il raccourcir ? Motiver la réponse !
 - b. De combien faut-il la raccourcir ?
 - c. Quelle est la longueur d'onde de l'onde sonore produite alors par les deux cordes ? La célérité du son dans l'air est 340 m/s .
10. Un tuyau en verre est ouvert sur une extrémité. On peut varier la longueur de la colonne d'air qu'il renferme de $0,5 \text{ m}$ à $1,5 \text{ m}$. Un diapason de fréquence 306 Hz est placé devant l'extrémité ouverte du tuyau. Prédire les longueurs de la colonne d'air pour lesquelles elle amplifie le son émis par le diapason. (La célérité du son est 340 m/s .)
11. Un tuyau en verre est ouvert sur les deux extrémités. Les fréquences de deux harmoniques successifs sont respectivement 300 Hz et 360 Hz . (La célérité du son est 340 m/s .)
 - a. Quels sont les deux harmoniques ?
 - b. Calculer la longueur du tuyau.
12. Les équations d'onde de deux ondes voyageant en sens contraire sur une corde sont :

$$y_1(x, t) = 0,03 \sin[\pi(10t + 2x)] \quad \text{et} \quad y_2(x, t) = 0,03 \sin[\pi(10t - 2x)]$$
 (toutes les grandeurs sont indiquées en unités SI)
 - a. Déterminer la longueur d'onde et la période des ondes.
 - b. Écrire l'équation d'onde de l'onde stationnaire qui résulte de la superposition des deux ondes.
 - c. Trouver la position des deux nœuds les plus près de $x = 0$ (pour $x > 0$).
 - d. Trouver la position des deux ventres les plus près de $x = 0$ (pour $x > 0$).
 - e. Calculer l'amplitude de l'onde stationnaire à $x = \lambda/8$.
13. Un vibreur S_1 est animé d'un mouvement oscillatoire sinusoïdal vertical de fréquence 30 Hz et d'amplitude 2 cm . À la date $t = 0$, il passe par sa position la plus basse.
 - a. Déterminer l'équation horaire de S_1 dans un repère Oy orienté vers le haut.
 - b. Le vibreur S_1 est relié à une corde élastique horizontale de longueur 56 cm sur laquelle prend naissance une onde qui progresse à la célérité de $2,4 \text{ m/s}$. Déterminer l'équation du

mouvement d'un point M situé à la distance de $x = 20$ cm de S_1 . Comparer l'état vibratoire de S_1 et de M .

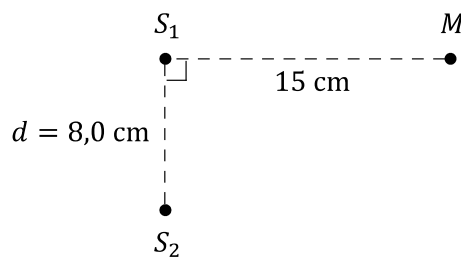
c. À l'autre extrémité de la corde se trouve un deuxième vibreur S_2 , identique à S_1 mais qui passe par sa position la plus haute à la date $t = 0$. Écrire l'équation horaire de S_2 .

d. Comment peut-on qualifier les deux sources S_1 et S_2 ? Peuvent-elles donner naissance à un phénomène d'interférences ?

e. Écrire l'équation horaire du mouvement du même point M qu'en b. sous l'effet de l'onde progressive issue de S_2 . Comparer l'état vibratoire de S_2 et de M .

f. Quel est l'état vibratoire du point M sous l'effet des ondes issues de S_1 et S_2 ensemble ?

14. On réalise des interférences à la surface de l'eau à l'aide de deux sources cohérentes notées S_1 et S_2 . Ces sources sont distantes de $d = 8,0$ cm, elles vibrent en phase, ont même amplitude $a = 3$ mm et émettent chacune une onde progressive.



a. Établir les conditions sur la différence de marche pour les points où une interférence constructive a lieu.

b. Indiquer l'état vibratoire d'un point appartenant à la médiatrice de S_1S_2 . Donner une justification.

c. Sur le segment S_1S_2 , la distance entre deux points de deux franges d'interférence constructives voisines est de 0,5 cm. En sachant que les sources vibrent avec une fréquence de 40 Hz, déterminer la célérité des ondes.

d. Calculer l'amplitude du mouvement d'un point M , se trouvant à une distance de 15,0 cm de S_1 comme indiqué sur la figure.

e. Déterminer l'expression de l'équation de l'onde issue de la source S_1 au point M , sachant que la source a une équation de la forme : $y(t) = y_m \sin(2\pi t/T)$.

f. Pourrait-on obtenir une interférence destructive au point M en changeant la phase d'une des deux sources ? Expliquer !

15. Une expérience d'interférences en lumière verte conduit aux résultats de mesure suivants :

- distance séparant les centres de 11 franges brillantes consécutives : 10,0 mm
- distance entre les fentes : 1,5 mm
- distance entre le plan des fentes et l'écran : 2,80 m

Calculer la longueur d'onde et la fréquence de la lumière verte.

16. Deux fentes de Young sont séparées de 0,5 mm. Elles se trouvent à une distance $D = 3$ m d'un écran placé perpendiculairement à la médiatrice des deux fentes. Calculer l'interfrange correspondant à la lumière rouge ($\lambda = 700$ nm) respectivement à la lumière violette ($\lambda = 480$ nm). En déduire une caractéristique des franges brillantes obtenues en lumière blanche.

- 17.** Un pinceau de lumière monochromatique émis par un laser hélium-néon éclaire deux fentes parallèles séparées par une distance $a = 0,5 \text{ mm}$. Un écran est placé perpendiculairement au pinceau lumineux à une distance $D = 2 \text{ m}$ du plan des fentes.
- Dessiner le dispositif expérimental.
 - Interpréter la formation des franges brillantes et obscures.
 - Définir la différence de marche aux deux fentes d'un point M de l'écran et établir sa relation pour en déduire la position des centres des franges brillantes et obscures.
 - Préciser la nature de la frange centrale appartenant au plan médiateur des deux fentes.
 - Définir l'interfrange. Quelle est l'influence des différents paramètres sur l'interfrange ? Comment doit-on modifier la distance entre les deux fentes pour obtenir des franges plus espacées ?
 - Calculer la longueur d'onde en nm et la fréquence de la lumière en Hz et en THz émise par le laser, sachant que les centres de 6 franges consécutives de même nature sont espacés de $12,7 \text{ mm}$.
 - Est-ce que la longueur d'onde ou la fréquence change (ou les deux) si le rayon lumineux se propage dans le verre ? Calculer les nouvelles valeurs. (Dans le verre la célérité de la lumière vaut $2 \cdot 10^5 \text{ km/s}$.)
- 18.** Le spectre du sodium contient deux lignes très proches de longueurs d'onde $588,995 \text{ nm}$ et $589,095 \text{ nm}$. Une lampe de sodium éclaire un réseau de diffraction qui arrive tout juste à séparer ces deux lignes dans le troisième ordre dans une direction donnée par un angle $\theta = 12^\circ$.
- Calculer le pas du réseau.
 - Calculer le nombre total de fentes éclairées par la lampe.
- 19.** Un réseau de diffraction contient 300 fentes par mm. On veut observer des spectres d'émission dans le domaine visible s'étendant de 400 nm à 750 nm .
- Calculer le pas du réseau.
 - Déterminer l'ordre maximal n_{max} pour lequel tout le spectre visible peut être observé. Montrer qu'il y a recouvrement des spectres correspondants aux ordres n_{max} et $n_{\text{max}} - 1$.
 - Déterminer l'ordre maximal n'_{max} pour lequel tout le spectre visible peut être observé sans recouvrement.

Crédits Photos

© Frank Chen Photography/ Shutterstock.com (131803862) – **page titre** (water drops)

Crédits Illustrations

Des remerciements particuliers sont adressés à Paul G. HEWITT. Les illustrations sont, sauf indication contraire, l'œuvre de Paul G. Hewitt et des auteurs du cours. Les illustrations de Paul G. HEWITT ont été retravaillées par Laurent HILD, avec l'autorisation écrite et personnelle de l'auteur. Les illustrations originales sont des livres :

© HEWITT, Paul G., *Conceptual physics*, 2015, Pearson

© HEWITT, Paul G., SUCHOCKI John, *Conceptual physical science – Practice Book*, 2012, Pearson

© EPSTEIN Lewis C., HEWITT, Paul G., *Thinking Physics* – 1981, Insight Press

